

LUKION ENSIMMÄISEN YHTEISEN MATEMATIIKAN KURSSIN VAIKUTUKSET MATEMATIIKKAVALINTAAN

Päivi Portaankorva-Koivisto¹, Lasse Eronen², Sirkku Kupiainen¹ & Markku Hannula¹

¹Helsingin yliopisto, ²Itä-Suomen yliopisto

TIIVISTELMÄ

Lukiomatematiikan ensimmäisen kurssin yhtenä tavoitteena on lisätä pitkän matematiikan oppimäärän valintaa lukio-opinnoissa. Matematiikkavalinnan taustalla näytävät kuitenkin vaikuttavan myös korkeakouluvalinnat. Tässä tutkimuksessa tarkastelemme MAY1-kurssia koskevalla kyselyllä, millaisia muutoksia opiskelijoiden matematiikkavalinnoissa on vuosien 2017 ja 2020 välillä, sekä millaisia valintojen taustavaikuttimia vuoden 2020 aineistosta havaitaan. Tuloksina havaitsimme, että pitkän ja lyhyen matematiikan valinnan taustavaikuttimet eroavat toisistaan ja keskeisimmät vaikuttimet ovat opintomenestys, lähipiiri sekä tulevaisuuden tarpeet. Tarkastellen tuloksia motivaatio-teorioiden näkökulmista lyhyen matematiikan valinta ei näyttäyty tulevaisuuden valintana, vaan pikemmin nykyhetkeen sijoittuvana oman identiteetin suojaamisen keinona.

JOHDANTO

Lyhytikäiseksi jäänyt vuoden 2015 lukion opetussuunnitelma toi lukiota perinteisesti leimanneeseen ”kahden matematiikan” kenttään uuden tulokkaan, kaikille yhteisen matematiikan ensimmäisen kurssin MAY1. Taustalla oli koettu tarve herättää ja vahvistaa lukiolaisten kiinnostusta matematiikkaa kohtaan ja sitä kautta lisätä pitkän matematiikan opiskelijoiden osuutta (OPH, 2015, 130; OKM, 2013). Huolta nuorten matematiikan taidoista oli lisännyt Kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäistutkimus, joka osoitti peruskoululaisten ja vielä monen toisen asteen opiskelijan matematiikan taitojen heikon tason (Julin & Rautopuro, 2016; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017). Pitkän matematiikan suosion kasvua lisäsi jo ennen MAY1 kurssia lääketieteellisten tiedekuntien opiskelijavalinnan uudistus, jossa aiempi lääketieteellinen teos korvattiin lukion matemaattis-luonnontieteellisiin oppiaineisiin pohjautuvalla pääsykokeella (Kupiainen, Marjanen & Ouakrim-Soivio, 2018, 54). Uuden sysäyksen pitkän matematiikan suosiolle on antanut korkeakoulujen opiskelijavalintauudistus kevästä 2018 lähtien (esim. Kupiainen, 2019), joskin

kyseinen uudistus on herättänyt myös laajaa kritiikkiä (Tervasmäki & Tomperi, 2018; ks. myös Yle, 2017).

Tämän tutkimuksen taustalla on keväällä 2017 tehty kysely lukion ensimmäisen vuoden opiskelijoiden kokemuksista silloisen uuden opetussuunnitelman mukaisesta ensimmäisestä matematiikan MAY1 kurssista. Valtaosa opiskelijoista päätyi MAY1 kurssin jälkeen jo sitä ennen tehdyssä suunnitelmassaan, mutta opintojen alussa valinnassaan epäröineet huomioiden lyhyen matematiikan opiskelijoiden joukko kasvoi MAY1-kurssin jälkeen 8,3 prosenttiyksikköä ja pitkän matematiikan opiskelijoiden joukko pieneni 2,9 prosenttiyksikköä. Opiskelijoiden kokemukset MAY1-kurssista näyttivät vahvistavan pitkän matematiikan opintoja jatkavien kuvaa itsestään matematiikan osaajina, mutta loi tai vahvisti lyhyen matematiikan suoraan tai MAY1-kurssin jälkeen valinneiden uskomusta siitä, että matematiikka ei ole heidän lajinsa. (Authors, 2018).

NELJÄ TEOREETTISTA NÄKÖKULMAA AKATEEMISEEN SUORIUTUMISEEN JA VALINTOIHIIN

Akateemista suoriutumista ja sen pohjalta tehtyjä valintoja on perinteisesti tarkasteltu neljän toisistaan eroavista lähtökohdista rakennetun teoreettisen mallin avulla: Pekrunin (2006) kontrolliarvoteoria, Ryanin ja Decin (2017) itsemääräämisteoriat, muun muassa Nichollsin (1984, 1989) ja Dweckin (1986) kehittämä tavoiteorientaatioteoria sekä Ecclesin ja Wigfieldin (2000) odotusarvoteoria. Vaikka tutkimuksessamme käytettyä mittaria ei ole rakennettu suoraan näiden mallien pohjalta, vaan kytkien väitteet selvemmin opetussuunnitelmallisiin ja koulutuspoliittisiin näkökulmiin, rakennamme analyysimme mallien esille nostamien näkökulmien ympärille.

Tässä luvussa esittelemme lyhyesti edellä mainittuja teorioita lopuksi arvioiden, mitä näkökulmia ne ehdottavat akateemisen suoriutumisen ja sen pohjalta tehtyjen valintojen tarkastelemiseksi.

Kontrolliarvoteoria

Pekrunin (2006) kontrolliarvoteoria (*Control-value theory*) perustuu opiskelijan oppimisen tunteisiin. Teoriassa keskeisiä ovat suoritusta edeltävät, suorituksen aikaiset ja suorituksen jälkeiset tunteet, joiden syntymekanismina ovat yhtäältä opiskelijan koettu kontrolli eli kokeeko opiskelija hallitsevansa toiminnan ja toisaalta toiminnan koettu arvo. Näistä toiminnan kontrolli liittyy läheisesti Banduran minäpystyvyyden (*self-efficacy*) käsitteeseen (Pekrun, Goetz, Frenzel, Barchfeld, & Perry, 2011). Bandura (2010) määrittelee minäpystyvyyden yksilön uskoksi omaan kykyynsä vaikuttaa ympärillä tapahtuviin asioihin. Koettu kontrolli ja koettu arvo tuottavat positiivisia tunteita ja opinnoissa menestymistä (Shao, Pekrun, Marsh, & Loderer, 2020).

Kontrolliarvoteoriaa hyödyntävissä tutkimuksissa on havaittu, että positiiviset tunteet kuten ilo, toivo ja ylpeys tukevat sekä sisäistä että ulkoista motivaatiota, lisäävät tehtävään kohdistuvaa kiinnostusta ja tarkkaavaisuutta, edesauttavat joustavien oppimisstrategioiden käyttöä, vahvistavat itsesäätelytaitoja ja vaikuttavat myönteisesti akateemiseen suoriutumiseen. Sitä vastoin negatiiviset tunteet

kuten epätoivo ja kyllästyminen vähentävät motivaatiota ja johtavat ei-toivottuihin opiskelustrategioihin kuten ulkoa opetteluun ja sen myötä heikompiin oppimistuloksiin (Pekrun ym., 2011; Putwain, Wood, & Pekrun, 2020). Negatiivisten tunteiden yhteydessä voidaan puhua myös akateemisesta kelluvuudesta (*academic buoyancy*), jolla tarkoitetaan opiskelijoiden kykyä elpyä päivittäisistä takaiskuista, kuten epäonnistumisista kokeissa. Akateemisen kelluvuuden on havaittu suojaavan ainakin lievemmiltä negatiivisilta tunteilta ja parantavan oppimistuloksia (Putwain ym., 2020).

Itsemääräämisteoria

Ryanin ja Decin (2017) itsemääräämisteoria (*Self-determination theory*) perustuu siihen, että opiskelija motivoituu, kun hän saa itse päättää tekemisistään (Nurmi & Salmela-Aro, 2017). Teorian kulmakivinä ovat kolme perustarvetta: kyvykkyys (competence), autonomia (autonomy) ja yhteenkuuluvuus (relatedness) (Deci & Ryan, 2000), joiden katsotaan vaikuttavan oppilaan sisäiseen motivaatioon ja haluun oppia. Näiden rinnalle neljänneksi perustarpeeksi on esitetty merkityksellisyyttä (Salmela-Aro, 2018) ja vaikuttavuutta (Nurmi & Salmela-Aro, 2017). Deci ja Ryan (2000) tarkastelevat kyvykkyyttä Banduran (2010) tavoin yksilön kokemuksena selviytyä haasteista. Kyvykkyys yhdistettynä positiiviseen palautteeseen tukevat sisäistä motivaatiota. Autonomialla he viittaavat yksilön tarpeeseen hallita elämäänsä ja tehdä vapaasti valintoja omien vahvuuksiensa tai kiinnostuksenkohteittensa mukaisesti. Autonomia onkin sisäisen motivaation keskeisin edellytys. Yhteenkuuluvuus taas luo pohjaa turvallisuuden tunteelle, joka tarjoaa hyvät edellytykset yksilön kehittymiselle.

Lukiolaisten opintomenestykseen kohdistuneessa tutkimuksessaan Vasalampi, Kiuru ja Salmela-Aro (2018) havaitsivat, että autonomialla oli selkeä merkitys opintotavoitteiden saavuttamisessa. Tutkimuksen tuloksista käy ilmi myös, että vanhempien ja koulukavereiden tuella oli huomattava merkitys autonomian kokemukseen ja sitä kautta opinnoissa menestymiseen.

Tavoiteorientaatioteoria

Nichollsin (1984) ja Dweckin (1986) työn pohjalta kehitetty tavoiteorientaatioteoria (*Achievement goal theory*) perustuu yhtäältä tehtäväsuuntautuneisiin ja minäsuuntautuneisiin oppijoihin ja toisaalta suoritus- ja oppimisorientoituneisiin oppijoihin. Kun tehtäväsuuntautunut motivoituu itse tehtävästä, minäsuuntautunut haluaa osoittaa olevansa jossain tehtävässä taitavampi kuin muut (Nicholls, Cheung, Lauer, & Patashnick 1989, Nurmi & Salmela-Aro 2017). Tehtäväsuuntautunut oppija uskoo yleensä, että hän voi oppia tarvittavia taitoja ja kehittyä tehtävän suorittamisessa, kunhan on riittävän kiinnostunut tehtävästä, näkee vaivaa sen eteen ja yrittää parhaansa. Minäsuuntautunut oppija taas ajattelee taitojen olevan myötäsyttyisiä ja hänen tulee vain vakuuttaa opettaja taidoistaan (Nicholls ym. 1989, Salmela-Aro 2018). Dweck (1986) kuvailee näitä käsittein suoritus- ja oppimisorientoituneet oppijat.

Suoritusorientoitunut oppija, jonka itseluottamus on korkea, hakee haasteita ja ponnistelee sitkeästi tavoitteiden saavuttamiseksi. Sen sijaan suoritusorientoitunut oppija, jonka itseluottamus on matala, välttää haasteita ja luovuttaa helposti.

Oppimisorientoitunut oppija taas etsii haasteita ja ponnistelee niiden eteen riippumatta siitä, onko hänen itseluottamuksensa korkea vai matala.

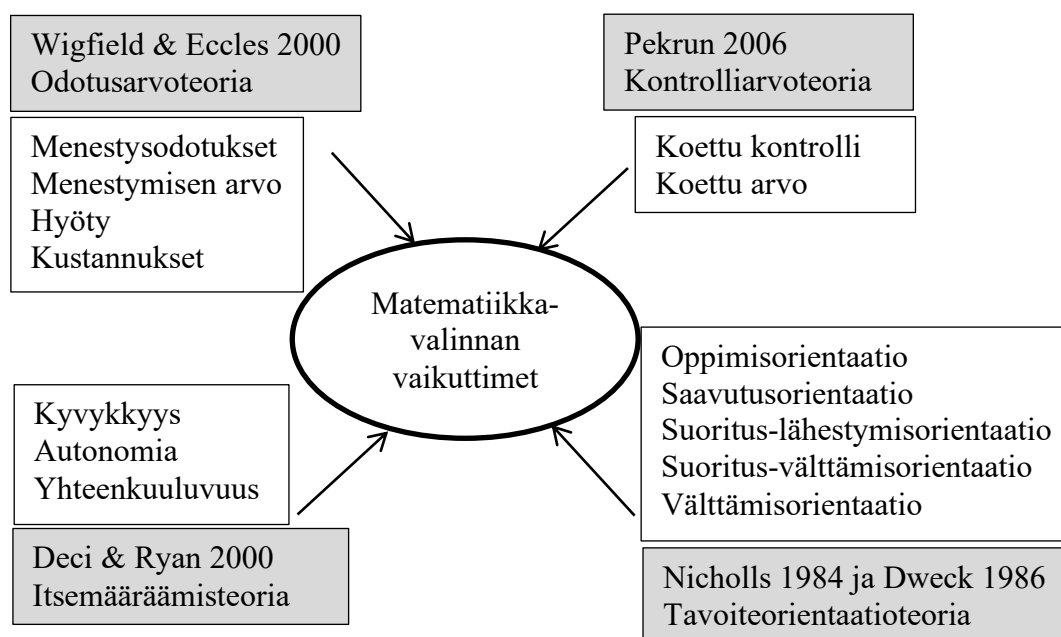
Tavoiteorientaatioteoria on sittemmin laajentunut orientaatioiden suuntaan. Tarkastelun kohteeksi on tullut viisi erilaista orientaatiota. Tehtäväsuuntautuneet oppijat jakautuvat kahteen orientaatioon: oppimisorientaation mukaan, opiskelija haluaa oppia uutta ja kehittyä taidoissaan ja häntä ohjaa sisäinen motivaatio; saavutusorientaation mukaisesti opiskelijaa kiinnostavat hyvät tulokset ja arvonsanat, ja niiden taustalla on ulkoinen motivaatio. Minäsuuntautuneet oppijat jakautuvat kolmeen orientaatioon: suoritus-lähestymisorientaation mukaisesti opiskelija haluaa olla parempi kuin muut ja hänelle on tärkeää, että muut myös huomaavat sen; suoritus-välttämisorientaation mukaan opiskelija välttää julkista epäonnistumista ja välttämisorientaation mukaisesti opiskelija yrittää vältellä työskentelyä ja tehtävän suorittamista (Niemivirta, Pulkka, Tapola & Tuominen-Soini 2013).

Odotusarvoteoria

Wigfieldin ja Ecclesin (2000) odotusarvoteorian (*Expectancy-value theory*) lähtökohtana oli selittää sukupuolten välisiä eroja matematiikkauskuksissa ja matematiikan kurssivalinnoissa. Teorian keskeisiä käsitteitä ovat: menestysodotukset, menestymisen arvo yksilölle, hyöty ja kustannukset. Teorian mukaan menestysodotuksilla mitataan hyvän suorituksen tärkeyttä oppijalle itselleen ja usein tämä kertoo esimerkiksi oppiaineen kiinnostavuudesta. Menestymisen arvo kuvastaa, millaista iloa oppija saa suoriutuessaan tehtävästä ja miten tehtävä koukuttaa hänet työskentelemään. Hyödyllä tarkoitetaan tavoitteen hyödyllisyyttä tulevaisuuden, esimerkiksi tulevan ammatin, näkökulmasta. Kustannukset kuvaavat, mistä kaikesta yksilö joutuu luopumaan saavuttaakseen tavoitteensa tai viekö tavoite aikaa joltain kiinnostavammalta asialta (Wigfield, Tonks & Eccles 2004, Salmela-Aro 2018).

Odotusarvoteorian mukaisesti, jos opiskelija luottaa omaan osaamiseensa ja arvostaa onnistumista, hän panostaa ja menestyy tavoitteissaan. Myönteinen käsitys omista matematiikan taidoista tuottaa sen, että opiskelija luottaa pärjäävänsä matematiikan tehtävissä myös tulevaisuudessa. (Salmela-Aro 2018).

Artikkelissaan Eccles, Adler, Futterman, Goff, Kaczala, Meece ja Midgley (1983) hahmottelivat odotusarvoteoriaa kaaviolla. Lähtökohtana kaaviossa on kulttuuriympäristö ja sen asettamat odotukset. Nämä heijastuvat vanhempien odotuksiin ja yhdessä heidän kanssaan nuoren odotuksiin. Odotuksiin vastatakseen nuori muokkaa minäkuvaansa, ja laatii pitkän ja lyhyen aikavälin tavoitteita, joista hän sitten saa onnistumisen kokemuksia ja tekee valintoja sen suhteen, mitä tavoittelee jatkossa. Samaan aikaan nuori tekee tulkintoja aikaisemmista tehtävistä saamistaan kokemuksista ja niihin liittyvistä tunteistaan, ja ne vaikuttavat uusien tehtävien kiinnostavuuteen, tärkeyteen, hyötyyn ja kustannuksiin ja lopulta myös seuraaviin valintoihin.



Kuva 1. Matematiikkavalintaan vaikuttavien motivaatioteorioiden koonti.

Olemme koonneet kuvioon 1 edellä kuvattujen teorioiden keskeiset käsitteet, joiden avulla tarkastelemme tutkimuksessaamme lukiolaisten matematiikkavalintojen taustalla vaikuttavia tekijöitä. Menestysodotukset ja menestymisen arvo tulevat esille sekä odotusarvoteoriassa että kontrolliarvoteoriassa. Mittarissamme näitä mitataan kysymyksillä "Miten paljon seuraavat asiat vaikuttivat valintaasi pitkän ja lyhyen matematiikan välillä?" 5-portaisilla Likert-väittämällä (1 = ei lainkaan ... 5 = erittäin paljon). Väittämät on esitetty taulukossa 5, joista v7-v9, v12, v14 ja v15 mittaavat opiskelun koettua arvoa hyödyn ja kustannusten näkökulmasta, kuin myös tavoiteorientaatioteorian mukaisia saavutus- ja oppimisorientaatioita. Itsemääräämisteoriasta otamme esille kyvykkyuden kokemukset niin menestymisen (v4 ja v10), kuin koettujen taipumusten (v1) avulla. Tulevaisuuden ennakointi (v7-v9), mutta myös perheen merkitys (v2, v3), sekä opiskelijan peruskouluikäinen menestyminen matematiikassa (v4, v10) ovat odotusarvoteorian mukaisia väittämiä. Lisäksi kyselyssä kysyttiin opiskelijoiden arviota omasta osaamisestaan. Tätä selvitettiin kysymyksillä, jotka koskivat MAY1 -kurssin sisältöjen vaikeutta ja opiskelijan arviota kurssin tavoitteiden toteutumisesta kohdallaan (ks. taulukko 4).

Tutkimuskysymyksemme ovat:

1. Millainen on matematiikan yhteisen ensimmäisen kurssin (MAY1) rooli opiskelijoiden matematiikkavalinnassa 2017 ja 2020?
2. Millaiset akateemisen suoriutumisen tekijät vaikuttivat opiskelijoiden MAY1-kurssin jälkeiseen matematiikkavalintaan keväällä 2020?

TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Tutkimuksemme rakentuu kahden eri aineiston varaan, joista ensimmäinen kerättiin sähköisellä kyselylomakkeella keväällä 2017 ja toinen osin uudistetuin ja uusin kysymyksin keväällä 2020. Kutsu tutkimukseen lähetettiin noin 60 lukion rehtoreille ympäri Suomen. Vuonna 2017 kyselyyn vastasi opiskelijoita 36 lukiosta ja vuonna 2020 22 lukiosta. Aineiston tarkempi kuvaus on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1. Tutkimuksen aineisto.

Aineisto	2017	2020
Opiskelijoita	1 564	383
Tyttöjä	55 %	56 %
Poikia	41 %	40 %
Muu tai ei halunnut ilmoittaa	4 %	4 %
Peruskoulun päättötodistuksen lukuaineiden keskiarvo	8,9 (0,8)	9,0 (0,9)
Matematiikan arvosanojen keskiarvo	8,9 (1,1)	8,9 (1,1)

Aineiston analyysi

Kyselylomakkeessa opiskelijoilta kysyttiin, mikä ajatus heillä oli ollut tulevasta matematiikkavalinnastaan ennen ensimmäistä yhteistä lukion matematiikan kurssia, ja mitä he olivat ajatelleet matematiikkavalinnakseen heti kurssin jälkeen. Näiden tietojen perusteella muodostimme kolme ryhmää: kurssin päätyttyä pitkän matematiikan valinneet, lyhyen matematiikan valinneet sekä matematiikkavalinnastaan edelleen epävarmat opiskelijat. Tutkimusvuosien välinen vertailu tehtiin suhteellisten prosentiosuuksien avulla tarkastellen niissä tapahtuneita muutoksia prosenttiyksiköiden avulla käyttäen prosentin tarkkuutta. Tutkimuskertojen välisien erojen tulkinnessa käytimme apuna opiskelijoiden itsensä ilmoittamia peruskoulun päättötodistuksen matematiikan ja MAY1- kurssin arvosanoja.

Vuoden 2020 aineistosta tutkittiin lisäksi matematiikkavalinnan yhteyttä kurssikokemuksiin ja valinnan taustavaikuttimiin. Kyselylomakkeessa opiskelijoilta kysyttiin, miten vaikeina ja tärkeinä he kokivat opetussuunnitelmassa esitetyt kurssin sisältöalueet käyttäen Likert-asteikollista (1 = ei lainkaan vaikea/tärkeä ... 5 = erittäin vaikea/tärkeä) väittämiä. Väittämistä muodostettiin kolme kokoomamuuttujaa sekä vaikeuden että tärkeyden osalta. Kokoomamuuttujiksi muodostuivat Luvut ja laskutoimitukset, Funktiot ja yhtälöt sekä Lukujonot. Kokoomamuuttujien reliabeliutta tutkittiin Cronbachin alfan avulla pitäen riittävän reliabeliuden alarajana arvoa 0,7. Kurssin tavoitteiden toteutumisen kokemuksesta muodostettiin kokoomamuuttuja kuvaamaan lukujonojen osuutta. Sitä vastoin Luvut ja laskutoimitukset sekä Funktiot ja yhtälöt osa-alueiden tavoitteiden saavuttaminen määritettiin yhtä väittämää käyttäen molemmissa osa-alueissa johtuen siitä, että kyselylomake oli laadittu opetussuunnitelman tavoitekuvauksia käyttäen. Matematiikkavalinnan taustavaikuttimia kartoitettiin 15 Likert-

väittämän avulla, joissa kysyttiin, kuinka paljon luetellut asiat vaikuttivat opiskelijoiden valintaan pitkän ja lyhyen matematiikan välillä (1 = ei lainkaan ... 5 = erittäin paljon). Kurssikokemuksen sekä taustavaikuttimien suhteen eri matematiikkavalintaryhmien välisten erojen testaamiseen käytimme ANOVAa ja parit-taisiin vertailuihin Scheffén testiä. Efektikoon raportointiin käytimme eta-kertoimen neliötä (η^2), jossa voimakkaan efektin rajana voidaan pitää yli 0,14 luokkaa olevia eta-kertoimen arvoja (Ellis, 2010).

TULOKSET

Ensimmäinen tutkimuskysymyksemme kohdistui opiskelijoiden matematiikkavalintaan vuosina 2017 ja 2020. Mahdollisen muutoksen havaitsemiseksi ryhmittelimme opiskelijat heidän MAY1 -kurssin jälkeisen ilmoituksensa mukaan pitkän matematiikan valinneisiin, lyhyen matematiikan valinneisiin ja valinnastaan edelleen epävarmoin.

Erot matematiikkavalinnassa

Kuten taulukosta 1 käy ilmi, tutkimukseen osallistui vuonna 2020 huomattavasti pienempi joukko opiskelijoita kuin vuonna 2017. Vastaajajoukot erosivat toisistaan myös siinä, että vuonna 2017 jo ennen MAY1 -kurssia pitkän matematiikan opintoihin suuntautuneiden ja sen opiskelua jatkaneiden osuus oli 69 prosenttia, mutta vuonna 2020 peräti 78 prosenttia (ks. taulukko 3). Molemmat luvut ylittävät selvästi vuoden 2019 ylioppilaiden 41 prosentin pitkän matematiikan kirjoittajien osuuden (Grönholm, 2020). Tutkimuksiin osallistuneet opiskelijat edustavat siis mitä ilmeisimmin keskimääräistä matematiikkasuuntautuneempia lukiota ja vinouma saattaa olla vuonna 2020 vuotta 2017 selvempi.

Taulukko 2. Opiskelijoiden matematiikkavalinta ennen MAY1 -kurssia ja sen jälkeen vuosina 2017 ja 2020; N sekä peruskoulun päättötodistuksen ja MAY1-kurssin arvosanat ja keskihajonnat

Matematiikan opiskeluvalinnat ennen ja jälkeen yhteisen kurssin	Matematiikan arvosana (hajonta)					
	N	2017		2020		
	N	pk	MAY1	N	pk	MAY1
Pitkällä jatkavat	1 008	9,3 (0,8)	7,0 (3,6)	283	9,3 (0,9)	8,0 (2,0)
Lyhyeltä pitkälle vaihtaneet	18	8,4 (1,0)	5,7 (4,2)	5	8,3 (1,0)	8,0 (1,6)
Epävarmasta pitkään päätyneet	50	8,6 (0,9)	6,4 (3,3)	11	8,9 (0,7)	7,6 (1,1)
Lyhyellä jatkavat	298	7,8 (1,1)	5,1 (3,2)	54	7,4 (0,9)	5,3 (2,5)
Pitkältä lyhyelle vaihtaneet	87	8,5 (1,0)	5,0 (3,3)	13	7,9 (1,1)	5,3 (2,6)
Epävarmasta lyhyeen päätyneet	61	8,3 (1,3)	5,8 (3,4)	6	8,5 (1,0)	7,2 (1,3)
Edelleen epävarmat	6	8,3 (0,8)	4,8 (3,9)	1	9,0	-
Pitkältä epävarmaksi päätyneet	25	8,7 (0,9)	4,8 (3,9)	6	9,0 (1,1)	5,7 (2,9)
Lyhyeltä epävarmaksi päätyneet	1	9,0	9,0	1	9,0	6,0
Ei vastausta	7	8,8 (0,4)	4,8 (4,2)	3	8,5 (0,7)	4,7 (4,2)
Yhteensä	1 561	8,9 (1,1)	6,4 (3,6)	383	8,9 (1,1)	7,4 (2,4)

pk=peruskoulun päättöarvosana, MAY1=matematiikan yhteisen kurssin arvosana

Kun valintaryhmiä tarkastellaan matematiikan ensimmäisen yhteisen kurssin arvosanojen näkökulmasta, havaitaan muutos MAY1 -kurssin keskiarvossa ja hajonnassa. Koko aineiston kurssiarvosanojen keskiarvo on parantunut ja hajonta pienentynyt. Vuonna 2020 vastaajat ilmoittivat keskimäärin yhtä arvosanaa korkeamman kurssiarvosanan, ja hajonta pieneni samalla 1,2 arvosanaa. On kuitenkin huomioitava, että kyse on opiskelijoiden itsensä raportoimista arvosanoista.

Peruskoulun päättöarvosanan ja MAY1 -kurssin arvosanojen välinen vertailu matematiikkavalintaryhmittäin osoittaa, että pitkällä jatkavilla arvosanojen välinen ero kaventuu yhden arvosanan ollen vuonna 2020 1,3 arvosanaa. Ero kaventuu myös lyhyellä jatkavilla opiskelijoilla 2,7 arvosanasta 2,1 arvosanaa. Suurin ero peruskoulun päättöarvosanan ja MAY1 -kurssin arvosanan välillä on molempina vuosina MAY1 -kurssin kuluessa valinnastaan epävarmoiksi tulleiden alun perin pitkän matematiikan opiskelun valinneiden opiskelijoiden kohdalla. Heillä arvosanaero oli peräti 3,9 arvosanaa vuonna 2017 ja vielä 3,3 arvosanaa vuoden 2020 aineistossa. Epävarmasta pitkän matematiikan opiskeluun päätyneillä kuin lyhyestä pitkään vaihtaneilla on vuonna 2020 arvosanojen ero pienentynyt selvästi vuoteen 2017 verrattuna. Vastaavasti pitkältä lyhyeen matematiikkaan vaihtaneilla arvosanojen ero on hyvin samanlainen verrattuna lyhyellä matematiikalla jatkaviin opiskelijoihin.

Taulukko 3. Opiskelijoiden matematiikkavalinta MAY1 -kurssin jälkeen vuosina 2017 ja 2020; suhteellinen osuus.

		2017	2020	osuuden-
		<i>f</i> %	<i>f</i> %	muutos
Pitkän matematiikan valinnoista	yhteensä	69 %	78 %	+9 % -yks.
	jatkaneet	65 %	74 %	+9 % -yks.
	vaihtaneet	4 %	4 %	0 % -yks.
Lyhyen matematiikan valinnoista	yhteensä	29 %	19 %	-10 % -yks.
	jatkaneet	19 %	14 %	-5 % -yks.
	vaihtaneet	10 %	5 %	-5 % -yks.
Valinnastaan epävarmoista	yhteensä	2 %	2 %	0 % -yks.
	jatkaneet	0 %	0 %	0 % -yks.
	vaihtaneet	2 %	2 %	0 % -yks.
Ei vastausta		0 %	1 %	+1 % -yks.
Yhteensä (N)		1 561	383	

Taulukossa 3 opiskelijat on ryhmitelty MAY1 -kurssin jälkeisen matematiikkavalinnan mukaan. Vertailtaessa opiskelijoiden matematiikkavalintoja vuosien 2017 ja 2020 välillä, pitkän matematiikan opintoihin suuntautuvien määrä kasvaa yhdeksän prosenttiyksikköä. Tämä johtuu jo ennen MAY1 -kurssia tehdyistä valinnoista. Kurssin vaikutus näkyy siinä, että neljä prosenttia epävarmoista tai lyhyen matematiikan valinnoista opiskelijoista vaihtaa pitkään matematiikkaan.

Sen sijaan vähenemä lyhyen matematiikan valinnoista vuosien 2017 ja 2020 välillä jakautuu tasan. Ennen MAY1 -kurssia lyhyen matematiikan valinnoista on viisi prosenttiyksikköä vähemmän ja kurssin jälkeen lyhyeen matematiikkaan

vaihtaneita on myös viisi prosenttiyksikköä vähemmän. Valinnastaan epävarmojen osuuksissa ei tapahdu muutoksia. Aineiston perusteella noin kaksi prosenttia opiskelijoista on kurssin myötä tullut epävarmoiksi valinnastaan. Tämän oppilasryhmän kokemus omasta matematiikan osaamisesta on murroksessa ja näyttäisi siltä, että epävarmuus matematiikkavalinnasta kasvaa, arvosanojen välisen eron kasvaessa.

Opiskelijoiden matematiikkavalinnan vaikuttimet

Opiskelijoiden kokemusta MAY1 -kurssin kolmesta osa-alueesta (Luvut ja laskutoimitukset, Funktiot ja yhtälöt, Lukujonot) tarkasteltiin niiden koetun tärkeyden ja vaikeuden sekä kurssin tavoitteiden saavuttamisen näkökulmasta. Kullekin osa-alueelle rakennettiin niiden neljää sisältöaluetta koskevista opiskelijavastauksista kokoomamuuttujat (Cronbachin α $r = 0,88-0,96$), joiden keskiarvot ja keskihajonnat on esitetty taulukossa 4 edellä kuvattujen matematiikkavalintaryhmien mukaan.

Pitkän matematiikan valinneet opiskelijat pitivät kurssin kaikkia sisältöjä tärkeimpinä ja vähemmän vaikeina, toisin kuin lyhyen matematiikan valinneet tai valinnastaan MAY1 -kurssin jälkeenkin vielä epävarmat opiskelijat. Pitkän matematiikan valinneiden arviot kurssin tavoitteiden saavuttamisesta olivat myös muita ryhmiä myönteisemmät. Ero muihin ryhmiin kasvoi siirryttäessä peruskoulua kertaavasta luvut ja laskutoimitukset -osa-alueesta funktioihin ja yhtälöihin sekä lukujonoihin. Pitkän matematiikan opiskelijat erottuivat muista ryhmistä myös siinä, että heidän arvionsa oppisisältöjen tärkeydestä muuttui selvästi muita ryhmiä vähemmän kurssin edetessä kertaavasta osasta lukujonoihin. Lyhyen matematiikan valinneiden ja valinnasta edelleen epävarmojen arvio sisältöjen tärkeydestä sen sijaan laski kurssin edetessä uusille osa-alueille. Samaan aikaan sisältöjen koettu vaikeus lisääntyi ja tavoitteiden koettu saavuttaminen laski kurssin edetessä kohti uusia ja vaativampia sisältöjä.

Taulukko 4. Opiskelijoiden kokemus MAY1-kurssin kolmen osa-alueen tärkeydestä ja vaikeudesta sekä heidän arvionsa niiden tavoitteiden saavuttamisesta (Likert 1-5, ka ja kh) matematiikkavalinnan mukaan vuonna 2020.

Tavoitteiden	Luvut ja laskutoim.			Funktiot ja yhtälöt			Lukujonot		
	MAA	MAB	EOS	MAA	MAB	EOS	MAA	MAB	EOS
tärkeys	4,1 (1,0) ^{ei}	4,0 (1,4) ^{ei}	3,5 (0,9) ^{ei}	4,2 (0,9) ^a	3,6 (1,6) ^b	3,5 (0,9) ^{a,b}	4,0 (1,3) ^a	3,4 (1,8) ^b	2,5 (1,5) ^b
vaikeus	2,0 (0,9) ^a	3,1 (1,2) ^b	2,6 (1,2) ^{a,b}	2,6 (1,0) ^a	3,9 (1,0) ^b	3,6 (1,0) ^b	3,0 (1,0) ^a	4,0 (1,0) ^b	4,0 (0,8) ^b
saavuttaminen	3,9 (0,9) ^a	3,1 (1,1) ^b	2,8 (1,0) ^b	3,7 (0,9) ^a	2,7 (1,1) ^b	2,6 (1,0) ^b	3,5 (0,8) ^a	2,5 (0,9) ^b	2,4 (0,9) ^b

MAA = pitkän matematiikan valinneet, MAB = lyhyen matematiikan valinneet, EOS = matematiikkavalinnastaan epävarmat kurssin lopussa. Samalla indeksillä ^a, ^b tai ^{ei} merkityt osa-aluekohtaiset keskiarvot eivät poikkea tilastollisesti toisistaan.

Opiskelijoilta kysyttiin myös tekijöitä, joiden he kokivat vaikuttaneen matematiikkavalintaansa (taulukko 5). Kaikissa matematiikkavalinnan mukaisissa ryhmissä vahvimpina vaikuttimina nousivat esiin opiskelijoiden tulevaisuuden ennakoinnit (korkeakoulujen opiskelijavalinta, lukion jälkeiset opinnot ja tuleva

ammatti), mutta myös perheen merkitys sekä opiskelijan peruskouluikäinen menestyminen matematiikassa nousivat selvästi esiin.

Taulukko 5. Opiskelijoiden matematiikkavalintaan vaikuttaneet seikat matematiikkavalinnan mukaan vuonna 2020. Likert 1–5 (pl. v10 ja v11), eron efektikoko (η^2) laskettu yli kaikkien kolmen ryhmän.

	Väittämät	MAA (299)	MAB (73)	EOS (11)	YHT (383)	η^2
v1	Luontaiset taipumukseni	4,2 (0,9) ^a	1,9 (1,0) ^b	3,2 (1,1) ^c	3,7 (1,3)	.48
v2	Huoltajieni toiveet ja neuvot	4,2 (0,9) ^a	2,9 (1,0) ^b	3,8 (1,2) ^a	3,9 (1,1)	.23
v3	Kavereiden valinnat ja mielipiteet	3,7 (0,8) ^a	2,7 (0,9) ^b	3,6 (0,7) ^a	3,5 (0,9)	.18
v4	Menestymiseni matematiikassa peruskoulussa	4,2 (0,9) ^a	2,0 (1,1) ^b	3,8 (1,1) ^a	3,8 (1,3)	.45
v5	Matematiikasta pitämisen peruskoulussa	3,9 (1,1) ^a	1,9 (1,1) ^b	3,5 (1,1) ^a	3,5 (1,4)	.33
v6	Lukion muut kurssivalinnat	3,5 (0,9) ^a	2,3 (0,9) ^b	3,2 (1,0) ^a	3,3 (1,0)	.22
v7	Lukion jälkeiset opiskelijavalinnat	4,4 (0,8) ^a	2,7 (1,0) ^b	3,9 (0,7) ^a	4,0 (1,0)	.38
v8	Lukion jälkeiset opinnot	4,4 (0,8) ^a	2,7 (1,0) ^b	4,1 (0,7) ^a	4,0 (1,1)	.39
v9	Tuleva ammattini	4,1 (0,9) ^a	2,8 (1,0) ^b	4,0 (0,8) ^a	3,8 (1,0)	.25
v10	Matematiikan arvosanani peruskoulussa	9,2 (0,9) ^a	7,6 (1,0) ^b	8,9 (0,9) ^a	8,9 (1,1)	.35
v11	Matematiikan kurssiarvosanani	8,0 (2,0) ^a	5,5 (2,5) ^b	4,9 (3,2) ^b	7,4 (2,4)	.20
v12	Menestymiseni MAY-kurssilla	3,6 (1,0) ^a	1,7 (0,8) ^b	2,1 (0,8) ^b	3,2 (1,2)	.40
v13	MAY-kurssilla viihtyminen	3,5 (0,9) ^a	1,9 (0,9) ^b	2,4 (0,7) ^b	3,2 (1,1)	.31
v14	Kurssin edellyttämä työmäärä	3,3 (0,9) ^a	2,0 (0,9) ^b	2,4 (0,7) ^b	3,0 (1,0)	.28
v15	Haluan hyviä arvosanoja ylioppilaskirjoituksissa	4,0 (1,0) ^a	2,3 (0,9) ^b	2,8 (1,3) ^b	3,7 (1,2)	.33

MAA = pitkän matematiikan valinnee, MAB = lyhyen matematiikan valinnee, EOS = matematiikkavalinnastaan epävarmat kurssin lopussa. Samalla indeksillä ^a, ^b tai ^c merkityt väittämäkohdat keskiarvot eivät poikkea tilastollisesti toisistaan.

Siinä, missä pitkän matematiikan valinneiden ja edelleen valinnastaan epävarmojen opiskelijoiden vastaukset erosivat selvästi lyhyen matematiikan valinneiden vastauksista ajallisesti varhemmissa, muita lukio-opintoja koskevissa tai selvästi tulevaisuuteen kohdistuvissa tekijöissä (taulukon 5 kymmenen ensimmäistä riviä), MAY1 -kurssiin sekä ylioppilastutkintomenestykseen liittyvät syyt erottivat pitkän matematiikan opiskelijat omaksi ryhmäkseen kahden muun ryhmän vastausten ollessa selvästi lähempänä toisiaan (taulukon 5 harmaaksi maallatu alue).

Pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijat poikkesivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi jokaisen väittämän kohdalla siten, että pitkän matematiikan opiskelijoiden vastauskeskiarvo ylitti kaikissa väittämissä asteikon keskiarvon, kun taas lyhyen matematiikan opiskelijat jäivät sen alle (ka 4.2 – 3.3 vs. 2.8 – 1.9, $p < 0,001$, $\eta^2 = 0,18$ vs. 0,48). Valinnastaan epävarmojen opiskelijoiden peruskoulun matematiikan arvosana on lähes pitkän lukijoiden tasolla, mikä yhdistettynä MAY1-kurssin heikkoon arvosanaan herättää epäilyn niin kutsutusta ”tähti-arvosanasta” eli muiden arvosanoihin vertautumattomasta yksilöllistetyn matematiikan oppimäärän arvosanasta. Vaikka valinnastaan edelleen epävarmojen ryhmän vastaukset ovat osin yhteneväisiä pitkän matematiikan valinneiden kanssa, tulosta on vaikea tulkita, sillä kyse on nimenomaan ryhmästä, joka ei vielä ole tehnyt tuota valintaa. Valinnan vaikeutta selittänee pitkälti nimenomaan epäsuhta heidän peruskoulun matematiikan arvosanansa ja MAY1 -kurssin kokemuksensa ja arvosanansa välillä.

POHDINTA

Tarkastelimme tutkimuksessamme syksyllä 2017 ja syksyllä 2020 lukion aloittaneiden opiskelijoiden matematiikkavalinnan eroja sekä jälkimmäisen ryhmän osalta tuohon valintaan vaikuttaneita tekijöitä. Lähtökohtana oli opiskelijoiden ennen ensimmäistä yhteistä matematiikan kurssia MAY1 tekemä alustava valinta pitkän ja lyhyen matematiikan välillä ja tarkentavana näkökulmana MAY1-kurssin vaikutus valinnassa mahdollisesti tapahtuneeseen muutokseen.

Matematiikan yhteisen kurssin rooli opiskelijoiden matematiikka valinnoissa näyttäytyi hyvin samanlaisena molempina vuosina. Noin neljä prosenttia päätyi kurssin perusteella valitsemaan pitkän matematiikan aikaisemmasta poiketen, kun taas kahdelle prosentille kurssi aiheutti epävarmuuden matematiikan opiskelun jatkamisesta alun perin kaavailun mukaisesti. Sen sijaan kurssin myötä lyhyen matematiikan valinneiden määrässä tapahtuu viiden prosenttiyksikön lasku. Tämä tosin selittynee sillä, että vuonna 2020 ryhmä on aikaisempaa matematiikkasuuntautuneempia lukioita (ks. taulukko 2). Toinen mahdollinen selittäjä voi olla pitkän matematiikan merkityksen korostuminen korkeakouluvalinnoissa, jonka tiedetään myös lisänneen sen valitsevien opiskelijoiden osuutta. Muutoksen taustalla tuskin on lyhyen matematiikan valinneiden aikaisempaa parempi opintomenestys, sillä se jää arvosanan 6 tasolle.

Tutkimuksessa käytetty valinnan taustatekijöitä kartoittava kysely oli rakennettu löyhästi neljän keskeisen motivaatioteorian varaan, joissa kaikissa opiskelijan arviolla omasta matemaattisesta osaamisestaan on keskeinen, joskin osin erilainen rooli. Itsemääräämisteoriassa se ilmenee kyvykkyytenä, kontrolliarvorteoriassa koettuna kontrollina, odotusarvorteoriassa menestysodotuksina ja tavoiteorientaatioteoriassa oppimis- ja saavutusorientaatioina. Kyselyssä opiskelijoiden arviota omasta osaamisestaan mitattiin kysymyksillä, jotka koskivat MAY1 -kurssin sisältöjen vaikeutta, opiskelijan arviota kurssin tavoitteiden toteutumisesta kohdallaan, kurssikokemusta sekä kurssi-arvosanaa. Näiden MAY1-kurssiin suoraan liittyvien kysymysten lisäksi kokemusta osaamisesta mittasivat jotkut ma-

tematiikkavalintaan kohdistuvat väittämät, esimerkiksi se, missä määrin opiskelija näki valinnan syynä olleen hänen luontaiset taipumuksensa tai peruskoulu-aikainen menestyksenä matematiikassa. Tuloksista voitiin havaita, että pitkän matematiikan valinneiden usko matemaattiseen osaamiseensa oli selvästi muita opiskelijoita vahvempi. Pitkän matematiikan jo alun perin valinneet ja valinnastaan MAY1 -kurssin jälkeen pidättäytyneet opiskelijat kokivat kurssilla opiskellut asiat selvästi helpommiksi kuin muut, kun taas valinnastaan vielä MAY1 -kurssin jälkeenkin epävarmojen arvosanat laskivat eniten peruskoulusta MAY1 -kurssin arvosanaan, mikä varmasti vaikutti tämän sinänsä varsin pienen ryhmän osaamisen kokemukseen. Valitettavasti jää auki, onko kyse todellisesta osaamisen suhteellisesta heikkenemisestä tai perusopetuksen arvosanoissa ilmenevästä heikosta vertailukelpoisuudesta (esim. Ouakrim-Soivio, 2013) vai siitä, että heidän joukossaan on perusopetuksessa yksilöllisen opetus suunnitelman mukaan arvioituja oppilaita (ns. 'tähti-arvosana').

Tutkimukseemme sisältyi myös kysymyksiä, jotka lähestyvät matematiikkavalintaa odotusarvoteorian lähtökohdista eli kysymyksiä tulevaisuuden jatko-opinto- ja ammattiodotuksista sekä matematiikan ja MAY1 -kurssin tarjoamasta hyödystä ja kustannuksista. Näistä monet ovat tulkittavissa myös tavoiteorientaatioteorian suoritus- ja oppimisorientaation näkökulmasta. Salmelan ja Uusiautin (2015) tutkimuksessa menestyneitä lukiolaisia kuvasi tiedonjano, uteliaisuus, periksi antamattomuus, harkitsevuus, rohkeus ja menestymisen halu. Tässä tutkimuksessa samat piirteet nousivat esiin matematiikkavalinnan mukaisten ryhmien välillä. Pitkän matematiikan valinneet ilmaisivat kurssin edellyttämän työmäärän, lukion jälkeisen opiskelijavalinnan, MAY1 -kurssin menestysodotuksensa sekä lukion jälkeiset opinnot ja tulevan ammattinsa muita ryhmiä vaikuttavamiksi tekijöiksi valinnalleen. He myös ilmaisivat valinnan syyksi muita useammin matematiikasta pitämisen jo peruskoulussa ja uskoivat omaavansa siihen luontaisia taipumuksia. Pitkän matematiikan valinneet pitivät peruslaskutoimitusten kertausta lukuun ottamatta kaikkia MAY1 -kurssin sisältöalueita myös tärkeämpinä kuin muun valinnan tehneet eron ollessa erityisen suuri uusien ja vaativampien sisältöjen kohdalla.

Keskeisimmät ryhmien valintaa erottelevat syyt odotetusti olivat opiskelijan menestymisen matematiikassa peruskoulussa ja nyt MAY1 -kurssilla sekä hänen tulkintansa 'luontaisista taipumuksistaan'. Seuraavaksi merkityksellisempiä olivat erityisesti pitkän matematiikan valinneilla suunnitelmat lukion jälkeisistä opinnoista sekä opiskelijavalinta. Lyhyen matematiikan valinneilla tärkeimmiksi nousivat tuleva ammatti sekä huoltajien toiveet ja mielipiteet. Valinnastaan vielä MAY1 -kurssin jälkeenkin epävarmoilla tärkeimpiä valintaan vaikuttavia tekijöitä olivat tuleva ammatti ja lukion jälkeiset opinnot. Kodin vaikutus painottui ehkä yllättäen sekä pitkän matematiikan valinneilla että päätöksessään vielä epävarmoilla. Myös Julinin ja Rautopuron tutkimuksessa (2016) havaittiin, että pitkän matematiikan valinneiden opiskelijoiden ja heidän huoltajiensa matematiikkaan kohdistuvat asenteet olivat muita myönteisempiä. Myös matematiikka-ahdistus on ainakin peruskoulussa vähäisempää niillä oppilailla, jotka suunnittelevat valitsevansa pitkän matematiikan (Julin & Rautopuro 2016), mutta tulosta voi

tuskin ekstrapoloida suoraan lukioon, missä osa pitkän matematiikan opiskelijoista väistämättä menettää aiemman suhteellisen paremmuutensa (BFLP eli *big-fish-in-little-pond* -efekti, ks. esim. Marsh ym., 2008).

Vuoden 2017 aineistoa raportoitaessa tutkimukseen osallistuneita kuvattiin pitkään matematiikkaan painotteisiksi vastaajiksi ja arveltiin, että aineisto ei edusta koko lukiojoukkoa (ks. taulukko 1). Ylioppilastutkintolautakunnan (2021) tilastoista on kuitenkin havaittavissa, että vuonna 2017 lyhyttä matematiikkaa kirjoitettiin enemmän kuin pitkää matematiikkaa ja vuonna 2020 kirjoittajien määrä on kääntynyt toisin päin (YTL, 2021). Ehkäpä vuonna 2017 lukionsa aloittaneiden aineisto ja siinä havaittu pitkän matematiikan suosio eivät välttämättä olleetkaan aiheutuneet vääristyneestä otoksesta, vaan se oli koko populaation kuva ja tilanne oli voimakkaassa muutoksessa aikaisempaan nähden.

Lyhyen matematiikan valinneiden syyt valintaansa jäivät valitettavasti osin epäselviksi, koska kysymysten muotoilu painotti valintaa pitkän ja lyhyen matematiikan välillä, ei niinkään opiskelijan matematiikalle antamaa painoa opintojen kokonaisuudessa. Motivaatioteorioiden näkökulmasta opiskelijan sisäinen opiskelumotivaatio on koetuksella erityisesti, kun lukion ensimmäinen kurssi epäonnistuu eikä vastaa opiskelijan suoriutumisen odotuksia suhteessa aikaisempaan opintomenestykseen. Herääkin kysymys, koetaanko lyhyen matematiikan valintaa aina edes valinnaksi, vai vain jatkona perusopetukselle, missä matematiikka oli yksi pakollinen oppiaine muiden joukossa. Ehkä hyödyllinen sinänsä, mutta ei keskeinen opiskelijan näkökulmasta.

LÄHTEET

- Bandura, A. (2010). Self-efficacy. Teoksessa I. B. Weiner & W. E. Craighead (toim.), *Corsini encyclopedia of psychology* (4. painos, ss. 1534–1536). Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2000). The "what" and "why" of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior. *Psychological inquiry*, 11(4), 227–268.
- Dweck, C. S. (1986). Motivational processes affecting learning. *American Psychologist* 41(10), 1040–1048.
- Eccles J. S., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. L., & Midgley, C. (1983). Expectancies, values, and academic behaviors. Teoksessa J. T. Spence (toim.), *Achievement and achievement motivation* (ss. 75–146). San Francisco, CA: W. H. Freeman.
- Ellis, P. D. (2010). *The Essential Guide to Effect Sizes. Statistical Power, Meta-Analysis, and the Interpretation of Research Results*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Grönholm, P. (2020). Yhä useampi lukiolainen kirjoittaa matematiikan ylioppilaskokeessa. *Helsingin Sanomat*, 15.1.2020. <https://www.hs.fi/kotimaa/art-2000006372838.html>

- Julin, S., & Rautopuro, J. (2016). *Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matemaattikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus, 2016:20. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.
- Kupiainen, S. (2019). Taas on se aika vuodesta... ylioppilastutkinto ja korkeakouluvalinta. Koulutuksen arviointikeskus. Blogi. <https://www2.helsinki.fi/fi/uutiset/koulutus-kasvatus-ja-oppiminen/blogi-taas-on-se-aika-vuodesta...-ylioppilastutkinto-ja-korkeakouluvalinta>
- Kupiainen, S., Marjanen, J. & Ouakrim-Soivio, N. (2018). *Ylioppilas valintojen pyörteessä. Lukio-opinnot, ylioppilastutkinto ja korkeakoulujen opiskelijavalinta*. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja. Ainedidaktisia tutkimuksia 14. https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/231687/Ad_tutkimuksia_14_verkkajulkaisu.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Liu, R. D., Zhen, R., Ding, Y., Liu, Y., Wang, J., Jiang, R., & Xu, L. (2018). Teacher support and math engagement: roles of academic self-efficacy and positive emotions. *Educational Psychology, 38*(1), 3-16.
- Marsh, H. W., Seaton, M., Trautwein, U., Lüdtke, O., Hau, K. T., O'Mara, A. J., & Craven, R. G. (2008). The big-fish-little-pond-effect stands up to critical scrutiny: Implications for theory, methodology, and future research. *Educational psychology review, 20*(3), 319-350.
- Metsämuuronen, J., & Tuohilampi, L. (2017). *Matemaattisen osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015*. Helsinki: Kansallinen koulutuksen arviointikeskus, 2017:3.
- Murayama, K., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., & Vom Hofe, R. (2013). Predicting long-term growth in students' mathematics achievement: The unique contributions of motivation and cognitive strategies. *Child development, 84*(4), 1475–1490.
- Nicholls, J. G. (1984). Achievement motivation: conceptions of ability, subjective experience, task choice, and performance. *Psychological review, 91*(3), 328. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.91.3.328>
- Nicholls, J. G., Cheung, P. C., Lauer, J., & Patashnick, M. (1989). Individual differences in academic motivation: Perceived ability, goals, beliefs, and values. *Learning and individual differences, 1*(1), 63-84.
- Nurmi, J-E., & Salmela-Aro, K. (2017). Johdanto. Teoksessa K. Salmela-Aro, & J-E. Nurmi (toim.) *Mikä meitä liikuttaa: motivaatiopsykologian perusteet*. Jyväskylä: PS-kustannus. 9–15.
- OKM. (2013). *Tulevaisuuden lukio. Valtakunnalliset tavoitteet ja tuntijako*. Opetus- ja kulttuuriministeriön työryhmämuistioita ja selvityksiä, 2013:14.
- OPH. (2015). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015*. Määräykset ja ohjeet 2015:48. Opetushallitus. Helsinki: Next Print Oy.
- Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review, 18*, 315–341.

- Pekrun, R., Goetz, T., Frenzel, A., Barchfeld, P., & Perry, R. (2011). Measuring emotions in students' learning and performance: The Achievement Emotions Questionnaire (AEQ). *Contemporary Educational Psychology, 36*, 36–48.
- Putwain, D. W., Wood, P., & Pekrun, R. (2020). Achievement emotions and academic achievement: Reciprocal relations and the moderating influence of academic buoyancy. *Journal of Educational Psychology*.
- Ryan, R., & Deci, E. (2017). *Self-determination theory: Basic psychological needs in motivation, development and wellness*. New York, NY: Guilford Press.
- Salmela, M., & Uusiautti, S. (2015). A positive psychological viewpoint for success at school—10 characteristic strengths of the Finnish high-achieving students. *High Ability Studies, 26*(1), 117–137.
- Salmela-Aro, K. (2018). Motivaatio ja oppiminen kulkevat käsi kädessä. Teoksessa K. Salmela-Aro (toim.) *Motivaatio ja oppiminen*. Jyväskylä: PS-kustannus, 9–22.
- Shao, K., Pekrun, R., Marsh, H. W., & Loderer, K. (2020). Control-value appraisals, achievement emotions, and foreign language performance: A latent interaction analysis. *Learning and Instruction, 69*, 101356.
- Tervasmäki, T. & Tomperi, T. (2018). Koulutuspolitiikan arvovalinnat ja suunta satavuotiaassa Suomessa. *Niin & Näin 25* (2): 164–200 <http://netn.fi/sites/www.netn.fi/files/netn182-x2.pdf>
- Vasalampi, K., Kiuru, N., & Salmela-Aro, K. (2018). The Role of a Supportive Interpersonal Environment and Education-Related Goal Motivation During the Transition Beyond Upper Secondary Education. *Contemporary Educational Psychology, 55*, 110-119. doi:10.1016/j.cedpsych.2018.09.001
- Wigfield, A., & Eccles, J. S. (2000). Expectancy-value theory of achievement motivation. *Contemporary educational psychology, 25*(1), 68–81. <https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1015>
- Wigfield, A., Tonks, S., & Eccles, J. S. (2004). Expectancy value theory in cross-cultural perspective. *Big theories revisited, 4*, 165–198.
- Yle (2017). Tutkimus: Lukion pitkä matematiikka on lähes 90-prosenttinen tae opiskelupaikasta. Yle Uutiset, A. Wallius, 8.5.2017. <https://yle.fi/uutiset/3-9595086>
- Ylioppilastutkintolautakunta (YTL) (2021). *Tilastotaulukot*. Luettu 1.3.2021. <https://www.ylioppilastutkinto.fi/tietopalvelut/tilastot/tilastotaulukot>