

NRO 2/2025

**FYSIIKAN JA MATEMATIIKAN AIKAKAUSLEHTI
TIDSKRIFT FÖR FYSIK OCH MATEMATIK**

ARKHIMEDES

Voiko luontoa ymmärtää, vaikka arkijärki ei tavoita todellisuutta?

Kvasikonformia Geometriaa neuleiden avulla

Fysiikan koulutusverkosto FysNet

Vetovoimaista matematiikan korkeakouluopetusta

Green turn with Math

ARKHIMEDES 2/2025

Julkaisijaseurat

Suomen Fyysikkoseura ry:

<https://www.fyysikkoseura.fi>

Fysikersamfundet i Finland rf:

<https://www.fysikersamfundet.fi>

Suomen matemaattinen yhdistys ry:

<https://www.matemaattinenyhdistys.fi/>

Toimituskunta - Redaktion - Editors

PÄÄTOIMITTAJA

SYLVESTER ERIKSSON-BIQUE, (JY)

STEFAN EMET, (TY)

EMILIA KILPUA, (HY)

INKERI KOTRO, (TAY)

KATJA LAURI, (HY)

KAI NORDLUND, (HY)

KIMMO TUOMINEN, (HY)

Yhteystiedot

toimitus@arkhimes.fi

Kansikuva

Estormiz-Käyttäjän kuva Oulun Vihersaaren uudemmasta tuulivoimalasta, CC0. Muokattu värikyksen osalta ja leikattu kansilehdelle sopivaksi.

ARTIKKELIT

PÄÄKIRJOITUS: OPETUS MUUTOKSESSA..3

VOIKO LUONTOA YMMÄRTÄÄ, VAIKKA
ARKIJÄRKI EI TAVOITA
TODELLISUUTTA.....4

KVASIKONFORMIA GEOMETRIA JA HA-
VAILLISTUKSIA NEULEIN.....8

FYSIIKAN KOULUTUSVERKOSTO FYSNET
TARJOAA YLIOPISTOJEN VÄLISIÄ FYSII-
KAN OPINTOJA.....13

VETOVOIMAISTA JA INNOVATIIVISTA MA-
TEMATIIKAN KORKEAKOULUOPETUSTA
YLIOPISTOVERKOSTON YHTEISTYÖNÄ
.....17

GREEN TURN WITH MATH - EN KURS OM
DEN GRÖNA OMSTÄLLNINGEN.....21

HAVAINTOJA TOHTORIPILOTIN ALKUTAI-
PALEELTA.....26

QUASIWEEKEND III-TWENTY YEARS ON
.....29

KVANTTIPIIRIJÄÄHDYTYS KOHINALLA
.....35

NOUDATTAVATKO EMPIIRISET MITTA-
LAITTEET LUONNON LAKEJA.....38

SARJAKUVA

PIKKU-PINKKU.....45

PÄÄKIRJOITUS

OPETUS MUUTOKSESSA

Sylvester Eriksson-Bique

Apulaisprofessori, Jyväskylän Yliopisto

Harvardin ja Stanfordin tutkijat julkaisivat tänä vuonna tutkimuksia tekoälyn omaksumisen vaikutuksesta uran alkuvaiheen työntekijöiden työllisyyteen¹. Tulokset olivat musertavia: 2022 vuoden lopusta alkaen uran alkuvaiheen työpaikkojen lukumäärät Yhdysvalloissa ovat romahtaneet. Samaan aikaan kokemusta vaativien tehtävien määrä kasvoi, ja vaikutus oli suurempi yrityksissä, jotka omaksuivat tekoälyn työkaluja laajamittaisemmin.

Opintopolusta hakemalla saa 121 erilaista koulutusta, joissa mainitaan sana ”tekoäly”. Erinäiset haasteet ja kannustimet ovat johtaneet lukuisiin uusiin tutkinto-ohjelmiin ja hankkeisiin Suomen yliopistoissa. Miten ja mitä varten koulutamme opiskelijoita?

Erilaisiakin tulkintoja nuorten työpaikkojen pudotukseen on esitetty. Hessie Jonesin artikkeli Forbesissa, Jing Hu:ta siteeraten, esittää että pääasialliset syyt työpaikkojen muutoksiin ovat taloudellisia: mm. korkojen nopea kasvu vuonna 2022, yleiset talouden epävarmuustekijät

ja koronan jälkeisen palkkauskuplan puhkeaminen. Lisäksi hän huomauttaa McKinsey & Company—konsulttifirman tekemästä raportista, jossa todetaan että vielä tänä vuonna tekoälyn soveltaminen on suurelta osin alkutekijöissään. Vain kolmannes heidän kyselyyn vastanneista yrityksistä oli omaksunut edes yhtä laajamittaista sovellusta. Raportti korosti kuitenkin, että kiinnostus tekoälyyn oli lisääntynyt, ja 80 prosenttia yrityksistä hyödynsi tekoälyä ainakin jossain muodossa.

Tekoälyn ohella koulutuksen muutosta ohjaavat useat muutkin trendit: kestävyys, kansainvälisyys, turvallisuus. Nämä näkyvät uusissa opinto-ohjelmissa, tohtoripiloteissa ja opetuksen hankkeissa. Voit lukea tästä numerosta kahdesta näistä: FysNet ja MaTech, jotka ovat kaksi suurta hanketta, jotka pyrkivät uudistamaan ja tehostamaan yliopisto-opetusta. Monia muitakin ohjelmia on alkamassa ensi vuonna, ja kenties luemme niistä näiltä sivuilta pian. Ensi vuonna julkaisemme myös yhden erikoisnumeron liittyen tekoälyyn, ja sen vaikutuksiin tutkimuksessa ja opetuksessa. Jos siis olet kiinnostunut tekoälyn vaikutuksista, harikitsethan aiheesta kirjoittamista.

¹ Hosseini Maasoum, Seyed Mahdi and Lichtinger, Guy, Generative AI as Seniority-Biased Technological Change: Evidence from U.S. Résumé and Job Posting Data (August 31, 2025). <https://ssrn.com/abstract=5425555>.
Canaries in the Coal Mine? Six Facts about the Recent Employment Effects of Artificial Intelligence, Erik Brynjolfsson, Bharat Chandar, Ruyu Chen

ARTIKKELIT

VOIKO LUONTOA YMMÄRTÄÄ, VAIKKA ARKIJÄRKI EI TAVOITA TODELLISUUTTA?

Kimmo Tuominen

Professori

Helsingin Yliopisto

Luonnontieteissä pyritään ymmärtämään maailmaa järjestelmällisellä tavalla. Antiikin Kreikasta alkanut kehityskaari on vuosisatojen kuluessa muovannut sääntöjen ja periaatteiden kokoelman, jonka avulla pyritään saamaan mahdollisimman luotettavaa tietoa todellisuudesta. Luonnontieteellisen metodin kehittyminen on kantanut ymmärryksemme ja ajattelumme valtavan kauas Thaleen ja Aristoteleen ”järkeilyyn” perustuvasta päättelystä. Modernissa fysiikassa aika ei ole absoluuttista, eivätkä arkisen kielenkäytön käsitteet, kuten kappaleen paikka, ole automaattisesti käytettävissä atomitason ilmiöiden kuvailussa. Luontoa ymmärtääkseen onkin opeteltava kieli, jolla maailma kertoo meille itsestään.

LUONNONTIETEELLISEN METODIN PERUSTA

Aristoteleelle havainnot olivat tärkeitä, mutta järki oli niiden yläpuolella. Luonto oli nähtävä järjestelmänä, jota voitiin ymmärtää järkeilemällä sen perimmäiset tarkoitukset, ei mittaamalla luonnon ilmiöitä. Tämä rajoittunut tapa tarkastella maailmaa hallitsi ajattelua vuosituhansien ajan.

Murros alkoi 1500-luvulla Nikolaus Kopernikuksesta ja ajatuksesta, että Maa ei olekaan maailmankaikkeuden keskus. Kepler ja Galilei jatkoivat rakentamista Kopernikuksen asettamalle perustalle.

Erityisesti Galilei rikkoi historian kaavan lopullisesti suorittamalla mittauksia, joiden perusteella hän muotoili yleisiä lakeja. Näin tieteellinen kysymys muuttui metafysisestä mekaaniseksi: ei miksi kappale putoaa, vaan *miten* kappale putoaa. Menetelmä huipentui Newtonin manifestiin *Principia Mathematica*: maailmaa voidaan ymmärtää yleispätevien matemaattisten lakien avulla. Luonnontieteellisen metodin ensimmäinen täysi versio oli syntynyt.

Keskiössä ovat siis havainnot: ne ovat tieteen ja arkitiedon yhteinen rajapinta, perusta, josta lähtien hypoteeseja muotoil-

laan ja teorioita testataan. Yksinkertaistusti luonnontieteellisen metodin vaiheet ovat: **Havaintojen tekeminen** tarkastelemalla ilmiötä ja tunnistamalla sen piirteitä. **Hypoteesin muotoilu** havaintojen perusteella, eli ilmiölle ehdotetaan testattavaa selitystä. Hypoteesin **testaus kokein ja mittauksin**. Testattuun hypoteesiin pohjautuva **teorian muodostaminen ja tarkentaminen**. Havaintojen merkitys ei rajoitu yksittäisiin kokeisiin, vaan useiden havaintojen muodostamasta aineistosta etsitään säännönmukaisuuksia. Kun useat havainnot tukevat samaa hypoteesia, sen selitysvaikutus vahvistuu. Jos jokin havainto osoittaa hypoteesin virheelliseksi, on hypoteesi hylättävä tai sitä on muokattava. Näin edellä mainitut vaiheet muodostavat kehän, jota toistetaan, korjataan ja laajennetaan.

Prosessissa on oleellista **tulosten julkisuus ja toistettavuus**. Muiden tutkijoiden on voitava tarkastella ja toistaa kokeet, teorioiden analyysit ja vahvistaa aiemmat tulokset. Lisäksi prosessi on dynaaminen ja uudet havainnot voivat horjuttaa vanhoja teorioita. Tällöin uusi teoria laajentaa teorian selittämien havaintojen kenttää ja selventää, mitkä ovat vanhan teorian rajoitukset. Usein vanha teoria säilyttää asemansa pätevyysalueellaan. Näin kävi esimerkiksi, kun ymmärrettiin, että suurella nopeudella liikkuvia kappaleita on kuvattava suhteellisuusteorian esittämällä tavalla, ja kun nopeudet ovat pieniä, suhteellisuusteoria vastaa Newtonin teoriaa. Tieteellinen metodi

sisältää siis itseään korjaavan elementin; se ei takaa erehtymättömyyttä, mutta pyrkii minimoimaan virheiden pysyvyyden.

HAVAINNOT, TEORiat JA MAAILMANKUVAN MUODOSTUMINEN

Havainnot ovat luonnontieteiden peruskivi. Ilman havaintoja hypoteesit olisivat pelkkää spekulatiota. Havainto voi olla arkitodellisuudessa tehty yksinkertainen huomio, kuten taivaankappaleiden liikkeiden tarkastelu, tai monimutkaisen mittalaitteen tuottama tulos mikroskooppisesta ilmiöstä, kuten hiukkaskiihdyttimessä tapahtunut törmäys.

Arkipäivän havaintoon verrattuna tieteellistä havaintoa leimaa sen järjestelmällisyys: havainnot pyritään tekemään mahdollisimman hyvin hallituissa olosuhteissa ja käyttämään toistettavia menetelmiä. Tavallisessa aistihavainnossa ympäristön vaikutuksia ei pystytä eristämään.

Luonnontieteellisessä tutkimuksessa havainto ei ole koskaan täysin neutraali. Se on aina jossain määrin teoreettisesti ohjattu ja vaatii ymmärrystä yksityiskohdistaan, kuten käytetyistä mittalaitteista. Teleskoopilla tehtävä havainto tähtitaivaasta perustuu optiikan teoriaan, kvanttikohteiden mittaaminen edellyttää tarkasteltavan ilmiön matemaattista mallintamista ja ymmärrystä kvanttimekaanisten mitausten luonteesta. Tämä tarkoittaa, että havaintoja ei voida täysin erottaa taustaoletuksista ja teoriasta.

Toisaalta juuri tämä vuorovaikutus tekee tieteestä voimakasta ja mahdollistaa teorioiden haastamisen havaintojen avulla. Esimerkiksi 1800-luvun lopulla havainnointu mustan kappaleen säteily ei sopinut olemassa oleviin malleihin. Havaintojen ja teorian ristiriita johti kvanttimekaniikan syntyyn – paradigman muutokseen, joka mullisti käsityksen luonnon perusrakenteesta.

Maailmankuvan muutoksen mahdollisuus on luonnontieteellisen metodin ytimessä: luonto ei ole mystinen ihmisen ulkopuolinen verkosto, vaan ihminen on osa luonnon jatkumoa. Kun fysiikka, kemia ja biologia kehittyivät itsenäisiksi tieteenaloiksi, ne mahdollistivat ymmärryksen siitä, että monimutkaisuutta voi olla ilman yliluonnollista suunnitelmaa.

Luonnontieteelliseen metodiin perustuva maailmankuvan muodostaminen sisältää myös kriittisyyden elementin korostamalla, että uskomuksia ei tule pitää totena ilman perusteluja ja väitteiden totuusarvo mitataan todellisuutta vasten. Näin ollen havainnot eivät vain lisää tietoa, vaan ne myös opettavat ajattelutapaa, jossa varmuus on suhteellista ja avoinna tarkistukselle. Toisaalta näin syntyy tietoa, jota voidaan pitää totena ja jota ei ole enää järkevää epäillä. Voidaan sanoa, että havainnot muodostavat konkreettisen kosketuspinnan todellisuuteen. Esimerkiksi havainnot ilmastonmuutoksen seurauksista muuttavat tiedeyhteisön käsitystä maapallon tilasta, ohjaavat yksion

toimintaa ja johtavat yhteiskunnallisiin vaikutuksiin.

Samalla tieteen luoma maailmankuva on dynaaminen: uusia havaintoja ja mitausmenetelmiä syntyy jatkuvasti, mikä muokkaa käsitystämme niin luonnon historiasta, kosmoksesta kuin ihmisen paikasta maailmassa. Luonnontieteellinen metodi sisältää myös eettisen ulottuvuuden, tieteenfilosofisen pohdinnan siitä, missä kulkee mahdollinen tutkimuksen moraalinen raja.

LUONNON YMMÄRRETTÄVYYS

Antiikin ajoista lähtien luonnon ymmärtämisessä keskeinen moottori on ollut todellisuuden ymmärtäminen ”järjen” perusteella. Luonnon ajatellaan noudattavan lakeja, jotka ovat havaittavissa, mitattavissa ja selitettävissä. Luonnontieteellinen metodi olettaa, että luonto on säännönmukainen ja matematiikan kielen avulla luonnon lait paljastuvat. Esimerkiksi taivaanmekaniikan avulla selviää, että planeetat liikkuvat tarkasti laskettavia ratoja pitkin ja tällainen lainalaisuus on vielä helposti ihmisen käsitettävissä.

Tämä klassinen varmuus rikkoutui vuonna 1905, kun Einsteinin suhteellisuusteoriat muuttivat ymmärryksemme todellisuuden rakenteesta. Aika ei ollutkaan universaali kello, joka tikittää samaa tahdia kaikkialla. Avaruus ei ollutkaan näytämö, vaan dynaaminen kudelma, jonka geometrian materia määrittää. Kvanttimekaniikka toi lisäksi mukaan todennä-

köisyyksien logiikan, joka poikkeaa meidän intuitiostamme. Kvanttimekaniikan hienoimpia seurauksia ymmärryksemme kehittymiselle on lokaalin realismin rikkoutuminen. Realismi tarkoittaa sitä, että havaittavilla objekteilla on olemassa todelliset ominaisuudet riippumatta siitä, havainnoidaanko niitä vai ei. Lokaalisuus tarkoittaa sitä, että mikään vaikutus ei voi kulkea valoa nopeammin. Lokaalin realismin rikkoutuminen luonnossa on havaittu Bellin epäyhtälöitä testaavien kokeiden avulla, ja on osoittautunut, että kvanttimaailmassa syy ja seuraus ilmenevät verkottuneina todennäköisyyksinä.

”Arkijärjen” vastaisuus ei kuitenkaan heikennä luonnon ymmärrettävyyttä, joka perustuu täsmälliseen matemaattiseen kieleen. Todellisuuden ei tarvitse olla ”yksinkertainen” vaan johdonmukainen. Luonnontieteen tavoitteena ei ole todistaa, että maailma olisi ymmärrettävä arkikäsitteidemme avulla. Luonnontieteen pyrkimyksenä on löytää säännönmukaisuuksia, jotka tekevät ennustamisen mahdolliseksi. Kvanttimekaniikka on tämän menestyksen konkreettinen ilmentymä: se on tarkin ja ennustusvoimaisin teoria, jonka ihminen on koskaan kehittänyt. Kvanttimekaniikan avulla voimme laskea atomien energiaspektrin, puolijohdeiden ominaisuudet ja monien muiden järjestelmien käyttäytymisen. Tulokset vastaavat havaintoja ällistytävällä tarkkuudella. Luonto saattaa näyttäytyä meil-

le hämmentävänä, mutta se ei ole mieltävaltainen. Vaikka luonnon kuvailu vaikuttaa meistä käsitteellisesti oudolta, se on empiirisesti totta.

YMMÄRRETTÄVÄ, VAAN EI ARKINEN

Ymmärtäminen ei ole sama kuin ”kuvittelemisen”. Vaikka tieteen popularisointi on tärkeää, voi erilaisten analogiaselitysten perusteella syntyä käsitys, että ilmiöitä voidaan ymmärtää piirtelemällä malleja tai muutoin visualisoimalla. Luonnontiede ei pyri tekemään maailmaa meille tutuksi arkipäivän termein, vaan tavoittelee jotakin paljon syvällisempää. Luonnontiede pyrkii kuvaamaan maailman toimintaa täsmällisesti ja teoreettisesti yhtenäisellä tavalla. Sekä kvanttimekaniikka että suhteellisuusteoria tavoittavat juuri tämän: ne ennustavat ilmiöitä, joita emme osaa hahmottaa, mutta jotka osoittautuvat kokeellisesti tosiksi. Näiden ilmiöiden mahdollistama teknologinen kehitys on muuttanut yhteiskuntaa ja arkeamme peruuttamattomalla tavalla.

Luonnontieteellinen metodi on paljon enemmän kuin vain tapa tehdä tutkimusta. Se kertoo suhteestamme todellisuuteen. Se kertoo, miten kuuntelemme maailmaa, jota ei ole tehty meitä varten.

KVASIKONFORMIGEOMETRIA JA HAVAINNOLLISTUKSIA NEULEIN

Susanna Heikkilä

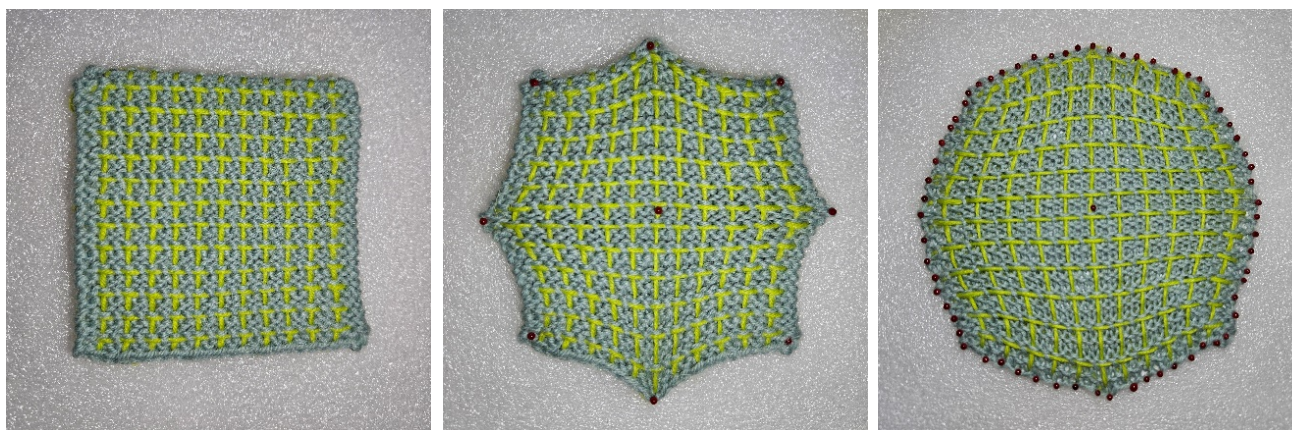
Tutkijatohtori, Jyväskylän Yliopisto

Väitöskirjatutkimukseni keskittyi kvasisäännöllisiin kuvauksiin ja käyriin. Merkityksellisesti yhdessä väitöskirjan artikkeleista annetaan lopullinen vastaus erääseen kvasisäännöllisten kuvausten pitkään avoinna olleeseen tutkimuskysymykseen.

KVASISÄÄNNÖLLINEN KUVAAUS

Kvasikonformigeometria on matematiikan osa-ala, jonka tutkimuksen keskiössä ovat kappaleiden muotojen muutokset. Näitä muutoksia tutkitaan muun muassa kvasisäännöllisten kuvausten avulla. Yleinen kuvaus antaa kulkutavan kahden avaruuden välillä: kuvauksella on kulkusuunta ja se kertoo, miten kukin lähtöavaruuden piste siirtyy maaliavaruuteen. Kvasisäännöllisen kuvauksen antama kulkutapa on sellainen, että lähtöavaruuden geometrinen rakenne vääristyy vain rajoitetun määrän.

Tasolla $\mathbb{R}^2$ on luonnollinen euklidisen geometrian rakenne, ja sen kvasisäännöllisiä muunnoksia voidaan mallintaa suppeasti arkielämässä. Jos esimerkiksi otetaan paperiarkki ja venytellään sitä eri muotoihin, niin paperi voi revetä helposti. Vaikka valittaisiin jotakin muuta materiaalia, vaikkapa neuletilkku, niin sekin hajoaisi riittävän kovan rasituksen alla. Teoreettisessa tutkimuksessa esiintyvä taso on siis ikään kuin ideaalimateriaali, sillä se kestää minkä vain määrän venytystä. Lisäksi teoreettinen taso on ääretömän kokoinen, toisin kuin arjessa vastaan tulevat paperiarkit ja neuletilkut.



Esimerkki: Neliö venytetään kiekoksi, ja neliön sisäiset kulmat muuttuvat prosessissa.

Kvasisäännöllisten kuvausten yhteisvai-
kutusta euklidisen geometrian kanssa
tutkitaan myös, kun tarkasteltava avaruus
on n -ulotteinen euklidinen avaruus $\mathbb{R}^n$.
Täten yksi kvasisäännöllisiin kuvauksiin
liittyvä luonnollinen kysymys on, minkä-
laisiin erilaisiin muotoihin Euklidinen ava-
ruus voidaan muuntaa kvasisäännöllisillä
kuvauksilla. Eli, millaisiin kaikenlaisiin
lopputuloksiin voidaan päästä vääntele-
mällä tuttua geometriaa sydämemme
kyllyydestä sitä kuitenkaan hajottamatta.

TASON MUUNTAMINEN PAL- LOPINNAKSI

Alexander-kuvaus $A : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{S}^2$ tasolta
 $\mathbb{R}^2$ pallopinnalle $\mathbb{S}^2$ on tyypillinen esi-
merkki tasossa määrittelystä kvasisään-
nöllisestä kuvauksesta. Kuvausta A mää-
riteltäessä taso on jaettu shakkilaudaksi,
ja pallopinta on jaettu vaaleaksi yläpuo-
liskoksi ja mustaksi alapuoliskoksi. Lisäksi
pallopinnan päiväntasaajalle on merkitty
neljä eri väristä pistettä, ja shakkilaudan
ruutujen nurkat on merkitty vastaavilla

väreillä. Shakkilaudan vaaleat ruudut ku-
vataan keskenään samoin: ruutu asete-
taan ensin pallopinnan yläpuoliskolle
niin, että sen nurkat asettuvat päivänta-
saajan samavärisille pisteille, ja sen jäl-
keen ruudun reunat venytetään päivän-
tasaajalle. Mustat ruudut kuvataan vas-
taavasti pallopinnan koko alapuoliskolle.

GROMOVIN KYSYMYKSIÄ

Täsmennetään nyt, että jatkuva kuvaus
 $f : M \mapsto N$ suunnistettujen Riemannin n -
monistojen välillä on kvasisäännöllinen,
mikäli se kuuluu Sobolev-avaruuteen
 $W_{\text{loc}}^{1,n}(M, N)$ ja sille pätee epäyhtälö
 $|Df(x)|^n \leq KJ_f(x)$ melkein kaikilla pis-
teillä jollakin vakiolla $K \geq 1$. Sanotaan,
että yhtenäinen ja suunnistettu Riemannin
 n -monisto N on kvasisäännöllisesti
elliptinen, mikäli on olemassa kvasisään-
nöllinen kuvaus $f : \mathbb{R}^n \mapsto N$, joka ei ole
vakiokuvaus. Aiemmin esitelty luonnolli-
nen kysymys voidaan siis esittää seuraa-
vassa muodossa: Millaiset yhtenäiset ja



Havainnollistus Alexander-kuvauksen alkuvaiheista.

suunnistettut Riemannin monistot ovat kvasisäännöllisesti elliptisiä.

Kvasisäännöllistä elliptisyyttä on tutkittu erityisesti suljettujen monistojen tapauksessa, eli tarkasteltavan moniston oletetaan olevan kompakti ja reunaton. Kaksiulotteisessa tilanteessa, diffeomorfismia vaille, ainoat suljetut kvasisäännöllisesti elliptiset monistot ovat pallopinta $\mathbb{S}^2$ ja donitsin pinta $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$ perustuen klassiseen kompleksianalyysiin.

Kolmiulotteisessa tilanteessa, diffeomorfismia vaille, kvasisäännöllisesti elliptisiä monistoja on hyvin vähän: $\mathbb{S}^3$, $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$, $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$, ja niiden tekijät [5]. Todistus oli mahdollinen Poincarén konjektuurille – ensimmäinen ja tähän mennessä ainoa ratkaistu Millennium-ongelma – ja sen keskeinen idea on, että suljetun kvasisäännöllisesti elliptisen moniston perusryhmä ei voi olla liian iso; kts. esimerkiksi [6] perusryhmien heuristiikkaa varten.

Myös korkeammissa ulottuvuuksissa on rajoite suljetun kvasisäännöllisesti elliptisen moniston perusryhmän koolle [9]. Rajoitetta voi ajatella niin, että kuvaukseen $f: \mathbb{R}^n \mapsto N$ kertyy venytystä moniston N perusryhmän mittaamien reikien väistelystä ja venytyksen määrä ei voi pysyä rajoitettuna, jos reikiä on liikaa.

Vuonna 1981 Gromov esitti kysymyksen [3], ovatko kaikki suljetut yhdesti yhte-

näiset ja suunnistettut Riemannin monistot kvasisäännöllisesti elliptisiä. Toisin sanoen, hän kysyi, voidaanko rajoitettu venytys taata, mikäli perusryhmän mittaamia reikiä ei ole ollenkaan.

DE RHAMIN KOHOMOLOGIA-RENGAS ASTUU KUVAAN

Moniston de Rhamin kohomologiarengas mittaa sen korkeampiulotteisia reikiä toisin kuin perusryhmä, joka mittaa yksiulotteisia reikiä. Esimerkiksi pallopinta $\mathbb{S}^2$ on yhdesti yhtenäinen, mutta sen de Rhamin kohomologiarengas on epätrivi-aali. Käy ilmi, että näiden korkeampiulotteisten reikien tarkastelulla on tärkeä rooli Gromovin kysymystä tutkittaessa.

Merkittävä edistysaskel tapahtui vuonna 2001, kun Bonk ja Heinonen osoittivat [1], että suljetun kvasisäännöllisesti elliptisen n -moniston de Rhamin kohomologiarengaan dimensio on rajoitettu vakiolla, joka riippuu luvusta n ja kvasisäännöllisen kuvauksen venytyksen määrästä. Koska tulos ei anna tarkkaa vakiota vaan ainoastaan sen olemassaolon, niin sen avulla ei vielä voitu antaa vastausta Gromovin kysymykseen. Toisaalta tulos vihjasi, että myös de Rhamin kohomologiarengaan mittaamat reiät saattaisivat muodostaa esteen kvasisäännölliselle elliptisyydelle.

Vuonna 2019 Prywes tarkensi Bonkin ja Heinosen tulosta osoittamalla [8], että suljetun kvasisäännöllisesti elliptisen n -moniston N k :lle de Rhamin kohomolo-

gialle pätee $\dim H^k(N) \leq \binom{n}{k}$ jokaisella $k = 0, \dots, n$. Prywes antoi lisäksi tuloksensa avulla esimerkin suljetusta yhdesti yhtenäisestä ja suunnistetusta 4-monistosta, joka ei ole kvasisäännöllisesti elliptinen.

Prywesin esimerkki antoi siis kielteisen vastauksen Gromovin kysymykseen. Prywesin tulos ei kuitenkaan tyhjentävästi kattanut yhdesti yhtenäistä neliulotteista tapausta. Selvitettävää oli siis vielä jäljellä: kaikki suljetut yhdesti yhtenäiset ja suunnistetut Riemannin 4-monistot eivät olekaan kvasisäännöllisesti elliptisiä – miten tunnistaa täsmälleen ne, jotka ovat?

Väitöskirjaohjaajani Pekka Pankan kanssa vahvensimme Prywesin tulosta näyttämällä [4], että suljetun kvasisäännöllisesti

elliptisen n -moniston N de Rhamin kohomologiarengas voidaan upottaa ulkoiseen algebraan $\wedge^* \mathbb{R}^n$. Erityisesti, hyödyntämällä leikkausmuotoja saimme johdettua tästä lisäehdon $\beta_2^\pm(N) \leq 3$ silloin kun $n = 4$, missä hajotelma $\beta_2^+(N) + \beta_2^-(N) = \dim H^2(N)$ on leikkausmuodon positiivi- ja negatiividefiniitin osan suhteen. Tämän lisäehdon avulla pystyimme osoittamaan, että 4-monistot, jotka jäivät käsittelemättä Prywesin tuloksella, eivät ole kvasisäännöllisesti elliptisiä. Yhdistämällä tämä vahvaan topologiseen 4-monistojen luokittelutulokseen [2] ja konstruoiuihin kvasisäännöllisiin kuvauksiin [7] saimme topologisen luokittelun suljetuille kaikille yhdesti yhtenäisille kvasisäännöllisesti elliptisille -monistoille.

$\beta_2^-(N) \setminus \beta_2^+(N)$	0	1	2	3
0	$\mathbb{S}^4$	$\mathbb{C}P^2$	$\#^2 \mathbb{C}P^2$	$\#^3 \mathbb{C}P^2$
1	$\mathbb{C}P^2$	$\mathbb{C}P^2 \# \overline{\mathbb{C}P^2}, \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2$	$\#^2 \mathbb{C}P^2 \# \mathbb{C}P^2$	$\#^3 \mathbb{C}P^2 \# \mathbb{C}P^2$
2	$\#^2 \overline{\mathbb{C}P^2}$	$\mathbb{C}P^2 \#^2 \overline{\mathbb{C}P^2}$	$\#^2 \mathbb{C}P^2 \#^2 \overline{\mathbb{C}P^2}, \#^2(\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2)$	$\#^3 \mathbb{C}P^2 \#^2 \overline{\mathbb{C}P^2}$
3	$\#^3 \overline{\mathbb{C}P^2}$	$\mathbb{C}P^2 \#^3 \overline{\mathbb{C}P^2}$	$\#^2 \mathbb{C}P^2 \#^3 \overline{\mathbb{C}P^2}$	$\#^3 \mathbb{C}P^2 \#^3 \overline{\mathbb{C}P^2}, \#^3(\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2)$

Suljettujen yhdesti yhtenäisten kvasisäännöllisesti elliptisten -monistojen topologinen luokittelu.

VIITTEET

- [1] M. Bonk ja J. Heinonen. Quasiregular mappings and cohomology. *Acta Math.*, 186(2):219–238, 2001.
- [2] M. H. Freedman. The topology of four-dimensional manifolds. *J. Differential Geom.*, 17(3):357–453, 1982.
- [3] M. Gromov. Hyperbolic manifolds, groups and actions. Teoksessa Riemann surfaces and related topics: Proceedings of the 1978 Stony Brook Conference (State Univ. New York, Stony Brook, N.Y., 1978), vuosikerta 97 sarjassa *Ann. of Math. Stud.*, sivut 183–213. Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1981
- [4] S. Heikkilä ja P. Pankka. De Rham algebras of closed quasiregularly elliptic manifolds are Euclidean. *Ann. of Math. (2)*, 201(2):459–488, 2025.
- [5] J. Jormakka. The existence of quasiregular mappings from $\mathbb{R}^n$ to closed orientable n -manifolds. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I Math. Dissertationes*, (69):44, 1998.
- [6] P. Laarne. Topologiaa talutushihnassa. *Solmu: matematiikkalehti*, (1):10–15, 2025.
- [7] R. Piergallini ja D. Zuddas. Brancher coverings of $\mathbb{R}^n$ and other basic n -manifolds. *Bull. Lond. Math. Soc.*, 53(3):825–842, 2021.
- [8] E. Prywes. A bound on the cohomology of quasiregularly elliptic manifolds. *Ann. of Math. (2)*, 189(3):863–883, 2019.
- [9] N. T. Varopoulos, L. Saloff-Coste ja T. Coulhon. *Analysis and geometry on groups*, vuosikerta 100 sarjassa *Cambridge Tracts in Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.

SUSANNA HEIKKILÄ



Nykyinen tehtävä: Tutkijatohtori

Työnantaja: Jyväskylän Yliopisto

Tutkinnot: FT, 2024, Helsingin Yliopisto

Tutkimustulokset: Gromovin kysymyksen ratkaisu, kvasisäännöllisten käyrien homologian määrittäminen

Tutkimuksen aihe/Ala: Kvasisäännölliset kuvaukset, ja niiden yleistykset mm. kvasisäännöllisille käyrille ja kvasisäännöllisille arvoille.

Susanna Heikkilä on vasta valmistunut matematiikan tutkija Jyväskylän yliopistossa. Hän on väitöskirjassaan ja sen jälkeen julkaissut useita merkittäviä tuloksia kvasisäännöllisten kuvauksien teoriassa, mm. Gromovin kysymyksen täydellinen ratkaisun. Susanna on myös ansioitunut matematiikan popularisoinnissa ja yleistajuisuamisessa, usein hyödyntäen virkattuja malleja. Hänen tutkimuksestaan ovat kirjoittaneet mm. Helsingin sanomat. Susannan sai Suomen Matemaattisen Yhdistyksen ja Magnus Ehrnroothin säätiön palkinnot ansiokkaasta väitöskirjasta.

FYSIIKAN KOULUTUSVERKOSTO FYSNET TARJOAA YLIOPISTOJEN VÄLISIÄ FYSIIKAN OPINTOJA

Daria Anttila, Antti Lehtinen, Pekka Koskinen

Tutkimuskoordinaattori, Yliopistonlehtori, Professori

Jyväskylän Yliopisto



Fysiikan koulutusverkosto (FysNet) -hanke tulee mahdollistamaan monipuolisen fysiikan ristiinopiskelun suomalaisten yliopistojen välillä. Hankkeen tavoitteena on laajentaa opiskelijoiden oppimismahdollisuuksia ja hyödyntää yliopistojen erityisosaamista ja asiantuntijuutta. Näin hanke vahvistaa yliopistojen välistä opetusyhteistyötä ja edistää kustannustehokasta opetusta.

Fysiikan maisteriopinnoissa opintojaksojen osallistujamäärät ovat usein pieniä. Siitä huolimatta yliopistoilla on omiin tutkimusprofiileihinsa perustuvat laajat valikoimat syventäviä opintojaksoja. Tähän saakka opiskelijoilla ei kuitenkaan ole ollut selvää polkua suorittaa muita kuin oman laitoksen tai ohjelman tarjonnassa olevia kursseja. Tilanteeseen on tulossa muutos. FysNet on Opetus- ja kulttuuriministeriön (OKM) rahoittama hanke, jonka tavoitteena on koota kaikki Suomen yliopistofysiikan kouluttajat yhteen kehittämään laadukasta fysiikan yliopistokoulutusta osaksi yhteistä kansallista opintotarjontaa. Kehittämisessä panostetaan laadukkaaseen ja joustavaan verkko- ja hybridiopetukseen, mikä mahdollistaa laajan ja kustannustehokkaan ristiinopiskelun. Hankkeessa on mukana yhdeksän fysiikan alan koulutusta tarjoavaa yliopistoa: Jyväskylän yliopisto, Tampereen yli-

opisto, Itä-Suomen yliopisto, Lappeenrannan–Lahden teknillinen yliopisto, Oulun yliopisto, Turun yliopisto, Åbo Akademi, Helsingin yliopisto ja Aalto-yliopisto. FysNetin koordinaattorina toimii Jyväskylän yliopiston fysiikan laitos. Hankkeen vaikutukset ulottuvat kaikkiin fysiikan yliopistokouluttajiin ja fysiikkaa eri tutkinto-ohjelmissa opiskeleviin opiskelijoihin kandi-, maisteri- ja DI-vaiheessa sekä tohtorikoulutuksessa.

HANKKEEN TAUSTA

Opetus- ja kulttuuriministeriö myönsi FysNetille noin 650 000 euron rahoituksen vuosille 2025-2026. Suurin osa rahoituksesta menee FysNetin opintotarjonnan kehitykseen, kuten yhteisopetuksessa toteutettujen kurssien kehitykseen, uusien kurssien luomiseen ja olemassa olevien kurssien muokkaamiseen verkko-

opetukseen sopiviksi. Hankkeen ohjausryhmä muodostuu partneri yliopistojen yhteyshenkilöistä ja koordinaattorista. FysNet myös ylläpitää yhteyksiä muihin fysiikan ja matematiikan ajankohtaisiin hankkeisiin ja verkostoihin, kuten Suomalaisen InstituteQ:n koulutusjaostoon (EduQ), Astroverkostoon, Kestävyyso-pinnot-verkostoon ja vetovoimaista ja innovatiivista matematiikan korkeakouluopetusta lisäävään MaTech-hankkeeseen. FysNet pyrkii hyödyntämään vakiintuneiden hankkeiden ja verkostojen kuten FiTechin ja Climate Universityn hyviä käytänteitä.

Vuoden 2025 alussa OKM on rahoittanut muitakin vastaavia hankkeita (esim. MaTech). Hankkeiden yhteisinä tavoitteina on korkeakoulujen kansallisen opetusyhteistyön lisääminen ja tutkinnon suorittamisaikojen nopeuttaminen. FysNetin puitteissa yliopistojen välille laaditaan ristiinopiskelusopimus. Verkoston kautta tarjottavien verkko-, hybridi- ja intensiivikurssien suorittamisen ja suoritusten siirtymisen henkilökohtaiseen opetussuunnitelmaan mahdollistaa ristiinopiskelupalvelu (RIPA).

FYSNETIN MERKITYS KOULUTTAJILLE

FysNetissä keskiössä on yliopistofysiikan kouluttajien välinen vuorovaikutus, opetusvertaistuki ja yhteistyö. Yliopistofysiikan opettajat tuntevat toisensa usein vain tutkimusyhteistyön kautta. Opetusyhteistyö on ollut paljon harvinaisem-

paa ja perustunut yksittäisten opettajien välisiin aloitteisiin. Näin syntyi aikanaan Kansallinen yliopistomatematiikan kouluttajien verkosto (NUME) ja myöhemmin Kansallinen yliopistofysiikan kouluttajien verkosto (NUPE). Koordinoitu ja kattava FysNet edesauttaa yksittäisiä aloitteita ja edistää NUPEn toimintaideaa.

FysNet tukee fysiikan perus- ja aineopin-tojen olemassa olevien materiaalien jakamista ja hyödyntämistä kouluttajien kesken perustuen yliopistojen omaan tarpeeseen ja erityisosaamiseen (esim. opetusmateriaalit ja -videot sekä Abacus-materiaalipankki). Hanke auttaa tunnistamaan ja listaamaan kansalliseen koulutustarjontaan sopivia kurssiresursseja (esim. MOOCit ja muiden verkostojen tarjoamat kurssit, mm. FiTechissä, Climate Universityssä ja Astroverkostossa). Vastaavasti hanke auttaa tunnistamaan kurssitarpeita ja vastaamaan niihin, erityisesti syventävien kurssien osalta. Tällöin opetusyhteistyö voi synnyttää myös uusia kursseja. Kalliiden ja pienten erikoiskurssien osalta FysNet edistää profiloitumista ja yliopistojen työnjaon selkeyttämistä. Resurssien jakaminen johtaa parhaimmillaan laadukkaampaan opetukseen ja ohjaukseen ja sen myötä hyvinvoivaan opettaja- ja opiskelijayhteisöön ja tutkintojen suoritusaikojen nopeutumiseen. Yhteissuunnitteluun ja omiin vahvuuksiin nojaaminen takaa sen, että yliopistojen hanketoiminta kohdistuu muiden tarjonnan täydentämiseen, ei kilpailuun.

FYSNETIN MERKITYS OPISKELIJOILLE

FysNetin kansallinen opintotarjonta mahdollistaa joustavan oppimisen, joka tukee opiskelijoiden omaa koulutuspolkua. Opiskelijat pääsevät täydentämään osaamistaan kiinnostukseensa ja aikatauluihinsa sopivilla kursseilla, joita ei ollut aiemmin mahdollista opiskella omassa koulutusohjelmassa. FysNetin tarjontaa pyritään suunnittelemaan siten, että jokaiselle opiskelijalle löytyisi kahdesta kolmeen sopivaa syventävää kurssia, eli noin 10-15 opintopisteen verran. Näin opintotarjontaan saadaan kultakin fysiikan alalta Suomen paras mahdollinen asiantuntemus. Silloin yliopistoista valmistuvat koulutusprofiileiltaan monipuoliset osaajat, joiden osaaminen on entistä yksilöllisempi.

PEDAGOGISET RATKAISUT

FysNet tuo ensimmäistä kertaa koko Suomen yliopistofysiikan koulutuksen yhteen. Tämä luo erinomaiset edellytykset innovatiivisille toimintamalleille ja opetuksen kehitykselle, erityisesti digitaalisten ratkaisujen kannalta syventävien opintojen osalta. FysNetissä etsitään esimerkiksi hyviä ratkaisuja arvioinnin järjestämiseen digiympäristössä ja pohditaan miten suurten kielimallien tuomia ongelmia voisi ratkoa fysiikan opetuksessa. FysNet panostaa tuotettavien kursien laatuun ja tarjonnasta tulevat löytymään monipuolisesti erilaisilla pedagogisilla lähestymistavoilla toteutettuja kurs-

seja. Pedagogisesti eri tavalla toteutetut verkkokurssit voivat palvella monipuolisesti erilaisia oppijoita, koska useat syventäviä maisteriopintoja suorittavat ovat jo tottuneet verkko-opiskeluun.

Vaikka verkko-opetus on tullut jäädäkseen ja sen edistäminen on tärkeää ja ajankohtaista, yliopistojen lähiopetuksella on olennainen roolinsa. FysNetin toiminta perustuu tähän linjaukseen, jolloin osa kursseista tulee seuraamaan hybridiopetusmallia eikä tarpeellisia lähiopetuskursseja muuteta verkkototeutuksiksi. Hybridiopetusmallissa on tarkoitus tarjota yliopistoihin digitaalisten sisältöjen ohelle paikallista vuorovaikutusta esimerkiksi opetusassistentin kanssa. Lisäksi FysNet listaa paikan päällä järjestettäviä intensiivikursseja, jotka ovat ajankoh-
taisia erityisesti väitöskirjatutkijoille.

AIKATAULU JA TULEVAISUUDEN NÄKYMÄT

Vuoden 2025 alussa hanke lähti liikkeelle materiaalien ja kurssien tunnistamisella ja aliverkostojen muodostamisella. Nyt FysNetissä on 15 temaattista ryhmää eri fysiikan aihepiireissä (opettajakoulutus, optiikka ja fotonikka, materiaalfysiikka, ydin- ja hiukkasfysiikka, jne.), joissa työskentelee FysNetin opintotarjontaa, kartoitetaan nykyistä kurssitilannetta, jaetaan käytänteitä ja kierrätetään hyviä materiaaleja. Koko temaattisten ryhmien listaus ja enemmän infoa joka ryhmästä löytyy FysNetin verkkosivulta [1]. Ensimmäiset kurssit toteutetaan vuoden 2026 aikana

sekä materiaalin tuominen yhteiseen käyttöön. Keväällä 2026 kurssilistaus tulee löytymään FysNetin verkkosivulta ja [Opin.fi](https://www.jyu.fi/opin) -palvelusta, jonka kautta opiskelijat voivat ilmoittautua kursseille.

Nyt on hyvä hetki ottaa FysNetin verkkosivu seurantaan ja varmistaa, että kollegat ja opiskelijat tietävät verkoston tuomista mahdollisuuksista. Jo tämän luku-

VIITTEET

[1] FysNet:n verkkosivu <https://www.jyu.fi/fi/hankkeet/fysnet-fysiikan-koulutusverkosto>

Mitä? Fysiikan koulutusverkosto (FysNet) rakentaa kansallista opintotarjontaa fysiikan opiskelijoille (verkko-, hybridi- ja intensiivikurssit).

Miksi? FysNet edistää yliopistojen välistä opetusyhteistyötä ja materiaalien jakamista sekä yliopistojen työnjaon selkeyttämistä. Tämä johtaa parhaimmillaan laadukkaampaan opetukseen sekä laajempaan kurssivalikoimaan opiskelijoille.

Milloin? Keväällä 2026 kurssit näkyvät FysNetin nettisivulla [1] ja niiden opiskelu alkaisi jo lukuvuonna 2026-2027.

Miten? FysNetin puitteissa laaditaan ristiinopiskelusopimus, ja kursseille ilmoittaudutaan [Opin.fi](https://www.jyu.fi/opin)-palvelun kautta. Kurssisuoritukset siirtyvät automaattisesti opiskelijan HOPSiin ristiinopiskelupalvelun kautta.

What? Physics Network (FysNet) provides physics courses for cross-study at the national level (online, hybrid, and intensive courses).

Why? FysNet promotes collaboration, the exchange of teaching materials, and a better division of workload between universities. Eventually, this can lead to higher-quality teaching and more versatile course offerings for students.

When? Courses will be listed on the FysNet website in the spring of 2026, and students will be able to participate in them already during the 2026–27 academic year.

How? FysNet is preparing a cross-study agreement, and students can enroll in courses through [Opin.fi](https://www.jyu.fi/opin). Course performance data is automatically transferred to students' personal study plans through the cross-study service RIPA.

VETOVOIMAISTA JA INNOVATIIVISTA MATEMATIIKAN KORKEAKOULUOPETUSTA YLIOPISTOVERKOSTON YHTEISTYÖNÄ (MATECH)

Simo Ali-Löytty

*Vanhempi yliopistonlehtori,
Tampereen Yliopisto*

Jaakko Hyytiä

*Väitöskirjatutkija,
Tampereen Yliopisto*

Anne-Maria Ernvall-Hytönen

Professori, Helsingin Yliopisto

Emma-Karoliina Kurki

Tutkijatohtori, Aalto University

Juho Tiainen

*Projektisuunnittelija,
Joensuun Yliopisto*

MaTech-yhteistyöhankkeen tarkoituksena on vastata yleisesti tunnettuihin huolenaiheisiin, jotka liittyvät matematiikan osaamistasoon sekä opiskelun heikkoon suosioon. Kuten hankkeen akateeminen johtaja Simo Ali-Löytty toteaa [1]:

“Matematiikan osaamistason lasku näkyy sekä yliopisto-opinnoissa että työelämässä. Tämän hankkeen turvin voimme paremmin vastata tähän haasteeseen. Tuloksista hyötyvät lukiolaiset, korkeakoulujen opiskelijat ja opettajat sekä aikuisoppijat, jotka haluavat virkistää unohtuneita taitoja”

HANKKEEN TAUSTA JA LÄHTÖKOHDAT

Hankkeen tavoitteena on lisätä matematiikan opiskelun vetovoimaa ja parantaa osaamistasoa. Hankkeessa kehitetään matematiikan koulutusta muun muassa opetussuunnitelman, opetusyhteistyön ja digipedagogiikan osalta, sekä vähennetään perusopintojen päällekkäisyyksiä. Tarkoituksena on myös lisätä tavoiteajassa valmistuvien opiskelijoiden määrää tarjoamalla joustavia koulutuspolkuja. Samalla hanke tukee kansallisen LUMA-strategian ja Digivisio 2030 -hankkeen

tavoitteita.

Hanke koostuu seuraavista toisiaan tukevista työpaketeista:

Työpaketti 1: Yliopistojen matematiikan opetuksen kokonaiskuva, siirtymät ja kehittämisen lähtökohdat

Työpaketti 2: Matematiikan opiskelun houkuttelevuus ja riittävät perusvalmiudet yliopisto-opintojen alussa

Työpaketti 3: Innostavat verkko-oppimismateriaalit ja yhteisopettajuuden pilotointi

Työpaketti 4: Syventävien opintojen yhteistyö

Hankkeessa ovat mukana Aalto-yliopisto, Helsingin yliopisto, Itä-Suomen yliopisto, Jyväskylän yliopisto, LUT-yliopisto, Oulun yliopisto, Tampereen yliopisto, Turun yliopisto, Vaasan yliopisto ja Åbo Akademi. Hanketta rahoittaa Opetus- ja kulttuuriministeriö (OKM) ja se kestää vuoden 2026 loppuun saakka.

TYÖPAKETTI 1: MISSÄ MENNÄÄN? MATEMATIIKAN PERUSOPETUKSEN LÄHTÖTILANNE

Työpaketin keskeisin tehtävä on tuottaa yleiskuva yliopistomatematiikan perusopetuksen nykytilasta. Yksittäisen yliopiston kandidaton matematiikan opetusta ei yleensä ole suunniteltu modulaarisesti, vaan kursseista muodostuu kokonaisuus, jonka tarkoitus on antaa opiskelijalle riittävät matemaattiset pohjatiedot opintojen jatkamiseksi samassa koulutusohjelmassa. Näin ollen kursseilla nimeltä ”Integraalilaskenta” saatetaan yliopistosta riippuen joko käsitellä differentiaaliyhtälöiden perusteet tai sitten ei. Ja mitä mahtakaan sisältää ”Matematiikan peruskurssi 2”?

Työpaketin puitteissa laadimme selvityksen, josta käyvät ilmi luonnontieteiden ja tekniikan kandidatin tutkintoihin sisälty-

vien matematiikan peruskurssien laajuus ja keskeiset sisällöt eri yliopistoissa. Luonnontieteiden tutkinnoista ovat mukana matematiikka, fysiikka, kemia, tietojenkäsittelytiede sekä näiden aineenopettajat. Kurssien matemaattinen sisältö on kuvailtu avainsanoin, joiden perusteella on verrattain helppoa ja nopeaa tunnistaa toisiaan korvaavat opintojaksot. Samalla on saatu suuntaa antava käsitys siitä, millaista matematiikkaa esimerkiksi tuore suomalainen diplomi-insinööri on opinnoissaan kohdannut.

Tulosten pohjalta tuotamme ehdotuksen tekniikan koulutuksen matematiikan ydinsisällöiksi, joiden osaaminen vaaditaan kaikilta valmistuvilta. Kansainvälisenä vertailukohtana on SEFI:n (Société Européenne pour la Formation des Ingénieurs) laatima opetussuunnitelmaehdotus. [2]

Työpaketin aikaansaannokset palvelevat välittömästi yliopistoista toiseen sekä AMK-opinnoista yliopistoon siirtyviä opiskelijoita ja hyväksilukuhakemuksia käsitteleviä opettajia, sekä toimivat lähtökohtana muiden työpakettien työskentelylle. Pidemmällä aikavälillä selvitys voi tukea opetussuunnitelmatyötä.

TYÖPAKETTI 2: TYÖELÄMÄ NÄKYVÄKSI! MATEMATIIKAN MERKITYS JA URAMAHDOLLISUUDET

Työpaketissa tehdään näkyväksi matematiikan keskeinen rooli yhteiskunnassa ja työelämässä. Tuotettavissa lyhyissä vi-

deoissa eri alojen asiantuntijat avaavat konkreettisesti, miten matematiikka kytkeytyy heidän työhönsä ja alansa kehitykseen. Tavoitteena on tuoda esiin matematiikan monipuolisuus ja sen merkitys paitsi teknisenä työkaluna myös ajattelun ja ongelmanratkaisun välineenä monipuolisissa työtehtävissä.

Videoissa käsitellään muun muassa seuraavia kysymyksiä:

Miten matemaattista ajattelua ja menetelmiä sovelletaan eri ammateissa?

Miten matemaattinen osaaminen avaa uusia uusia uramahdollisuuksiin ja monitieteisiin tehtäviin?

Videoiden tarkoituksena on inspiroida opiskelijoita ja herättää keskustelua matematiikan merkityksestä muuttuvassa työelämässä.

MATALAMPI KYNNYS MATEMATIIKAN YLIOPISTO-OPINTOIHIIN

Työpaketin toisena painopistealueena on kehittää kaikille avoin lukiomatematiikan kertauskurssi, joka tarjoaa joustavan ja yksilöllisen tavan vahvistaa osaamista ennen korkeakouluopintoja. Kurssi tukee opiskelijoiden erilaisia taustoja ja oppimistyyliä sekä auttaa rakentamaan siltaa toisen asteen ja yliopisto-opintojen välille.

Kokonaisuudessaan työpaketti tukee matematiikan näkyvyyttä ja vetovoimaa

sekä edistää laajemmin matemaattisen ajattelun ja osaamisen arvostusta osana kestäväää, osaamiseen perustuvaa yhteiskuntaa.

TYÖPAKETTI 3: PAREMMAT MAHDOLLISUUDET OSALLISTUA VERKKOKURSSEILLE JA YHTEISOPETTAJUUDEN PILOTOINTI

Monilla yliopistoilla on eri aiheiden verkkokursseja tarjolla, mutta näiden löytäminen ei välttämättä ole helppoa muille kuin yliopiston omille opiskelijoille. Saamalla verkkokurssit helpommin löydettäviksi parannetaan esimerkiksi lukiolaisten mahdollisuuksia kokeilla matematiikan opiskelua yliopistotasolla. Lisäksi osa yliopiston matematiikan kursseista on lähes samanlaisia useassa yliopistossa, jolloin joustava tarjonta ja joustavat hyväksilukumahdollisuudet tarjoavat aiempaa enemmän mahdollisuuksia suorittaa kursseja.

Pääpaino verkkokurssien osalta työpaketissa on verkkokurssien toteuttaminen. Osittain tämä tarkoittaa olemassa olevien kurssien päivittämistä, laajentamista tai avaamista isommalle yleisölle, osittain taas täysin uusien verkkokurssien tekemistä.

Yhteisopettajuuden pilotissa suunnitellaan ja kokeillaan toimivia käytänteitä yliopistojen väliseen yhteisopettajuuteen. Tarkoitus on testata erilaisia yhteisopettajuuden muotoja, erityisesti rinnakkaisopetusta. Yhteisopettajuudella viitataan

tässä tapauksessa sellaiseen yhteistyöhön, jossa samalla opintojaksolla toimii useita opettajia eri kampuksilla ja yliopistoissa. Opettajat suunnittelevat yhdessä toimivia pedagogisia ratkaisuja, sisältöjä ja mielekkäitä työnjakomalleja. Yhteisopettajuuden lisäksi on tarkoitus kehittää myös muita kurssiyhteistyön muotoja. Keväällä 2026 ilmoitetaan kokeilussa mukana olevat kurssit sekä ohjeistetaan opiskelijoita ilmoittautumisessa. Ensimmäiset kurssit järjestetään kesällä 2026.

TYÖPAKETTI 4: MATEMATIIKAN SYVENTÄVIEN KURSSIEN RISTIINOISKELUSOPIMUS

Tähän mennessä opiskelijat ovat voineet osallistua muiden yliopistojen kursseille JOO-sopimuksen perusteella. Tällöin opiskelija on anonut opinto-oikeuden tietuille toisen yliopiston kursseille, mutta tämä järjestely päättyy 1.1.2026. Uudelle ratkaisulle on siis suuri tarve. Tavoitteena onkin luoda laaja-alainen ristiinopiskel-

lusopimus mahdollisimman monen suomalaisen yliopiston kesken.

Ristiinopiskelusopimuksen avulla opiskelijat voivat opiskella kattavasti myös muiden yliopistojen syventävien matematiikan ja tilastotieteen kursseja. Opiskelijoiden ei tarvitse erikseen anoa oikeutta tähän. Kurssien opettajille ei tule järjestelystä ylimääräistä työtä, eli ei vaadita esimerkiksi etäluentojen järjestämistä. Päämääränä on se, että muidenkin yliopistojen opiskelijat voivat osallistua olemassa oleville kursseille mahdollisimman sujuvasti.

Hankkeen yhteystiedot: Vanhempi yliopistonlehtori Simo Ali-Löytty (hankkeen johtaja), Tampereen yliopisto, simo.ali-loytty@tuni.fi.

Hankkeen kotisivut: <https://fitech.io/fi/fitech/vetovoimaista-ja-innovatiivista-matematiikan-korkeakouluopetusta-yliopistoverkoston-yhteistyona/>

VIITTEET

[1] Sitaatti ilmestynyt alun perin hanketiedotteessa: [Uusi kehityshanke käynnistymässä – tavoitteena lisätä matematiikan koulutuksen vetovoimaa ja edistää opintoihin hakeutumista | FITech](#)

[2] SEFI Mathematics Working Group (2013). A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. <https://www.sefi.be/publication/a-framework-for-mathematics-curricula-in-engineering-education/> (28.10.2025).

GREEN TURN WITH MATH - EN KURS OM DEN GRÖNA OMSTÄLLNINGEN

Conny Karlsson, Freddy Häggblom, Florian Haug, Stefan Emet

Högskolan vid Åland

BAKGRUND

Våren 2025 färdigställdes en omfattande uppgradering av energilaboratoriet vid Högskolan på Åland. Laboratoriet har under lång tid använts i högskolans utbildningar, särskilt inom marinteknik, där det fungerat som en praktisk miljö för att studera energisystem i drift. Genom moderniseringen tillfördes bland annat värmepumpar, solpaneler och ett vindkraftsystem. Tillsammans skapar dessa nya tekniker möjlighet att arbeta betydligt mer integrerat med frågor om grön och förnybar energi i undervisningen [1].

Inom ramen för ett Erasmus-samarbete med Tallinn Tehnikal Korgkool (TTK) utvecklades under 2024-2025 kursen "Green Turn with Math" (3 sp) som hölls för första gången under våren 2025. Kursens huvudidé var att knyta samman matematiska modeller och metoder med konkreta frågeställningar inom den gröna omställningen – och samtidigt stärka studerandes förståelse för både energisystem och hållbarhetsutmaningar.

KURSUPPLÄGG

Kursen inleddes med en online period (3.3 - 7.3.2025) via TTK:s Moodle-plattform, där kollegerna i Tallinn ansvarade för kurssidorna och de interaktiva övnin- garna i Moodle/Stack. I denna första del behandlades centrala hållbarhetsbe- grepp och den bakomliggande matema- tiken, huvudsakligen baserad på [2].

Under den efterföljande campusveckan vid Högskolan på Åland genomförde del- tagarna ett antal laborationer, där den uppgraderade utrustningen i energilabo- ratoriet spelade en central roll. Tre labo- rationer ingick i kuren: en övning med dieselgeneratoren, en med värmepum- parna och en med solcellsanläggningen. Campusveckan kompletterades dessu- tom med studiebesök till Långnabba vindkraftverk, sjöfartscentrets simulator samt sjöfartsmuséet och museums skeppet Pommern.

Den andra kurs fasen bestod av ytterliga- re en online period som byggde vidare på den teoretiska grunden, denna gång med fokus på statistiska metoder. Kursen avslutades med en gemensam vecka i Tallinn (7-11.4.2025), där studerande ana-

lyserade och jämförde data insamlade under laborationerna. Bland annat beräknades och jämfördes skillnader i koldioxidutsläpp (CO_2) mellan de olika energiproducerande systemen som de arbetade med på Åland.

Totalt deltog 16 studerande, varav 6 från Högskolan på Åland och 10 från Tallinn TTK. Deltagargruppen var mycket heterogen – allt från ingenjörstudenter till studerande inom helt andra områden, såsom mode och design. Ett uttalat mål var därför att skapa en kurs som var tillgänglig och meningsfull oavsett studieinriktning. Kursutvärderingarna visar att detta lyckades väl: studenter från samtliga bakgrunder uppgav att de fått nya insikter och att kursens praktiska upplägg varit givande.

LABORATIONER

Studerande delades in i tre mindre grupper om 6-8 deltagare. Varje grupp utförde tre laborationer: en med dieselgeneratoren, en i värmepumpslaboratoriet samt en med solpanelsanläggningen.

I laborationen med dieselgeneratoren fick studerandena starta upp generatoren och belasta den stegvis med fyra 20 kW belastningsmotstånd. Vid varje laststeg mättes centrala parametrar såsom bränsleförbrukning, CO_2 -halt (%) i avgaserna, avgastemperaturen och avgashastigheten. Andra nödvändiga storheter, exempelvis bränslets densitet, var givna i för-

väg. Utifrån dessa parametrar beräknades teoretiska CO_2 -utsläpp enligt två metoder.

Metod 1: En bränslebaserad beräkning baserad på referensvärden:

$$\text{Specifikt } \text{CO}_2\text{-utsläpp (kg/kWh)} = \frac{\text{Bränsleförbrukning} \times \text{CO}_2\text{-emissionsfaktor}}{\text{Generatorbelastningen (kW)}}$$

Metod 2: En avgasbaserad beräkning, där avgashastigheten bestämdes med pitotrör :

$$\text{Specifikt } \text{CO}_2\text{-utsläpp (kg/kWh)} = \frac{\dot{m}_{\text{CO}_2}(\text{kg/h})}{\text{Generatorbelastningen (kW)}}$$

Metod 1 är en standard ansats som baserar sig på givna referensvärden medan metod 2 bygger på direkta mätdata. Genom att jämföra de två metoderna fick studerandena en känsla för hur ett utsläppsvärde kan härledas och hur det sedan kan jämföras med resultaten från värmepumpen och solcellsanläggningen.

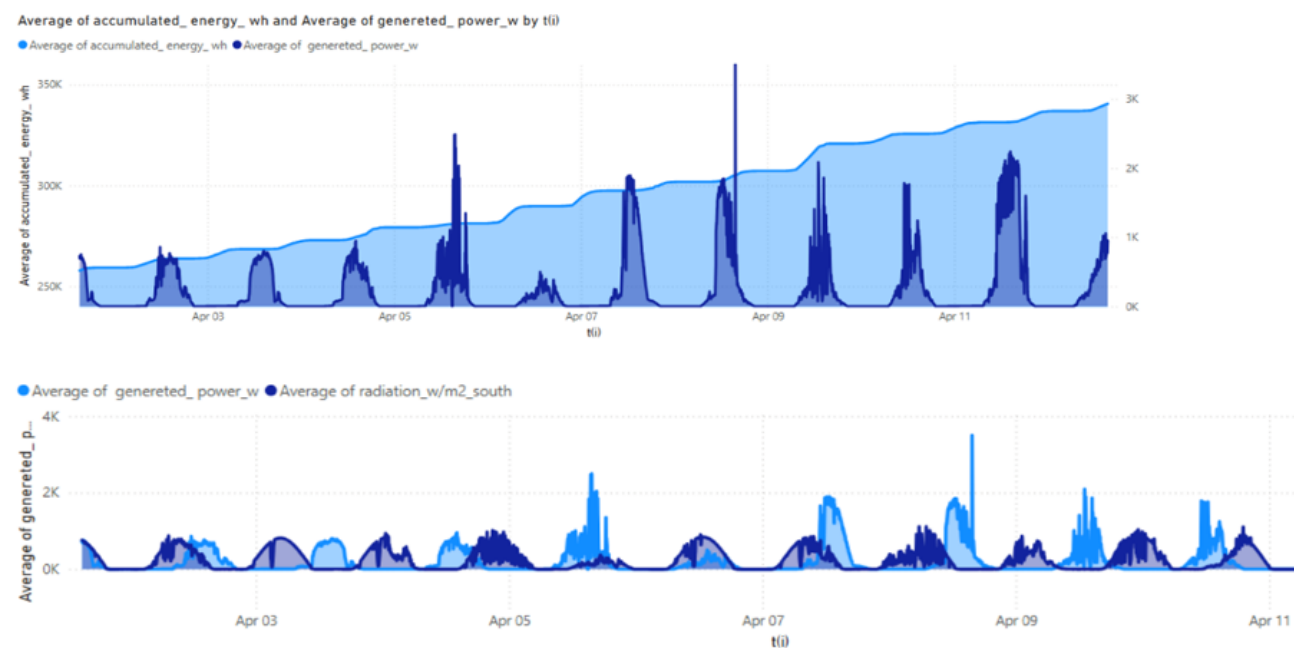
I laborationen med värmepump systemet analyserades den förbrukade elenergin över tid och jämfördes med den producerade termiska energin (producerad värme) under samma tidsperiod. Den producerade termiska energin bestämdes med hjälp av givare som mäter temperatur samt flöden på värmepumpens fram- och returledning på både frikyla- och värmesidan. Samtliga mätvärden loggas i realtid. Utifrån dessa data kunde

de studerande beräkna och verifiera värmepumparnas COP-värden, samt observera temperaturberoende variationer värmepumparnas prestanda.

I solcells-laborationen analyserades realtidsdata från både anläggningens inverter och en extern pyranometer (ljusinstrålningsmätare), som mäter ljusinstrålningen i W/m^2 . Genom att kombinera information om den momentana producerade effekten producerad och ljusinstrålningen, och med kännedom om solcells anläggningens totala area, kunde solpanelernas verkningsgrad beräknas. I figur 1 nedan ses solblomman, som är en robotstyrd solpanel.



Figur 1. Solblomman; en robotstyrd solpanel vid Högskolan på Åland.



Figur 2. Exempel på genererad effekt från solpanelerna.

All datainsamling hanteras av SCADA-systemet Ignition av Inductive Automation som försett högskolan på Åland med en utbildningslicens. Systemet möjliggör dataloggning i realtid och ger enkel åtkomst till historiska mätvärden flera år bakåt i tiden. På föregående sida visas i figuren ett exempel på effekten genererad mellan den 3.4 - 10.4.2025.

RESULTAT

De praktiska laborationerna genomfördes överlag mycket väl, särskilt med tanke på att detta var första gången kursen genomfördes. Dieselgeneratoren, som sedan tidigare använts i flera undervisningssammanhang, fungerade stabilt och gav förutsägbara mätvärden som referens för fossilbaserad energiproduktion. Mätdata från värmepumparna visade god överensstämmelse med teorin, vilket gav studerandena tydliga och konsistenta resultat.

Solcellsanläggningen var nyinstallerad och den tillhörande programvaran togs i bruk strax före kursstart. Detta gjorde att den tillgängliga datamängden begränsades till omkring två veckor, men materialet gav ändå möjlighet att genomföra grundläggande analys av verkningsgraden.

Studenternas kursutvärderingar visar att de praktiska momenten uppskattades och värderades högt. Även studiebesöken och det övriga programmet i Marie-

hamn och Tallinn lyftes fram som uppskattade och lärorika inslag.

DISKUSSION

Kursen utgjorde en av de första större testkörningarna av den nya utrustningen i energilaboratoriet. Laboratorieingenjörerna Hilda Holmström och Gideon Eklund bidrog med avgörande stöd genom sin tekniska kompetens och praktiska kunskap om systemen. Detta var en viktig förutsättning för att laborationerna skulle fungera så smidigt som de gjorde.

Utöver att Högskolan på Åland nu kan glädjas åt en modern och välutrustad laboratoriemiljö visar kursens genomförande även värdet av det interna kunskandet och samarbetet kring installation och drift. Ett särskilt tack riktas också till Erasmus-programmet, vars stöd möjliggjorde kursdeltagarnas resor mellan Åland och Tallinn.

Kursen kommer att erbjudas på nytt under 2026, denna gång som en BIP (Blended Intensive Programme). Det innebär att även studerande från andra universitet och högskolor inom Europa får möjlighet att delta. Med de goda erfarenheterna från årets genomförande hoppas vi kunna välkomna många nya, nyfikna och engagerade deltagare med olika bakgrunder.

REFERENSER

- [1] Haug, F., Eklund, G., Hellstrand, O., Häggblom, F., Jayawardana, N., Karlsson, M. Innovative energy laboratory design for hybrid power systems research and education, IET Conference Proceedings, Volume 2025, Issue 16, DOI: 10.1049/icp.2025.2379
- [2] Roe J., deFrost R. & Jamshidi S. (2018). Mathematics for Sustainability, Springer.
- [3] Inductive Automation, SCADA Software: Ignition by Inductive Automation.



AKATEMIAN JALKAVÄKI: HAVAINTOJA TOHTORIPILOTIN ALKUTAIPALEELTA

Sini Tiihonen

Väitöskirjatutkija, Jyväskylän Yliopisto

Mukavaa päättävää vuotta, hyvä lukija!

Opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittama valtakunnallinen tohtorikoulutuspilottia on takana kohta vuosi. Tähän vuoteen on mahtunut monenlaista.

Aloitin omat jatko-opintoni Monitieteissä sosiaalipalveluiden tohtoripilotissa (DocSoc360) tammikuussa. Ennen pilotin alkamista DocSoc360 vaikutti vielä abstraktilta ja etäiseltä, aivan kuten väitöskirja-aiheeni.

Ensimmäisten orientaatioiden, ohjausta-
paamisten ja jatko-opintoseminaarien
myötä kuva omasta tutkimuksesta ja sen

linkittymistä osaksi laajempaa pilottihan-
kettä on kuitenkin tarkentunut. On ollut
antoisaa tutustua pilotin puitteissa uusiin
ihmisiin ja heidän tutkimushankkeisiinsa.
Nämä alkutunnelmat tarjoavatkin hyvän
syyn esitellä pilottia ja sen tuomia eri-
tyispiirteitä jatko-opintoihini!

PILOTTILASIEN TAKAA: MIKÄ DOCSOC360?

DocSoc360 on Lapin yliopiston luotsaa-
ma tohtorikoulutusverkosto, johon kuu-
luu seitsemän suomalaista yliopistoa. Pi-
lotin tavoitteena on sosiaalipalvelujen
vahvistaminen tutkimusperustaisesti ja
monitieteisesti. Mukana on monia tietee-
naloja sosiaalityöstä hallintotieteisiin,

kasvatustieteisiin, yhteiskuntatieteisiin ja oikeustieteeseen.

Meitä väitöskirjatutkijoita on hankkeessa yhteensä 34. Vaikka kaikkien tutkimusaiheet liittyvät tavalla tai toisella sosiaalipalveluihin, aiheiden kirjo on runsas. Näkökulmat vaihtelevat ruohonjuuritason asiakastyön työmenetelmien ja mikrokohtaamisten tutkimisesta laajempien palveluekosysteemien, työprosessien ja palvelujärjestelmien tarkasteluun. Tutkittavana on lukuisia asiakasryhmiä lapsista ja nuorista erityisen tuen tarpeen asiakaisiin, vähemmistöihin ja ikääntyneisiin.

Oma fokukseni on digitaalisen murroksen vaikutuksissa palveluohjaukseen. Vaikka aihe on uniikki, on ollut kiinnostava havaita jo varhaisessa vaiheessa yhtymäkohtia muihin pilotin tutkimuksiin.

MITÄ UUTTA PILOTTI TUO JATKO-OPINTOIHIN?

Pilottilaisen jatko-opintoihini sisältyy joitain uusia käytäntöjä ja kokeiluja. Tässä joitain erityispiirteitä, jotka tuntuvat jo jatko-opintojen alkuvaiheessa:

Rahoitus: Kolmen vuoden rahoituksen ansiosta väitöskirja on mahdollista käynnistää heti ja sitä voi edistää täyspäiväisesti. Työaikaa ei tarvitse käyttää rahoitushakemusten kirjoittamiseen, opettamiseen tai sivutöihin, mitkä lienevät yleisimpiä väitöskirjan etenemistä hidastavia tekijöitä rahoituskauden aikana. Rahoitusta on varattu myös muihin kuluihin,

kuten konferenssimatkoihin ja aineistonkeruukuluihin, mikä tekee niidenkin järjestämisestä vaivattomampaa. Työsuhteisena väitöskirjatutkija saa käyttöönsä muitakin resursseja, kuten työläppäriin, ohjelmistolisenssejä, työpisteen ja työterveyspalveluja. Tämä jos mikä helpottaa tutkimusarkea.

Valmiit tutkimusaineistot: Pilottilaisia kehoitetaan käyttämään hankkeissa valmiiksi kerättyjä tutkimusaineistoja. Oman aineiston kerääminen on myös mahdollista, mutta ajatuksena on, ettei ainakaan kaikkea aineistoa tarvitse kerätä itse. Kun aineisto on valmiiksi kerätty tai eettiset ennakoarvioinnit ja lupahakemukset on laitettu aiemmin vireille, väitöskirjatutkijalta säästyy merkittävästi aikaa tutkimuksen alusta.

Aikataulu: Valmiiden aineistojen, strukturoidun ohjelman, ohjausresurssien ja rahoituksen tavoitteena on nopeuttaa tohtorin tutkinnon suorittamista. Pilotissa tavoiteaika on kolmesta neljään vuoteen (vrt. yhteiskuntatieteissä keskimääräinen valmistumisaika 5–7 vuotta tai yli). Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että tutkinnon olisi pakko valmistua siihen mennessä. Yllätyksiä voi tapahtua, niin henkilökohtaisessa elämässä kuin globaalissa mitta-kaavassa, mikä on tuotu ymmärtäväisesti esiin myös pilotissa.

Teemaryhmät: Pilotissa on oma tohtori-seminaari, joka kokoontuu etäyhteyksin pari kertaa lukukaudessa. Teemaryhmät

ovat pieniä (omassani on 6 väitöskirjatutkijaa ja 2 ohjaajaa / mentoria) ja ne on muodostettu tutkimusaiheita yhdistävien teemojen pohjalta. Ryhmän tarkoituksena on tarjota paitsi struktuuria ja palautetta väitöskirjan etenemiseen, myös vertaistukea koko kolmivuotisen matkan varrelle.

Pilotin lähitapaamiset: Teemaryhmien lisäksi järjestetään koko pilotin yhteisiä lähitapaamisia pari kertaa vuodessa. Tapaamiset kestävät pari päivää ja niihin sisältyy monenlaista ohjelmaa sekä ohjaajille että ohjattaville vaihtuvien teemojen. Tähän asti on käsitelty mm. Monitieteisyyttä, työhyvinvointia, tieteellistä julkaisemista ja omaa tutkijanpolkua. Näiden isojen lähitapaamisten lisäksi pilotissa toteutetaan eri kokoonpanoilla (esim. Jyväskylän tiimin) omaa toimintaa, kuten syksyinen kirjoitusretriitti.

Muut resurssit: Pilotilla on oma Moodle-alusta, joka toimii pääasiallisena tiedotuskanavana pilotin sisällä. Sinne on tiedotettu myös relevanteista kursseista, abstraktihauista ja tapahtumista.

LOPUKSI

Uudistuksista huolimatta monet jatko-opintojen käytännöt säilyvät kaikille yhteisinä. Esimerkiksi väitöskirjavaatimukset ja jatko-opintokursseihin liittyvät vaatimukset eivät ole pilottilaisille erilaiset.

Käytännössä pilotti muistuttaa vahvasti väitöskirjan edistämistä osana tutkimus-

hanketta tai konsortiota. Sen hyvinä puolina näen tietenkin resurssit, tutkimusaineistot ja verkostot, jotka rikastuttavat monin tavoin jatko-opintoja ja mahdollistavat sen työstämisen päätoimisena. Rajoitteena voisin ehkä pitää sitä, ettei liikumavaraa ole yhtä paljon tarjolla kuin sooloväitöskirjassa. Oma tutkimusta on edistettävä jossain määrin hankkeen materiaalien, tutkimusasetelmien ja aikataulujen ehdoilla. Vaikka tämä sopii hyvin itselleni, se ei ehkä ole kaikkien mieleen.

Kiteyttääkseni kokemukseni ensimmäisen vuoden tohtoripilotista, voin kuitenkin yhtyä professori Mikko Jakosen puheenvuoroon pilottimme edellisessä teemaseminaarissa: *“Parastahan, mitä yliopisto voi [tutkijan uralla] tarjota on kolmen vuoden tohtoripilotti”*.

Alkuperäinen teksti on julkaistu [Akatemian Jalkaväki – blogissa 31.1.2025](#). Akatemian Jalkaväki on tutkijoiden blogi, joka tarjoaa tekstiä suoraan tieteen ruohonjuuritasolta. Blogin kirjoituksissa pohditaan tutkimustyön arkea, tieteen filosofisia kysymyksiä, uraa tutkijana, yliopistopolitiikkaa ja kaikkea näiden väliltä ja vierestäkin.

[Jos kiinnostuit DocSoc360 tohtoripilotista, voit lukea siitä lisää painamalla tätä linkkiä.](#)



Johtava kaupunginsihteeri Hannu Hyttinen (edessä oikealla) isännöi Helsingin kaupungin vastaanottoa vanhalla raatihuoneella. Edessä vasemmalta Sylvester Eriksson-Bique, Susanna Heikkilä ja Pekka Pankka.

QUASIWEEKEND III – TWENTY YEARS ON

Kirsi Peltonen

Dosentti, Aalto-Yliopisto

Mika Koskenoja

Dosentti, Helsingin Yliopisto

Konferenssi "Quasiweekend III – Twenty years on" pidettiin Helsingin yliopistossa sen keskustakampuksella sijaitsevassa Porthaniassa maanantaista perjantaihin 9.–13.6.2025. Kyseessä ei siis nimestään huolimatta ollut lyhyt viikonloppukokous, vaan varsin sateisen kesäkuun viikon viisi arkipäivää kestänyt tapahtuma.

Konferenssi kokosi yhteen kvasikonformisten menetelmien asiantuntijoita kaikilta matematiikan aloilta, erityisesti kompleksidynamiikan, geometrisen funktioteorian, geometrisen ryhmäteorian ja metristen avaruuksien analyysin tutkijoita ympäri maailmaa. Sarjan aiemmat konferenssit, Quasiweekend ja Quasiweekend II – Ten years after, pidettiin Helsingissä

2.-3.12.2005 ja 10.12.-13.12.2015 **Jussi Väisälän** ja **Seppo Rickmanin** matemaattisen työn, perinnön ja syntymäpäivien kunniaksi. Molemmat alan pioneerit ovat syntyneet vuonna 1935, Jussi 2. maaliskuuta ja Seppo 28. marraskuuta. Nyt pidetyssä Quasiweekend III-konferenssissa juhlistettiin konferenssisarjan alullepanija **Juha Heinosen** matemaattis-

ta perintöä kvasikonformisen analyysin laajalla alalla.

Ensimmäinen, yhdessä **Pekka Alestalon** ja **Ilkka Holopaisen** kanssa järjestämämme, perjantaista lauantaihin tiivistetty Quasiweekend toimi samalla kentraaliharjoituksena 20.-24.8.2007 Helsingissä toteutuneelle **Lars Ahlfors** Centennial Celebration kokoukselle, johon Juha meitä määrätietoisesti kannusti. **Olli Martio** avasi Quasiweekend-sarjan ensimmäisen päivän Ahlfors-salissa Kumpulankampuksella ja lauantaina siirryimme Tieteiden talon kodikkaaseen tilaan Kirkkokadulle. Juhan lisäksi puhujia olivat **Mario Bonk, Jeff Cheeger, David Drasin, Aimo Hinkkanen, Tadeusz Iwaniec, Pekka Koskela, Gaven Martin, Pertti Mattila, Martin Reimann, Peter Semrl** ja **Uri Srebro**.

Kymmenen vuotta ensimmäisen Quasiweekend-tapahtuman jälkeen, yhdessä Pekka Alestalon ja **Pekka Pankan** kanssa, pidimme edelleen kiinni talvisesta ajankohdasta, mutta viikonlopun käsitettä venytimme torstaista sunnuntaihin ja näyttämöksi valitsimme Helsingin yliopiston keskustakampuksen Porthania IV salin. Olli Martio avasi kokouksen, jonka monipuolisen puhujajoukon muodostivat **Kari Astala, Jonas Azzam, Zoltán Balogh, Marc Bourdon, David Drasin, Daniel Faraco, Katrin Fässler, Tadeusz Iwaniec, Jarmo Jääskeläinen, Bruce Kleiner, Riikka Korte, Zhuomin Liu, John Mackay, Gaven Martin, Daniel**

Meyer, Jani Onninen, Istvan Prause, Kai Rajala, Nageswari Shanmugalingam, Jeremy Tyson ja **Stefan Wenger**. Kokouksen illallinen järjestettiin Paasin Kellarissa Hakaniemessä.

Tämänvuotisen kokouksen järjestämiseksi muodostettiin toimikunta, johon kuuluivat aikaisemmilta kierroksilta Pankka (HY) ja Peltonen (Aalto) täydennettynä matemaatikoilla **Sylvester Eriksson-Bique** (Jyväskylä), **Riku Anttila** (Jyväskylä), Nageswari Shanmugalingam (Cincinnati) ja **Marie Snipes** (Kenyon). Konferenssin avannut Pekka Koskela muistutti Juha Heinosen syntymästä kuluneen 65 vuotta. Heinonen syntyi 23. heinäkuuta 1960 Toivakassa, joka on Jyväskylän naapurikunta. Hän menehtyi vaikeaan sairautteen vain 47-vuotiaana vain kaksi vuotta ensimmäisen Quasiweekend kokouksen jälkeen vuonna 2007. Aivan tämänkertaisen kokouksen alla kokouksen järjestäjät saivat suruviestin **Kai Rajalan** välittämänä. Juha Heinosen äiti, **Liisa Heinonen**, oli menehtynyt toukokuun lopulla 104 vuoden iässä.

Konferenssin ensimmäinen puhuja Mario Bonk (UCLA) muisteli puheensa aluksi yhteistyötään Heinosen kanssa ja Heinosen tieteellisen uran vaiheita väittelystä Jyväskylässä Olli Martion ohjauksessa Michiganin yliopiston matematiikan professoriksi. Monet muutkin puhujat kertoivat yhteistyöstään ja yhteisistä hetkistään Heinosen kanssa. Puheensa matemaattisessa osuudessa Bonk esitteli

Thurstonin kuvaukseen ja konformidimension määrittämiseen liittyvän avoimen ongelman ratkaisun viimeaikaista kehitystä.

Maanantaiaamun toinen puhuja **Susanna Heikkilä** (Jyväskylä) kertoi yhteisistä tuloksistaan väitöskirjansa ohjaaja Pekka Pankan kanssa. Päätuloksen mukaan tietyillä kvasisäännöllisiin kuvauksiin liittyvillä ehdoilla suljetun moniston de Rhamin kohomologia uppoaa euklidiseen ulkoalgebraan alialgebraan. Tämä algebroiden upottaminen tuottaa suljettujen yhdesti yhtenäisten suunnistettujen 4-monistojen topologisen luokituksen. Vielä ennen lounasta maanantaina puhui **Damaris Meier** (Fribourg). Hän esitteli uudenlaista ja käsitteellisesti yksinkertaista metristä lähestymistapaa harmonisten pallojen olemassaololle.

Ensimmäinen puhuja lounaan jälkeen oli **Panu Lahti** (Kiinan tiedeakatemia), joka kertoi uusimmissa töissään tutkimistaan funktionaaleista, jotka liittyvät fraktionaalisiin Sobolevin ja BV-seminormeihin. Kahvitauon jälkeen puhui **Enrico Pasqualetto** (Jyväskylä) isoperimetrisestä ongelmasta metristen mitta-avaruuksien epäsiileissä viitekehyksessä tuoden uutta tietoa ongelman ratkaisusta myös eikomakteilla Riemannin monistoilla. Ensimmäisen konferenssipäivän tieteellisen ohjelman päätti **Josh Kline** (Cincinnati) puheellaan metrisissä mitta-avaruuksissa esiintyvien fraktionaalisten Hardy-epäyhätälöiden itseparantuvuudesta hyperbolis-

ten täyttöjen avulla. Tulokset perustuvat yhteistyöhön Sylvester Eriksson-Biquen kanssa.

Konferenssin osallistujat olivat ensimmäisen konferenssipäivän illaksi kutsuttu Helsingin kaupungin vastaanotolle, joka pidettiin vanhalla raatihuoneella (Bockin talossa) Senaatintorin laidalla. Johtava kaupunginsihteeri **Hannu Hyttinen** toivotti vieraat tervetulleeksi Helsinkiin kertoen Helsingistä ja sen saavutuksista ja visioista. Runsaaseen tarjoiluun kuului viiniä ja kasvisruokaa monessa muodossa.

Toisen konferenssipäivän ensimmäinen puhuja **Jeremy Tyson** (Illinois) käsitteli esityksessään keskidimension ja Assouad'n spektrin kuvausteoreettisia ominaisuuksia sekä niiden sovelluksia kvasi-konformisten joukkojen luokitteluun. Tiistai-aamupäivän toinen puhuja oli **Lisa Naples** (Fairfield), jonka esitelmän aiheena oli maksimaalisen etäisyyden minimioijien asymptotiikka. Kahvitauon jälkeen aamupäivällä puhui vielä Katrin Fässler (Jyväskylä), joka kertoi kuulijoilleen tasaisesta 1-suoristuvuudesta metrisissä avaruuksissa muista esitelmistä poiketen pelkästään liitutaululla.

Lounaan jälkeen tiistai-iltapäivän ensimmäinen puhuja oli Stefan Wenger (Fribourg) aiheenaan monistolle homeomorfisen avaruuden metrinen perusluokka. Päivän päättivät yhdysvaltalaiset analyysin vahvan suomalaisen koulukun-

nan kasvatit **Jani Onninen** (Syracuse) ja **Ilmari Kangasniemi** (Cincinnati). Onninen esitti täydellisen karakterisaation ympyrän upotuksille, joilla on Sobolev-homeomorfiset laajennukset kiekolle, ja ne siten muodostavat Sobolev-tyyppisen vastineen Jordanin–Schönfliesin lauseelle. Kangasniemi esitteli kvasisäännöllisten arvojen teorian keskeisiä tuloksia, joita hän on yhdessä Onnisen kanssa kehittänyt viime vuosina. Tasosta n -ulotteiseen avaruuteen yleistettyihin tuloksiin kuuluvat mm. Reshetnyakin, Liouvillen ja Rickmanin–Picardin lauseet.

Keskiviikkona oli esitelmiä ainoastaan aamupäivällä. Ensin **Matthew Badger** (Connecticut) puhui tuplaavista mitoista, jotka varaavat suoristuvia pintoja mutta eivät suoristuvia käyriä. **Christopher Gartland** (UC San Diego) määritteli esityksessään metristen avaruuksien väliset stokastiset upotukset ja selitti, miten niitä voidaan käyttää siirtokustannusavaruuksien rakenteen tutkimiseen. Viimeisenä **Guy C. David** (Ball State) puhui euklidisen avaruuden yleisten osajoukkojen uudesta "karkean tangenttikentän" käsitteestä, jonka kehitystyössä on ollut mukana myös Sylvester Eriksson-Bique. Aamupäivän kolmen puheen jälkeen otettiin vielä ryhmäkuva konferenssin osallistujista.

Keskiviikkona iltapäivällä konferenssin osallistujat saivat valita mieluisensa kahdesta aktiviteetista, suunnistus Otaniemessä Aalto-yliopiston ympäristössä tai



Konferenssin osallistujat ryhmäkuvassa.

tutustuminen Tiedekeskus Heurekassa esillä olevaan Aalto-yliopiston matemaatiikkaa ja taiteita yhdistävän sivuaineen Säikeistysnäyttelyyn. Näin myös Helsingin naapurikaupungit Espoo ja Vantaa pääsivät konferenssin tapahtumapaikoiksi. Suunnistus oli valittu aktiviteetiksi, koska Juha Heinonen oli innokas suunnistaja ja menestyi kilpailuissakin sekä Suomessa että Yhdysvalloissa. Suunnistustapahtuman järjesti Sari Rogovin yhdessä Aalto-yliopiston teekkarisuunnistajien kanssa Aallon kampuksella Otaniemessä. Heurekan näyttely koostuu suurista, matalien dimensioiden geometrian ja topologian ilmiöitä heijastelevista opiskelijatöistä, jotka ovat esillä vielä loppiaiseen asti.



Susanna 'Suski' Oksanen, Säikeistyskiä - Tiedekeskus Heureka



Suunniksen osallistujat ryhmäkuvassa.

Torstaiaamun ensimmäinen puhuja Riikka Korte (Aalto) kertoi metrysten mitta-avaruuksien konformitransformaatioiden uusista tuloksista, joita hän on tehnyt yhdessä mm. Nageswari Shanmugalingamin kanssa. Tämän jälkeen **Xining Li** (Sun Yat-Sen) puhui metrysten avaruuskien pallomaistamisen tuplaavista mito-

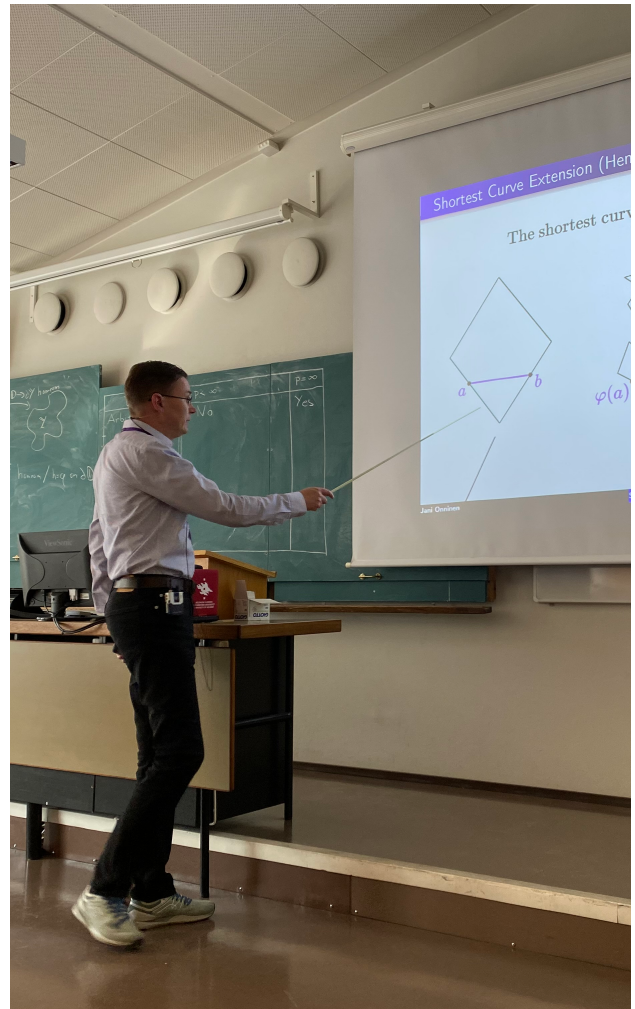
ta ja Poincarén epäyhtälöistä. Aamupäivän päätteeksi konferenssin järjestelytoimikuntaan kuulunut Marie Snipes (Kenyon) puhui p -Laplacen yhtälöstä metrisissä mitta-avaruuksissa.

Lounaan jälkeen ensimmäinen puhuja oli Kai Rajala (Jyväskylä), joka tarkasteli esityksessään metrysten n -pallojen kvasisymmetriseen ei-parametrisointiin liittyvää kehitystä ja vielä avoimia kysymyksiä. Iltapäiväkahvien jälkeen **Anna Doležalová** (Tšekin tiedeakatemia) tarkasteli puheessaan energiafunktionaalin minimojen olemassaoloa ja osoitti sen alhaalta puolijatkuvuuden tapauksessa, jota ei ole ennen tunnettu. Torstai-iltapäivän päätteeksi **Jasun Gong** (Fordham) puhui tiettyjen integroituvien Teichmüllerin avaruuskien osien säännöllisyydestä.

Konferenssi-illallinen oli torstai-iltana Paasitornissa Helsingin Hakaniemessä. Tervetuliaismaljan jälkeen nautittiin maittavasta illallisesta, muisteltiin ja katseltiin useiden konferenssin osallistujien esittelemänä kuvia Juha Heinosesta kollegojensa ja perheensä kanssa.

Konferenssin viimeinen päivä perjantai oli viikon aurinkoisin ja lämpimin päivä. Tuntia muita päiviä myöhemmin aloitetun ohjelman ensimmäinen puhuja oli Kari Astala (Helsinki), joka tarkasteli puheessaan Beltramin yhtälöiden luokkaa, joka sisältää yllättävän vahvaa geometrista informaatiota. Perjantain toisen puhujan **Matthew Romneyn** (Stevens Institute of Technology) aiheena oli graafien konformidimensio. Konferenssin viimeinen puhuja Gaven Martin (Massey) oli ainoa, joka on ollut puhujana jokaisessa kolmessa Quasiweekend-konferenssissa. Tämänkertaisen puheen aiheena oli Riemannin pintojen väliset ekstremaalikuvaukset.

Konferenssissa oli hieman yli sata osallistujaa, jotka jo odottavat seuraavaa Quasiweekend IV -konferenssia kymmenen vuoden päästä vuonna 2035.



Myös karttakepille löytyi käyttöä. Kuvassa Jani Onninen pitämässä esitelmäänsä.

KVANTTIPIIRIJÄÄHDYTYS KOHINALLA

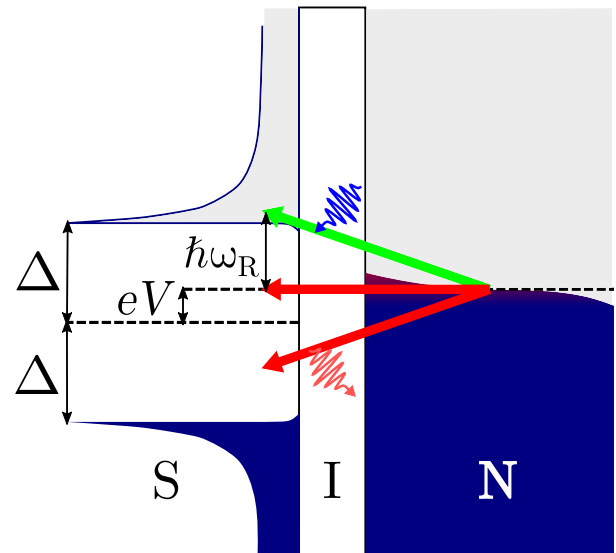
Heidi Kivijärvi

Väitöskirjatutkija, Aalto-Yliopisto

Suprajohtavat piirit ovat vuosien saatossa nousseet suosituimmaksi alustaksi suuren mittaluokan kvanttietokoneiden kehittämiselle, ja edistyneimmät kvanttietokoneet Suomessa ja maailmalla hyödyntävätkin mikroaaltosignaaleilla ohjattavia kryostaatin sisällä millikelviinien lämpötilaan jäähdytettyjä suprajohtavia kubitteja informaation perusosana [1-3]. Käytännön hyödyn saavuttaminen kvanttilaskennalla kuitenkin vaatii systeemien kubittimäärän merkittävää kasvattamista, jolloin huomiota täytyy kohdistaa myös tilankäyttöön kryostaatin sisällä sekä systeemin energiankulutukseen. Mahdollinen ratkaisu skaalautuvuuden haasteisiin saattaa löytyä nanoelektronisista laitteista, jotka hyödyntävät ympäristönsä hukkalämpöä energianlähteenään.

Suprajohtavien kubittien haasteena on niiden kytkeytyminen ympäristöönsä, mikä aiheuttaa virheitä laskennassa. Toisaalta kytkentä ympäristöön on välttämätön, jotta kubitin tilaa voidaan kontrolloida ja mitata. Useimmat virheenkorjausmenetelmät vaativat kubittien nopeaa ja tarkkaa alustamista, jonka toteuttamiseen eräs kiinnostava vaihtoehto on fotonivusteiseen tunneloitumiseen perus-

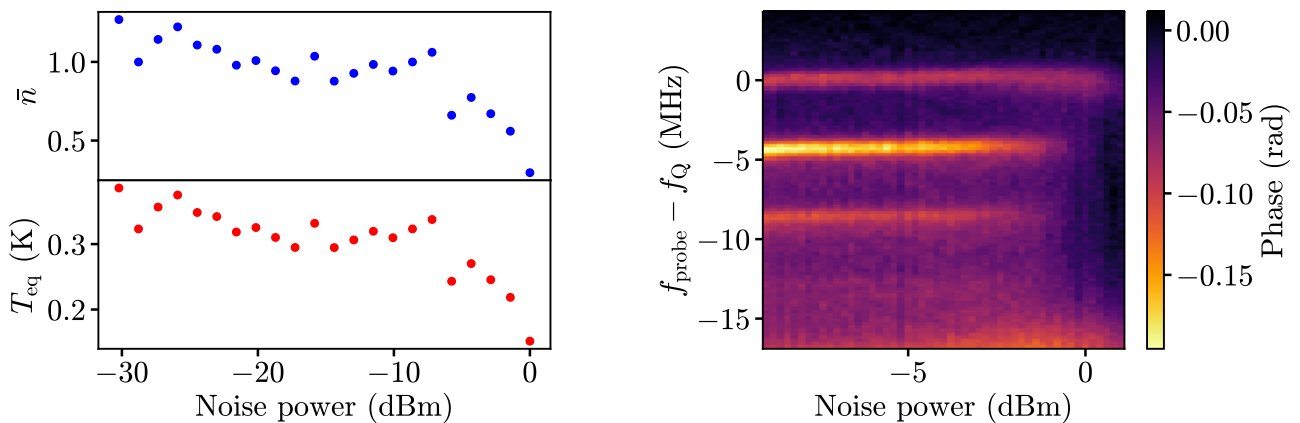
tuva kvanttipiirijäähdytin (QCR) [4,5]. QCR voidaan aktivoida asettamalla jännite sen keskeisenä osana toimivan normaalijohde-eriste-suprajohte-liitoksen (NIS) yli, jolloin elektronit voivat tunneloitua liitoksen läpi absorboiden samalla energiaa ympäristöstään yksittäisinä fotoneina, mikä johtaa ympäristön jäähtymiseen (Kuva 1). QCR:n ollessa kytkeytynyt suprajohtavaan kubittiin absorboidut fotonit ovat kubitin eksitaatioita, joiden poistaminen kubitista vastaa sen alustamista.



Kuva 1: Jännitteen asettaminen NIS-liitoksen yli mahdollistaa elektronin tunneloitumisen vapaalle energiatilalle liitoksen läpi, jos se samalla absorboi kohdemoodista fotonin, jonka energia on $\hbar\omega_R$.

Diplomityöni aiheena oli tutkia kokeellisesti QCR:n aktivoimista generoidulla jännitekohinalla tyypillisesti käytetyn tasavirtajännitteen sijaan. Kokeessa mitatulla näytteellä QCR on kytkeytynyt suprajohtavan kohderesonaattorin perusmoodiin, jonka keskimääräistä fotonilukua mitataan kohderesonaattoriin kytkeytyneellä transmon-kubitilla ja lukuresonaattorilla. Mittaustuloksemme sekä kohdemoodin ajetun koherentin tilan että ajamattoman termisen tilan tapauksessa osoittavat, että QCR:ään syötetty jännitekohina voi yksinään aktivoida fotonien absorption kohdemoodista QCR:ään ilman tasavirtajännitettä, mikä on havaittavissa kohdemoodin keskimääräisen fotoniluvun selkeänä laskuna kohinatehon funktiona (Kuva 2).

Tulevaisuudessa tässä kokeessa mitattua alhaisempi QCR:n aktivointiteho on saatavutettavissa optimoidulla näytteellä ja mittaussasetelmalla, jolloin vastaavanlainen puhtaasti kohinalla toimiva kvanttipiirijäähdytys voisi olla toteutettavissa käyttäen kohinageneraattorin sijaan passiivista kohinalähdettä, kuten vastusta, matalassa lämpötilassa. Tämä työ toimii tärkeänä askeleena kohti tällaista autonomista kvanttipiirijäähdytintä, joka voisi toimia energiatehokkaampana ratkaisuna suprajohtavien kubittien alustamiseen tai alustana autonomiselle kvanttilämpövoimakoneelle. [6,7]



Kuva 2: Vasen: QCR:n heikentävä vaikutus kohdemoodin fotonipopulaatioon näkyy kubitti-lukuresonaattori-systeemillä mitattaessa alempien resonanssiivojen katoamisena QCR:ään syötetyn kohinatehon kasvaessa. Oikea: Kohdemoodin termisen tilan keskimääräinen fotoniluku ja lämpötila laskevat QCR:ään syötetyn kohinatehon funktiona. [6]

VIITTEET

- [1] VTT, Suomessa valmistui suurin Euroopassa kehitetty ja rakennettu suprajohtava kvanttietokone, Lehdistötiedote 4.3.2025, <https://www.vttresearch.com/fi/uutiset-ja-tarinat/suomessa-valmistui-suurin-euroopassa-kehitetty-ja-rakennettu-suprajohtava> .
- [2] F. Arute et al., Quantum supremacy using a programmable superconducting processor, *Nature* 574, 505 (2019).
- [3] Y. Kim et al., Evidence for the utility of quantum computing before fault tolerance, *Nature* 618, 500 (2023).
- [4] K. Y. Tan, M. Partanen, R. E. Lake, J. Govenius, S. Masuda, and M. Möttönen, Quantum-circuit refrigerator, *Nature Communications* 8, 15189 (2017).
- [5] M. Silveri, H. Grabert, S. Masuda, K. Y. Tan, and M. Möttönen, Theory of quantum-circuit refrigeration by photon-assisted electron tunneling, *Physical Review B* 96, 094524 (2017).
- [6] H. Kivijärvi, Quantum-circuit refrigeration by noise, Diplomityö, Aalto-yliopisto (2024).
- [7] H. Kivijärvi, A. Viitanen, T. Mörstedt, and M. Möttönen, Noise-induced quantum-circuit refrigeration, arXiv:2412.05886 (2024).

NOUDATTAVATKO EMPIIRISET MITTALAITTEET LUONNON LAKEJA?

Pentti Alanen

Sosiaalihammaslääketieteen professori (emeritus)

Tampereen Yliopisto

Tieteiden tavoitteena on saada havaintojen, kokeiden ja päättelyn avulla selville, millainen maailma on ja kuvata löytönsä tarkasti, selkeästi, ristiriidattomasti ja yksikäsitteisesti. Tutkiskellaan sir Michael Atiyahin artikkelia *Matematiikka ja fyysikaalinen maailma* (Symbolien metsässä, s 187-210):

”Tarkastelkaamme seuraavaksi hieman toisenlaista geometriaa: pallonpinnan, esimerkiksi maapallon geometriaa. Ensimmäinen ongelmamme on selvittää, mitä ”suorat viivat” nyt tarkoittavat. Määrittelemme ne lyhimpinä teinä pisteestä toiseen. Jokainen lentokapteeni tietää, että lyhin tie Lontoosta New Yorkiin on pitkin isoympyrän kaarta. Tästä saamme määritelmän suorille viivoille pallon pinnalla. Jos kehittelemme edelleen näin muodostuvaa geometriaa, havaitsemme, ettei kolmion kulmien summa enää ole kaksi suoraa kulmaa. Itse asiassa tuo summa on aina suurempi kuin kaksi suoraa kulmaa. Ottakaamme esimerkiksi pallonkolmion ABC yhdeksi kärjeksi A pohjoisnapa ja valitkaamme kaksi muuta kärkeä B ja C päiväntasaajalta siten, että kaaren BC pituus on yksi neljäsosa päiväntasaajan pituudesta. Siiloin havaitsemme helposti, että kolmion ABC kaikki kulmat ovat suoria, joten sen kulmien summa on yhtä kuin kolme suoraa kulmaa.”

Atiyah on tunnettu matemaatikko, parikymmenen yliopiston kunniatohtori ja aateloitu matemaattisista ansioistaan, joten hänen kommenttejaan on syytä tarkastella huolella. Miksi hän määrittelee ensin isoympyräksi toteamansa kaaren suoraksi? Miksi hän nimittää kolmen isoympyrän kaaren muodostamaa kuviota kolmioksi? Miksi hän ei anna kulman koon mittaamiselle empiiristä tulkintaa, vaikka hän antaa sellaisen suoralle ja vaikka hän antaa esimerkissään kulmien koolle empiirisiä lukemia? Suorat, kolmiot ja kulmat ovat täsmällisiä termejä geometriassa ja niitä on käytettävä yksikäsitteisesti, jotta väärinkäsityksiltä vältytään.

Atiyah haluaa ilmeisesti viitata siihen yleiseksi tulleeeseen ajatukseen, että empiirinen maailma ei olekaan välttämättä euklidinen. Me olemme vain niin pienikokoisia avaruuteen nähden, ettemme ole havainneet sitä, koska ihmisen kokoluokassa euklidinen geometria on hyvin

tarkka likiarvo maailman ”oikeasta” geometriasta. Toiseksi, hän ajattelee samoin kuin Albert Einstein (*Ideas and Opinions*, s 235): ”Kysymyksellä siitä, onko universumin geometria euklidinen vai ei, on selkeä merkitys ja se voidaan ratkaista vain kokemuksen avulla.” Samaa mieltä on monien muiden tapaan Malcolm Lines (*Jättiläisen harteilla* s 48): ”Meidän maailmamme geometria voi poiketa euklidisestä geometriasta, ja asia pitää selvittää kokeellisesti.” Perustana on luonnontieteilijöiden käsitys, että **avaruudella on joku geometria, oli se sitten euklidinen tai epäeuklidinen**, ja se voidaan saada mittaamalla selville.

Jotta voimme tutkia avaruuden geometriaa, meidän on annettava geometrian peruskäsitteille empiirinen vastine myös mittalaitteita varten. Geometrisen suoran käsitteen empiirinen vastine on näissä esimerkeissä tavallisesti valonsäde. Ensimmäinen vaikeus liittyy siihen, että puhtaan geometrian käsitteet ovat ajan ulkopuolella, mutta empiiriset ilmiöt ovat ajallisia. Valonsäteen rata voidaan ajatella suoraksi viivaksi, mutta itse valonsäde on yksisuuntaisesti etenevä signaali, jolla on äärellinen nopeus; sen matkaan paikasta toiseen kuluu aikaa. Valo heijastuu pinnoista, taittuu veden ja ilman rajalla, kaa-reutuu ilmakehässä tullessaan tiheämpiin kerroksiin, hajoaa vesipisaroissa sateenkaareksi prisman tapaan, taipuu gravitaatiokentässä yms. Käytännössä missään ei liene paikkaa, jossa valonsäteen rata ei vaikuttaisi joku tekijä, mutta voimme aja-

tella valonsäteen radan olevan empiirisesti suora silloin kun siihen ei vaikuta mikään ulkoinen tekijä.

Akateemikko Rolf Nevanlinna pitää Gaus-sin oivalluksena, että suuren empiirisen kolmion kulmasumma voi poiketa 180 asteesta. Olemme mitanneet vain pieniä kolmioita ja siksi erehtyneet pitämään tulosta yleispätevänä (*Suhteellisuusteorian periaatteet*, s 87-8):

”Mutta ehkä sitten tapahtuisi, että pienoismaailman avarakatseinen, ennakkoluulottomasti ajatteleva tutkija oivaltaisi, että eroavaisuudet hyvin suurilla etäisyyksillä voisivat tulla huomattaviksikin. Sen selvittämiseksi hän ”maapallollaan” valitsisi kolme pistettä A, B C, joiden keskinäinen etäisyys on suhteellisesti suuri, ja yrittäisi kokeellisesti mitata kolmion ABC kulmat. Koeteltavuuden periaatteen mukaan hänen olisi silloin ”konkreettisesti esitettävä” kolmion sivusuorat. Lähtien käsityksestä, että valo etenee suoraviivaisesti, hän kolmion kärkipisteistä lähettäisi valosignaaleja molempiin muihin kärkipisteisiin. Tähystämällä hän silloin voisi kussakin kärjessä mitata kulmien suuruudet. ... Tällainen suuri tutkija oli Gauss — meidän todellisessa maailmassamme. ... Kärkipisteiksi A, B, C hän valitsi kolme vuorenhuippua Brocken, Hohenhagen, Inselsberg, joiden keskinäiset etäisyydet ovat noin 100 kilometriä.”

Ei ole historiallisesti varmaa, että Gauss olisi tehnyt tällaiset mittaukset, mutta periaatetta pidetään silti mielekkäänä. Tässä asetelmassa on kuitenkin useita ongelmallisia kohtia.

1. Jos Gaussin ajatellaan tutkivan pienoismaailman mahdollista empiiristä epäeuklidisuutta, hän joutuu valitsemaan vuorten huiput ei ainoastaan siksi, että niiden etäisyys olisi suuri ilmiön esiintymisen havaituksi tulemisen kannalta, vaan myös siksi, että kärkipisteet olisivat riittävän korkeita, jotta ne näkyisivät kauas. Niinpä Gaussin mittaus ei koske (ei hänen tarvitse katsoa näin väittävään,) pallon pinnan muotoa vaan siitä riippumatonta kuviota, jonka mahdollinen epäeuklidisuus ei riipu maapallon pinnan mukaisesta geometriasta.

2. Gauss ei mittaa **samaa** valonsädettä eri kulmapisteistä, vaan ”tähyttää” vastakkaisia, eri säteitä A:sta B:hen tai B:stä A:han pallolla, jonka ei oleteta pyörivän. Hän näkee esimerkiksi Inselsbergin Brockenista käsin, mutta Inselsbergissä ollessaan hän näkee Brockenin vastakkaisesta suunnasta. *Emme saa ilman muuta olettaa, että näillä vastakkaisilla säteillä olisi identtiset radat.* Maapallo pyörii, jolloin coriolis-ilmiön takia liikkuva valonsäde kaartaisi pohjoisella pallonpuoliskolla oikealle, joten vastakkaiset säteet eivät kulkisi identtistä rataa. Atiyahin kuviossa ABC päiväntasaajalta pohjoiseen isoympyrää pitkin lähtevä valonsäde kaartuisi oikealle ja vastakkaiseen suuntaan poh-

joisnavalta lähtevä tekisi samoin, joten säteet eivät olisi osa samaa rataa. Kaikki tässä kulmiksi nimitetyt kuviot voidaan Atiyahin ja Nevanlinnan mielestä mitata, mutta ne eivät olisi saman, kolmioksi nimitetyn kuvion osia, joten niiden summalla ei ole oletettua tulkintaa. Coriolis-ilmiöstä ei liene valonsäteen suhteen kokeellista tietoa, mutta se pätee tykin ammuksen lentorataan, joten sitä ei ole syytä jättää sitä pois ajatuskokeesta. Atiyahin esimerkki lentokoneesta ei ole muutenkaan osuva, koska konetta voidaan koko ajan ohjata pysymään isoympyrällä, mutta vapaasti liikkuvaa tykin ammusta ei.

3. Mahdollisella coriolis-ilmiöllä ei kuitenkaan ole merkitystä avaruuden geometrian mittauksessa. Yritys tuottaa mielikuvia avaruuden geometriasta käyttämällä maapalloa esimerkkinä Atiyahin ja Nevanlinnan tapaan sisältää harhan lähteen, koska Maapallolla olevat pisteet ovat kiinni pallossa ja siksi myös toisissaan, mutta avaruudessa olevien kappaleten vertailupisteet liikkuvat koko ajan toisiinsa nähden, ja niitä yhdistävät valonsäteet ovat yksisuuntaisia signaaleja, joiden matka pisteestä toiseen vie aikaa.

4. Empiirisen suoran käsite määritellään näissä esimerkeissä operatiivisesti, mutta kulman käsitteen empiiristä vastinetta ei ”konkreettisesti esitetä”. Näyttää siltä, että Atiyah ei kiinnitä mitään huomiota kulman koon mittaukseen, koska ”havaitsemme helposti”. **Atiyah olettaa ilmei-**

sesti, että euklidisen geometrian kulmanmittaustapa on pätevä myös epäeuklidisessa maailmassa. Juuri näin uskoo Nevanlinna (*Suhteellisuusteorian periaatteet*, s 81): ”kulmat mitataan euklidisesti”. Silloin ympyränkaarien välisen kulman suuruus määrätään piirtämälle ympyränkaarille niitä leikkauspisteessä sivuavat tangentit ja kulmat määritetään näiden tangenttien välisen kulman avulla. *Mikä tangentti on? Eikö se ole suora? Jos se on, sen tulee yhtyä piirretyn kuvion sivuihin, jotka on kuviossa ABC ensin määriteltä suoriksi.* Jos näin ei ole, käytämme käsitettä ”suora” samassa esimerkissä kahdella eri tavalla mitassa ja mitattavassa. Projisioimme epäeuklidisena pitämämme kuvion euklidiselle taustalle, josta otamme käyttöön kulmanmittaustavan. **Kulmanmittausmenettelyn oletetaan siis olevan tutkittavan kohteen geometriasta riippumaton.** Tällöin on oletettu, että se euklidisen geometrian ominaisuus, että kulman koko ei riipu mittainstrumentin koosta, pätee myös tässä tilanteessa. Näin ei kuitenkaan ole, sillä jos käytämme pientä, so. ihmisen kokoluokan harppia, saamme Atiyahin esimerkin empiirisen kuvion suuruudeksi hyvin tarkasti 90 astetta, mutta jos harpin koko on niin suuri, että sen aukeaman pituus on sama kuin tässä kuvatun ABC -kuvion sivu, saamme kooksi 60 astetta.

5. Tehdään seuraava ajatuskoe. Hämeenlinnassa olevasta Aulangon näkötorjista näkee hyvällä säällä luultavasti Tampe-

reella olevan Näsinneulan tornin huipun. Ellei, valittakoon muut pisteet. Kolmas piste olkoon Kuussa oleva havaitsija. Tällainen koe olisi empiirisestikin tehtävissä, mutta kritiikin saa esiin ilman avaruusmatkaa. Olettakaamme, että kaikki nämä kolme tarkkailupistettä lähettävät valonsäteitä suoraviivaisesti eri suuntiin, jotta voimme tähystää niitä toisistaan. Valonsäteen matka Maasta Kuuhun vie aikaa hiukan yli sekunnin. Tämän ajan kuluessa Kuu on siirtynyt radallaan, mutta Maassa olevat kaksi pistettä ovat yhä kiinni toisissaan. Kuussa oleva tähystäjä ei katsele identtistä tai samaa rataa edennyttä valonsädettä kuin Maassa vastakkaisesta suunnasta katseleva tähystäjä, vaikka kumpikin katsoo suoraan edennyttä valonsädettä, sillä Kuu on siirtynyt valonsäteen kulkuaikana. Jos Kuusta lähetetään valonsäde Maahan siitä pisteestä, johon tarkkailtu valosäde tuli, se ei etene siihen pisteeseen, josta Kuusta havaittu säde lähti Maasta. Tällaisen säteen pitäisi liikkua ajassa taaksepäin ja Maan tulisi palata siihen pisteeseen, josta lähtenyt, Kuussa rekisteröity valonsäde havaittiin. Kausaaliset signaalit ovat yksisuuntaisia, emme voi matkustaa ajassa taaksepäin. Mitkään kolme valonsädettä eivät muodostaisi sellaista kuviota, jonka kulmasummalla olisi mielekäs tulkinta avaruuden geometrian arvioimiseksi.

Voimme ymmärtää tilanteen kahdella tavalla. Atiyah ja Nevanlinna käyttävät epäonnistuneita esimerkkejä yrittäessään kuvata yleistajuisesti avaruuden geomet-

rian luonnetta, joten heidän esimerkkien-
sä kritikointi ei osu kohteeseensa. Toinen
mahdollisuus on mielenkiintoisempi. Ma-
temaattikko Antti Kupiainen sanoo artik-
kelissaan *Matematiikan suhteeton tehok-
kuus* (Suhteellista? s 285):

*”Aloitetaan siis alusta - eli matematiikasta.
Useimmat matemaatikot lienevät jonkin
asteen platonisteja. Toisin sanoen mate-
maattiset struktuurit näyttävät muodosta-
van oman meistä riippumattoman todelli-
suutensa, josta matemaatikot vähä vähäl-
tä saavat tietoa ajattelunsa avulla. Lisäksi
tämä todellisuus tuntuu matemaatikoista
ainakin yhtä todelliselta kuin fysikaalinen
todellisuus, ja tietomme siitä jopa paljon
varmemmalta.”*

Platonistisen maailmakuva ohjaamina
ajattelemme, että matematiikka tarjoaa
meille riippumattoman koordinaatiston,
objektiivisen taustan, jolta voimme esit-
tää empiiristä maailmaa koskevia väittei-
tä. Näin esim. Singh (*Fermat’n viimeinen
teoreema*, s 48):

*”Matematiikka tarjoaa luonnontieteille lu-
jan lähtökohdan, ja luonnontiede raken-
taa tälle järkähtämättömälle perustalle
omien epätäsmällisten mittaustensa ja
epätäydellisten havaintojensa avulla.”*

Tämä **käsitys matematiikasta varmana
lähtökohtana** dominoi itsestäänselvyy-
tenä. Empiirisen maailman kuvauksen
uskotaan olevan kokonaan muotoiltavis-
sa matemaattisesti (Ludwig Faddejev, *Fy-*

siikan loppu matemaatikon silmin, kirjas-
sa *Symbolien metsässä*, s 242). Tähän kä-
sitykseen sisältyy kuitenkin kehäpäätel-
mä, joka on tunnettu logiikassa jo yli sa-
dan vuoden ajan. Bertrand Russell osoitti
Gottlob Fregen joukko-opin avulla teke-
mässä kielen formalisointiyrityksessä vir-
heen, jota usein havainnollistetaan seu-
raavasti. Modifioin tässä Lauri Järvileh-
don esimerkkiä *Konemieli*-kirjasta: Jos
Pekka sanoo, että kaikki kreetalaiset ovat
valehtelijoita, väite on selvä ulkopuolisen
sanomana, mutta jos Pekka on itsekin
kreetalainen, väite muuttuu ongelmalli-
seksi. (Oletamme tässä, että ”olla valeh-
teliija” tarkoittaa että jokainen kreetalai-
sen väite on valetta.) Logiikan lauseet ei-
vät voi viitata itseensä aiheuttamatta ris-
tiriitaa; se tekisi järjestelmästä virheelli-
senä arvottoman. Kokonaisuutta ei voi
kuvata riippumattomasti sen itsensä
osan avulla. On huomattava, että tämä
kritiikki tulee joukko-opista ja matemaat-
tisen logiikan piiristä, alueelta, jota pide-
tään matemaattisen fysiikan ja elotonta
luontoa tutkivien tieteiden pelikenttänä.

*Avaruuden geometrian ongelma on ana-
loginen: sitä yritetään määrittää mittalait-
teilla, joilla on etukäteen täytynyt olettaa
joku geometria, jonka on oltava yhteen-
sopiva maailman geometrian kanssa. Yri-
tys saada selville empiirisen avaruuden
geometria sisältää siten kehäpäätelmän.
Vain paroni von Munchhausen voi nostaa
itseään tukasta. Olemme jo joutuneet
olettamaan sen, mitä yritämme sanoa.
Ratkaisuksi tarjoutuu silloin ajatus, jonka*

mukaan avaruuden geometria eli ole euklidinen **tai** epäeuklidinen, vaan että maailman **kokonaisuuden** geometrian kuvaamista yrittävät lauseet johtavat loogiseen ristiriitaan ja ovat siksi epämielikkäitä. Reaalinen maailma ei olisi tämän mukaan loppuun saakka ristiriidattomasti kuvattavissa kielen, logiikan, geometrian tai matematiikan malleilla.

Karl-Otto Apel on artikkelissaan *Wittgenstein ja Heidegger* (kirjassa *Filosofian tila ja tulevaisuus*, s 97-137) perusteellisesti analysoinut kokonaisuutta koskevien väitelauseiden ontologista ongelmaa. Avaruuden geometriasta käytävää keskustelua ei ole tarkoituksenmukaista käydä ottamatta huomioon Apelin analyysiä. Platonistille ei tätä ongelmaa ole olemassa, koska hän uskoo voivansa tarkastella maailmaa ulkoapäin matematiikan antamasta riippumattomasta taustasta, olematta menetelmiensä empiiristen ominaisuuksien kautta jo väistämättä maailmasta riippuvainen.

Yhteensopivuuden vaatimus on jo Aristoteleen esittämä: mitan ja mitattavan on oltava laadullisesti samansukuisia. Teemu Perhoniemi kirjoittaa (*Mitan muunnemat*, s 165):

”Mittaaja ei voi mitata *reaalista* (aineellinen todellisuus) ominaisuutta *ideaalisella* (puhtaan matematiikan tavoin vain ajatuksina tai kirjallisina määritelmänä oleva ihanne) mitalla vaan tarvitsee valmistetun mitan tai mittausjärjestelyn.”

Tarkemmin (s 52-3):

”Siihen, mitä milläkin mitalla voi mitata, liittyy tärkeä rajoite. ... Samansukuisuuden (*syggenes*) vaatimuksella Aristoteles tarkoittaa tässä sitä, ettei pituudella voi mitata esimerkiksi väriä, painolla äänekyyttä tai vaikkapa tilavuudella lämpöä ja niin edespäin. Mittaaminen riippuu siten myös mitan ja mitattavan sukulaisuudesta, sillä vain samansukuiset eli saman *genoksen* omaavat mitta ja mitattava ovat *suhteessa* toisiinsa ja *yhteismitallisia*.”

Myös Einsteinin sanomaksi on esitetty vastaava ajatus: ”fysiikka on teoria luonnosta, jollaiseksi se osoittautuu, kun luontoa tutkitaan reaalilla mittasauvoilla ja kelloilla” (Häußling, *Die Reichweite der Physik*, s 128). Tämän mukaan kokonaisuutta ei voi mitata sen itsensä osalla joutumatta loogisiin virhepäätelmiin. Siinä missä platonisti ajattelee luonnontieteiden rakentavan matematiikan riippumattomalle, ”järkähtämättömälle perustalle”, siinä aristotelikko ajattelee, että luontoa koskevat matemaattiset tulokset ovat empiiristen mittojen ja empiiristen mittauskohteiden **suhteita. Suhteita ei voi olla olemassa, ellei jo ole olemassa jotakin, joiden välillä nämä suhteet valitsevat.** Tämä platonismista eroava käsitys primäärisyydestä tarjoaa samalla mahdollisuuden ehdottaa ratkaisua Eugene Wignerin usein siteeratulle ongelmalle (*Matematiikan käsittämätön tehokkuus luonnontieteissä*, s 282): ”Matema-

tiikan kielen soveltuvuus luonnonlakien muotoiluun on ihme, jota emme ymmärrä, ja ihmeellinen lahja, jota emme ole ansainneet.” Kyseessä olisi tällöin platonistisen maailmankuvan tuottama ongelma, jota aristotelikolla ei ole. Jos jo-

kainen empiiristä luontoa oikein kuvaava luku ilmaisee jonkun empiirisen suhteen, matematiikka on jo tulkittua matematiikkaa, sovellettu luontoon sopivaksi. Empiiriset mitat ovat osa empiiristä luontoa, ja sellaisina ne noudattavat luonnon lakeja,

VIITTEET

Apel Karl-Otto. Wittgenstein ja Heidegger, s. 97 -137 kirjassa Hintikka ja Routila, Filosofian tila ja tulevaisuus. Weilin et Göös, Helsinki 1970.

Atiyah Michael sir, Matematiikka ja fysikaalinen maailma, s. 186 -210 kirjassa Pekonen Osmo (toim.) Symbolien metsässä, Art House, Gummerus 1992.

Nevanlinna Rolf, Suhteellisuusteorian periaatteet, WSOY, Porvoo 1963

Einstein Albert, Ideas and Opinions, Bonanza Books, New York ei painovuotta

Faddejev Nikolai, Fysiikan loppu matemaatikon silmin, s 231 -243 kirjassa Pekonen Osmo (toim.), Symbolien metsässä, Art House, Jyväskylä 1992

Hintikka Jaakko, Routila Lauri (toim.), Filosofian tila ja tulevaisuus. Weilin et Göös, Helsinki 1970.

Järvilehto Lauri, Konemieli, Tammi painettu EU:ssa 2025

Husserl Edmund, Eurooppalaisten tieteiden kriisi ja transkendentiaalinen fenomenologia, Gaudeamus Tallinna 2012

Häußling Ansgar, Die Reichweite der Physik. Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan 1969

Kupiainen Antti, Matematiikan suhteeton tehokkuus, s 284-296 kirjassa Rydman Jan, Suhteellista? Yliopistopaino, Helsinki 2005

Lines Malcolm, Jättiläisen harteilla. Edita, Jyväskylä 2000.

Nevanlinna Rolf, Suhteellisuusteorian periaatteet, WSOS, 'Porvoo 1963

Pekonen Osmo (toim.) Symbolien metsässä, Art House, Gummerus 1992.

Perhoniemi Tuukka, Mitän muunnelmat, Vastapaino Tampere 2014

Rydman Jan, Suhteellista? Yliopistopaino, Helsinki 2005

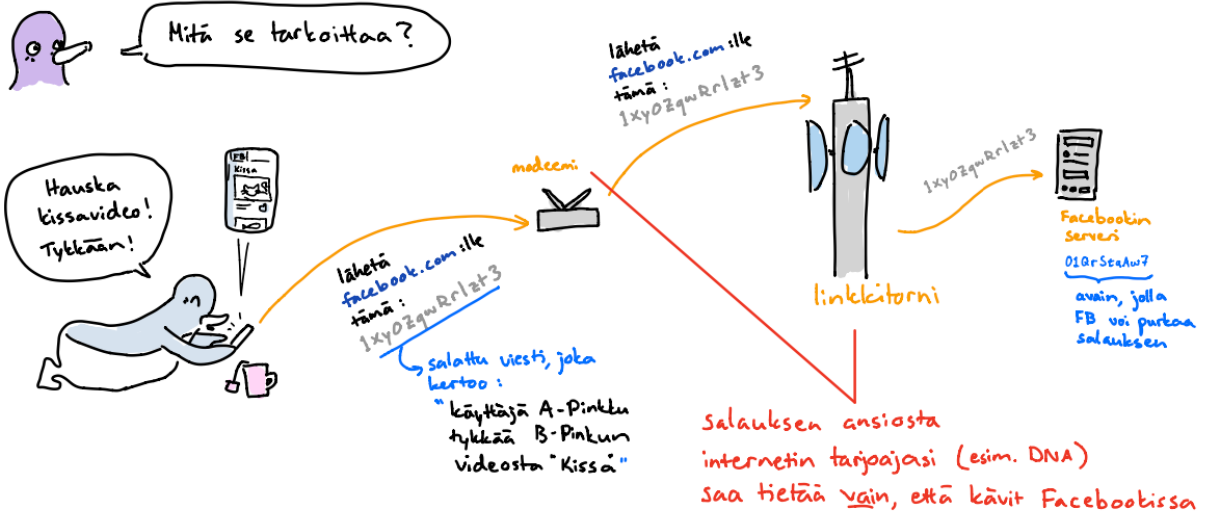
Singh Simon. Fermat'n viimeinen teoreema, Tammi, Helsinki 1998.

Wigner Ludwig, Matematiikan käsittämätön tehokkuus luonnontieteissä, ss 264-283 kirjassa Pekonen Osmo (toim.) Symbolien metsässä, Art House, Gummerus 1992.

PIKKU-PINKKU © P. Karanko



Aina, kun käyt nettisivulla, jonka osoite alkaa **https**, niin yhteys on **salattu**.



MUTTA se ei

- tiedä mitä teit FB:ssä
- pysty muokkaamaan viestejäsi

tämä on erityisen tärkeää, jos käytät ilmaista Wi-Fiä, eikä tiedä kuka sitä ylläpitää:



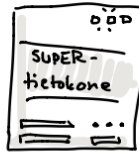


Teoreettisessa kryptografiassa määritellään matemaattinen malli hyökkääjälle ja halutulle turvallisuudelle.

Emme tiedä ennalta kuka mahdollinen hyökkääjä on.

? Mitä strategiaa hän käyttää?

? Millaiset resurssit hänellä on?



Siispä määntelmä pyrkii ottamaan kaikki mahdollisuudet huomioon.

Turvallisuus määntellään PELINÄ

esim. algoritmi, jolla kestää alle miljardi vuotta, kun käytössä on yhtä monta supertietokonetta kuin maailmassa atomeita



Esim. "salauus on turvallinen jos mikään vähäntään tehokas algoritmi ei voita seuraavaa peliä todennäköisyydellä $\gg 50\%$ "





KIRJOITTAJASTA

Olen Pihla Karanko, juuri valmistunut tohtori kryptografiasta Aalto-yliopistosta. Kryptografia on tietojenkäsittelytieteen ja matematiikan välimaastoon kuuluva tiede, joka tutkii kaikenlaisiin salauksiin liittyvää matematiikkaa. Olen lapsesta asti piirtänyt pinkku-sarjakuvia ja nyt olen päätenyt käyttämään sarjakuvaa välineenä selittää kryptografisia konsepteja, alkuun vain hvin vuoksi henkilökohtaisessa blogissani (pikku-pinkku.blogspot.com) ja myöhemmin pinkkuni ovat esiintyneet myös Aallon kryptografian peruskurssilla ja seminaariesitelmissäni.

Tämä sarjakuva oli tehty väitöstilaisuutta varten. Seuraavissa numeroissa näemme sarjakuvan muut osat.