



MATEMATIIKAN AINEENOPETTAJAOPISKELIJOIDEN MATEMAATTINEN JA PEDAGOGINEN SISÄLTÖTIETO ONGELMALÄHTÖISESSÄ OPPIMISESSÄ

Jani Hannula

Helsingin yliopisto

TIIVISTELMÄ

Tässä laajempaan kehittämistutkimukseen sisältyvässä tutkimuksessa selvitettiin, min-kälaista matematiikan opettajan tietoa aineenopettajaopiskelijat tuottivat ongelmalähtöisessä oppimisessa (PBL). Tutkimuksen kontekstina toimineen kurssin erityisenä tavoitteena oli yliopisto- ja koulumatematiikan välisten yhteyksien vahvistaminen. Tutkimuksen aineistona oli opiskelijoiden (N=24) PBL-työskentelyyn liittyneet raportit. Luonteeltaan avoimessa PBL-työskentelyssä korostui pedagogisen sisältötiedon tuottaminen. Eri-tyisen vähän projekteissa tuotettiin rakenteista sisältötietoa kuten tietoa matemaattisten käsitteiden välisistä suhteista. Näiden kehittämistutkimuksen jatkosuunnittelua tukevien tulosten lisäksi tutkimus tukee tutkimuskirjallisuutta, jonka mukaan matematiikan opettajan tietoa jäsentävän MKT-mallin kategoriat ovat vaikeasti erotettavissa toisistaan.

JOHDANTO

Suomalainen aineenopettajakoulutus on perinteisesti koostunut opetettavan aineen tieteenalakohtaisista opinnoista, kasvatustieteen opinnoista ja opetusharjoittelusta. Opettajan tiedon näkökulmasta nämä kolme koulutuksen osiota vastaavat oppiaineeseen liittyvän sisältötiedon, opettamiseen ja oppimiseen liittyvän pedagogisen (sisältö)tiedon ja toiminnallisen osaamisen kehittämistä. Matematiikan opettajan tiedon käsitteellistykseen perustuva tutkimus- ja kehittämistoiminta on ollut kansainvälisesti suuressa nousussa 2010-luvulla (Hoover, Mosvold, Ball & Lai, 2016) ja opettajan tiedon näkökulmaa on käytetty matematiikan aineenopettajakoulutuksen kehittämisen lähtökohtana myös Suomessa (Koponen, Asikainen, Viholainen & Hirvonen, 2016).

Tutkimuskirjallisuuden perusteella eräänä matematiikan opettajakoulutuksen liittyvänä haasteena on tiedematematiikan perusteisiin painottuvien matematiikan opintojen integroituminen osaksi opettajan ammattitaitoa. Suomalaiset työelämässä toimivat matematiikan opettajat ovat kokeneet opettajakoulutuksen

vastaavan matemaattisen tiedon osalta osin huonosti työelämän tarpeita (Koponen ym., 2016). Osaltaan tulosta saattaa selittää se, että opettajat painottavat työssään välittömästi tarvitsevansa sisältötiedon roolia, eivätkä välttämättä pidä tieteenalan laajempaa tietopohjaa työssään tärkeänä (Mosvold & Fauskanger, 2014). Matemaattisen sisältötiedon tiedetään kuitenkin olevan välttämätön ehto opettajan tiedon rakentumiselle (Ball, Thames & Phelps, 2008) ja tällaiseen sisältötietoon kuuluu myös tieto matematiikan tieteenalasta, sen rakenteista ja tiedonmuodostustavoista (Jakobsen, Thames & Ribeiro, 2013). Opettajaopiskelijat saattavat kuitenkin kokea pedagogisen taidon tai opettajan henkilökohtaiset ominaisuudet opettamisen kannalta ensisijaisina ja väheksyä sisältötiedon merkitystä opettajan ammattitaidolle (Hoffkamp & Warmuth, 2015; Silfverberg, 2004). Siten matematiikan opintoja opettajaopiskelijoille tarjoavien ainelaitosten näkökulmasta eräänä suurimpana opettajakoulutuksen kehittämishaasteena voidaan tunnistaa yliopistomatematiikan ja koulumatematiikan välisten yhteyksien vahvistamisen (esim. Koponen ym., 2016).

Kehittämistutkimus (*design-based research*) ja siihen sisältyvät tapaustutkimukset mahdollistavat opetukseen liittyviä käytänteiden ja aiheeseen liittyvää teorian samanaikaisen kehittämisen (diSessa & Cobb, 2004). Tässä tapaustutkimuksessa selvitettiin opettajaopiskelijoiden oppimistehtävissään tuottaman opettajan tiedon piirteitä kurssilla, joka keskittyi yliopistomatematiikan ja koulumatematiikan yhteyksien vahvistamiseen. Tapaustutkimuksen tuloksia käytetään erityisesti tällaisen kurssin jatkokehittämiseen kehittämistutkimuksen menetelmällä.

TEOREETTINEN VIITEKEHYS

Kehittämistutkimuksessa hyödynnettävät teoriat voidaan jakaa pääteorioihin, ajattelua ohjaaviin teorioihin, toimintaa ohjaaviin teorioihin ja alakohtaisiin teorioihin (diSessa & Cobb, 2004). Tässä tutkimuksessa käytettiin toimintaa ohjaavana teoriana ongelmalähtöisen oppimisen mallia ja alakohtaisena teoriana matematiikan opettajan tiedon käsitteellistystä.

Ongelmalähtöinen oppiminen

Suomalaisen opettajakoulutuksen kehittämisen lähtökohtana on jo pitkään pidetty tutkimusperustaisuutta, joka laajasti käsitettynä pitää sisällään sekä opetuksen sisältöjen että opetusmenetelmien tutkimusperustaisuuden (Toom, Kynäslähti, Krokfors, Jyrhämä, Byman, Stenberg, . . . Kansanen, 2010). Yhtenä tällaisen tutkimusperustaisen koulutuksen piirteenä Toom ja kollegat (2010) pitävät ongelmaperustaisuutta, jota voidaan toteuttaa esimerkiksi ongelmalähtöisen oppimisen mallilla.

Ongelmalähtöinen oppiminen (*problem-based learning*, PBL) on saanut alkunsa lääketieteen opetuksessa Kanadassa 1960–1970-lukujen taitteessa ja levinnyt sittemmin ympäri maailman niin lääketieteen kuin muidenkin tieteenalojen opetukseen (Neville, 2009). PBL lähtee liikkeelle opiskelijaryhmälle virikeaineistona annetusta avoimesta ongelmasta, mutta muuten siihen luetaan vaihteleva kirjo

käytänteitä (Boud & Feletti, 1999). Boud ja Feletti (1999) ovat kuitenkin todeneet, että PBL-lähestymistapaa luonnehtii tyypillisesti ainakin ryhmätyöskentely, opiskelijoiden oma oppimistavoitteiden asettaminen ja uuden tiedon soveltaminen virikeaineistona annettuun ongelmaan.

Tässä tutkimuksessa hyödynnettävä PBL-prosessi perustuu laajasti tunnettuun ja käytössä olevaan Schmidtin (1983) seitsemän portaan malliin (Kuva 1.).

I vaihe: ryhmätyöskentely	1. Tapaukseen tutustuminen sekä termien ja käsitteiden selventäminen
	2. Ongelman määrittely
	3. Ongelman analysointi (aivoriihi)
	4. Ilmiötä kuvaavan selitysmallin rakentaminen (alustava ratkaisu)
	5. Oppimistavoitteiden asettaminen
II vaihe: itsenäinen työskentely	6. Itsenäinen työskentely ja kirjallisuuden etsiminen
III vaihe: synteesi ja arviointi	7. Uuden tiedon synteesi ja arviointi

Kuva 1. PBL:n työskentelyvaiheet Schmidtiä (1983) mukaillen

Prosessin alussa opiskelijat työskentelevät pienryhmässä virikeaineiston parissa, joka on kuvaus tosielämän ongelmasta. Tämän työskentelyn päätteeksi ryhmä asettaa omalle prosessilleen tavoitteen eli *prosessi on oppimistavoitteen suhteen avoin*. Prosessin seuraavassa vaiheessa jokainen opiskelija työskentelee itsenäisesti etsimällä aiheeseen liittyvää tietoa. Prosessin lopuksi pienryhmä muodostaa prosessin aikana hankitusta tiedosta synteessin, jossa pyritään vastaamaan aiemmin asetettuun oppimistavoitteeseen. Tällaisen työskentelyprosessin tavoitteena on sekä edistää sisältötietoa ja sen kytkemistä tosielämän tilanteisiin että geneerisiä taitoja kuten ongelmanratkaisua ja ryhmätyöskentelyä (Hmelo-Silver, 2004).

Opettajan tieto

Kirjallisuudessa esitetyt käsitteellistykset opettajan tiedolle ovat tyypillisesti pohjautuneet Shulmanin (1987) erotteluun sisältötiedon (*content knowledge*), yleisen pedagogisen tiedon (*pedagogical knowledge*) ja pedagogisen sisältötiedon (*pedagogical content knowledge*) välillä. Sisältötiedolla tarkoitetaan tietoa opetettava aineesta kuten matematiikasta. Pedagogisella tiedolla tarkoitetaan yleisempää pedagogista tietoa, kun taas pedagogisella sisältötiedolla tarkoitetaan alakohtaista pedagogista tietoa, joka on kytköksissä sisältöön liittyvään tietoon.

Michiganin yliopiston tutkimusryhmän esittämä Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) -malli (Ball ym., 2008) on ollut 2010-luvulla laajalti käytetty viitekehys kuvaamaan tarkemmin matemaattista ja pedagogista sisältötietoa (Hoover ym., 2016). Tässä tutkimuksessa lähtökohtana opettajan tiedon tarkastelussa on MKT-malli, jonka mukaiset opettajan tiedon komponentit ovat tutkimuksissa osoittautuneet tärkeiksi (Jakobsen ym., 2013) ja joka soveltuu hyvin suomalaisen opettajankoulutuksen kehittämiseen (Koponen ym., 2016).

MKT-mallissa matemaattinen sisältötieto on jaettu yleiseen sisältötietoon (*common content knowledge, CCK*), erikoistuneeseen sisältötietoon (*specialized content knowledge, SCK*) ja rakenteiseen sisältötietoon (*horizon content knowledge, HCK*).

Yleisellä sisältötiedolla Ball ja kollegat (2008) viittaavat sellaiseen matematiikkaan liittyvään tietoon, joka on tärkeää opettamisen lisäksi muillakin aloilla. Erikoistuneella sisältötiedolla he tarkoittavat vain opettajan työssä tarvittavaa matemaattista tietoa, kuten kykyä muokata matemaattisia tehtäviä. Rakenteisella sisältötiedolla he ovat tarkoittaneet tietoa siitä, miten matemaattiset sisällöt liittyvät toisiinsa ja erityisesti tietoa siitä, mitä aiempaan sisältöön kytköksissä olevaa sisältöä oppija kohtaa tulevaisuudessa. MKT-mallia implementoineet ja analysoineet tutkijat ovat todenneet, että nämä kolme kategorialla ovat Ballin ja kollegoiden antamien määritelmien perusteella empiirisesti vaikeasti eroteltavissa toisistaan ja osin päällekkäisiä (Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, 2013; Hurrell, 2013). Erityisesti tulkinnanvaraisena ja tilannesidonnaisena voidaan pitää sitä, mikä sisältötieto on opettajalle erityistä ja toisaalta sitä, milloin tällainen erityistieto eroaa rakenteisesta sisältötiedosta (Carrillo ym., 2013).

Pedagoginen sisältötieto on MKT-mallissa jaettu tietoon oppijoiden ja sisällön suhteesta (*knowledge of content and students, KCS*), tietoon opetuksen ja sisällön suhteesta (*knowledge of content and teaching, KCT*) ja tietoon opetussuunnitelmista (*knowledge of content and curriculum, KCC*). Tiedolla oppijoiden ja sisällön suhteesta Ball ja kollegat tarkoittavat esimerkiksi tietoa oppijoiden virhekesityksistä, kun taas tiedolla opetuksen ja sisällön suhteesta he tarkoittavat esimerkiksi kykyä suunnitella oppitunnin kokonaisuus. Tiedolla opetussuunnitelmista tarkoitetaan tietoa muun muassa tietoa siitä, mitä sisältöä opiskellaan eri luokka-asteilla. Myöskään näihin kategorioihin liittyen ei ole täysin selvää, miten voidaan erottaa esimerkiksi oppijoihin liittyvä tieto erikokoistuneesta ja rakenteisesta sisältötiedosta, sillä jälkimmäisiin kategorioihin liittyvä tieto auttaa tyypillisesti esimerkiksi tulkitsemaan oppijoiden käsityksiä (Carrillo ym., 2013).

TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Tutkimustehtävä

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on tuottaa tietoa luonteeltaan avoimien PBL-projektien mahdollisuuksia ja haasteista matematiikan aineenopettajakoulutuksen kehittämisessä. Tässä tutkimuksessa pyritään vastaamaan seuraavaan tutkimuskysymykseen: *Minkälaista matemaattista ja pedagogista sisältötietoa matematiikan aineenopettajaopiskelijat tuottavat luonteeltaan avoimissa PBL-projekteissa matematiikan ainelaitoksen järjestämällä maisteritason kurssilla?*

Konteksti

Tutkimuksen kontekstina oli matematiikan aineenopettajakoulutuksen maisteritason kurssi, jonka opettajana toimi tämän artikkelin kirjoittaja. Kurssi oli laajuudeltaan kolme opintopistettä ja kestoltaan seitsemän viikkoa. Kurssille asetetut oppimistavoitteet koskivat 1) matemaattista sisältötietoa erityisesti rakenteisen sisältötiedon näkökulmasta sekä 2) matemaattisen ja pedagogisen sisältötiedon kokonaisuutta. Vaikka kurssin ensisijainen tarkoitus vahvistaa koulu- ja yliopistomatematiikan sisällöllisiä yhteyksiä, myös yleisempi oppimistavoite asetettiin,

sillä opettajan tiedon osa-alueiden on esitetty kehittyvän parhaiten niiden välisessä vuorovaikutuksessa (Hurrell, 2013).

Kurssi koostui kahdesta PBL-projektista sekä kahdesta luentokerrasta, joista tässä tutkimuksessa tarkastellaan vain PBL-projekteja. Näissä projekteissa opiskelijat työskentelivät Schmidtin mallin mukaisesti sekä 4–5 hengen pienryhmissä että itsenäisesti (ks. Kuva 1.). Projektien virikeaineistot liittyivät sisällöllisesti analyysiin sekä vektorilaskentaan ja lineaarialgebraan. Analyysiin liittyneen PBL-projektin virikeaineistona oli Viholaisen tutkimuksen (2006) aineistoesimerkit, joissa aineenopettajaopiskelijat pohtivat paloittain määriteltyjen funktioiden derivoituvuutta. Toisen PBL-projektin virikeaineisto oli kurssin opettajan kirjoittama hypoteettinen tilanne opettajaopiskelijasta, joka pohtii koulun vektorilaskennan ja yliopistolla opiskellun lineaarialgebran suhdetta.

Projektien lopuksi opiskelijat kirjoittivat itsenäisesti PBL-raportit, joissa pyydettiin esittämään ryhmän työskentelylleen asettama oppimistavoite, henkilökohtaisen työskentelyn kuvaus (mitä lähteitä itsenäisessä työskentelyssä käytettiin ja mitä työskentelyn aikana opittiin), ryhmän muodostaman synteesin päällimmäiset johtopäätökset sekä muut aiheeseen liittyvät huomiot.

Osallistujat, aineiston keruu ja aineiston analyysi

Tutkimuksen kontekstina olleen kurssin suoritti 27 opiskelijaa, joista opettajalinjan maisterivaiheen opiskelijoita oli 23 ja matematiikan aineenopettajaopintoja erillisopinnoina suorittaneita opiskelijoita neljä. Matematiikan pääaineopiskelijoita oli 22 ja matematiikkaa sivuaineena opiskelleita opiskelijoita oli viisi. Tutkimuksen aineistoksi saatiin 24 opiskelijan PBL-raportit eli yhteensä 48 raporttia. PBL-raporttien keskimääräinen pituus oli noin 760 sanaa (eli noin 2 sivua).

Aineisto analysoitiin Tuomen ja Sarajärven (2009) terminologian mukaisesti teoriaohjaavalla sisällönanalyysillä, jossa aluksi tunnistettiin analyysiyksiköiksi ne tekstikatkelmat, jotka käsittelivät jotakin MKT-mallin mukaista matematiikan opettajan tiedon alaa. Seuraavaksi analyysiyksiköt sijoitettiin MKT-mallin mukaisesti yläluokkiin, minkä jälkeen alaluokat muodostettiin osin tutkimuskirjallisuuteen perustuen ja osin induktiivisesti. Alaluokkiin sijoitettujen tekstikatkelmien lukumäärän summa saattoi olla yläluokkaan sijoitettujen katkelmien määrää suurempi, sillä samassa yhteen yläluokkaan sijoitetussa analyysiyksikössä saattoi esiintyä useampaan alaluokkaan kuuluneita elementtejä (Taulukko 1.).

Taulukko 1: Esimerkki aineiston teoriaohjaavasta sisällönanalyysistä

Yläluokka	Esimerkki	Alaluokat
Yleinen sisältötieto	"Funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on derivoituva pisteessä a , jos raja-arvo (...) on olemassa. (...) Jos funktio on derivoituva, se on jatkuva."	Määritelmän esittäminen Lauseen esittäminen

Vahvasti teorialähtöinen analyysitapa valittiin, sillä oppimistehtävissä käsiteltyä opettajan tietoa haluttiin jäsentää saman teorian näkökulmasta, johon kurssin oppimistavoitteet oli sidottu. Täten oli mahdollista arvioida kurssitoteutuksen vahvuuksia ja haasteita oppimistavoitteiden näkökulmasta ja muotoilla kehittämissuhteitä kehittämissuhteiden seuraaville kierroksille.

TULOKSET

Taulukossa 2 on esitetty PBL-raporttien *matemaattisen sisältötietoon* luokiteltujen tekstikatkelmien sijoittuminen MKT-mallin kategorioihin. Sulkeissa oleva luku viittaa kyseiseen kategoriaan sijoitettujen tekstikatkelmien lukumäärään.

Taulukko 2: Matemaattinen sisältötieto PBL-raporteissa.

Yleinen sisältötieto (51)	Erikoistunut sisältötieto (33)	Rakenteinen sisältötieto (7)
Määritelmän esittäminen (15), Lauseen esittäminen (11), Menetelmän kuvaaminen (8), Vaihtoehtoiset määritelmät (7), Esimerkin esittäminen (6), Kuvaileva määritelmä (5), Matemaattisen olion ominaisuudet (4), Ratkaisun esittäminen (4)	Sisällön esittäminen oppikirjoissa (15), Sisällön esittämistavat (8), Ylioppilastehtävien piirteiden erittely (6), Matemaattisen ajattelun teorialat (2), Esimerkkitehtävän esittäminen (2)	Matemaattisen olion tai menetelmän sovelluskohde (5), Käsitteiden hierarkkinen suhde (2)

Matemaattisen sisältötiedon suhteen raporteissa käsiteltiin tyypillisimmin yleistä sisältötietoa kuten määritelmiä ja lauseita:

Olkoon $n \in \mathbb{N}$. Vektoriavaruuden \mathbb{R}^n alkioit ovat reaaliluvuista koostuvia n -jonoja. [O21]

Jos funktio on derivoituva pisteessä x_0 , niin se on tässä pisteessä varmasti jatkuva. [O12]

Osa opiskelijoista eritteli myös vaihtoehtoisia määritelmiä kuten erilaisia yhtäpitäviä ehtoja jatkuvuudelle. Tällaista tietoa voitaisiin perustellusti pitää myös rakenteisena sisältötietona, sillä kyse on myös käsitteiden välisestä suhteesta. Lisäksi yleisen sisältötiedon kategoriaan luettiin esimerkkien maininta tietyt ehdot täyttävistä matemaattisista olioista, näiden olioiden ominaisuuksien erottelu, ratkaisun esittäminen matemaattiselle kysymykselle sekä kuvailevat määritelmät:

Matematiikassa vektorit ovat ikään kuin 'vapaita vektoreita', joilla on suunta ja suuruus. [O5]

Erikoistuneen sisältötiedon näkökulmasta opiskelijat keskittyivät representaatioiden erittelyyn ja erityisesti matemaattisen sisällön visuaalisiin esitystapoihin:

(...). Tässä käyrään zoomataan niin pitkälle, kunnes tarkastelun kohteena olevan pisteen ympäristö käyrän suhteen näyttää täysin suoralta, jolloin suoran kulmakerroin on derivaatan arvo kyseisessä pisteessä. [O23]

Myös koulumatematiikkaan liittyvien tehtävien analysointi ja niiden laatiminen luettiin erikoistuneeseen sisältötietoon (vrt. Ball ym., 2008). Erikoistuneeseen sisältötietoon sisällytettiin myös alakategoria ”Matemaattisen ajattelun teorian”:

Operationaalinen ja strukturaalinen ymmärrys matemaattisesta käsitteestä kuvaa sen duaaliluonnetta. (...) [O5]

Tällainen tieto viittaa siihen, mitä mahdollisia tulkintoja matemaattisilla käsitteillä on. Kategoria voidaan nähdä kytköksissä tietoon oppijoista, mutta tällaista tietoa eriteltiin tekstikatkelmissa vain suhteessa matemaattiseen sisältöön, ei oppijoihin. Rakenteiseen sisältötietoon luokiteltuja tekstikatkelmia oli hyvin vähän ja ne keskittyivät matemaattisten olioiden tai menetelmien sovelluskohteisiin:

Esimerkiksi voiman momentti on itseasiassa ristitulo eli vektoritulo ja voima on pistetulo eli skalaaritulo (...) [O5]

Tällaisten sovelluskohteiden analysointia voitaisiin toisaalta perustellusti pitää myös erikoistuneena sisältötietona (vrt. Koponen ym., 2016).

Pedagogista sisältötietoa käsiteltiin PBL-raporteissa määrällisesti enemmän kuin matemaattista sisältötietoa; tekstikatkelmien lukumäärän näkökulmasta noin kaksinkertainen määrä (Taulukko 3.).

Taulukko 3: Pedagoginen sisältötieto PBL-raporteissa

Tieto opettamisen ja sisällön suhteesta (72)	Tieto oppijoiden ja sisällön suhteesta (71)	Tieto opetussuunnitelmista (30)
Opetusmenetelmät (26), Tavoitteiden asettaminen opetukselle (20), Representaatioiden valinta (13), Opetusteknologian käyttö (9), Käsiteltävien sisältöjen tai tehtävien valinta (5), Reagointi virhe- tai ennakkokäsityksiin (4), Esittämis- tai opettamisjärjestys (3)	Oppijan tietorakenne (24), Oppijalle vaikeat asiat (16), Affektiiviset tekijät (10), Oppijan virhekesitykset tai miniteoriat (8), Oppijoiden toimintatavat (8), Oppijoiden osaamistaso (5), Oppijoiden käsitykset matemaatiikasta (1)	Lukion OPS (25), Peruskoulun OPS (5), Yliopiston tutkintovaatimukset (5)

Moni pedagogiseen sisältötietoon liittyvä tekstikatkelma keskittyi opetuksessa tehtäviin sisällöllisiin tai pedagogisiin valintoihin ja oppijoihin liittyvään tietoon. Eniten käsiteltiin siis erilaisia opetusmenetelmiä ja tapoja jäsentää sisältöä opetuksessa sekä oppijoiden osaamista, oppimista ja asenteita:

Tutkivan oppimisen mallia voidaan pitää hyödyllisenä, sillä sen on todettu kehittävä erityisesti arkielämässä tarvittavia ongelmanratkaisutaitoja. [O14]

Opiskelijat eivät Poynter'in mukaan välttämättä osaa ratkaista fysiikan asuun puettua vektoritehtävää, vaikka osaisivat sen puhtaana matematiikan tehtävänä. [O22]

Alakategoria "Representaatioiden valinta" voidaan nähdä kytköksissä erikoistuneeseen sisältötietoon, mutta siihen sijoitetut tekstikatkelmat viittasivat erityisesti erilaisten esitystapojen implementoimiseen opetustilanteessa.

Koska derivaattaan liittyy sekä visuaalinen että analyttinen tulkinta, täytyy näitä kahta näkökulmaa tuoda opiskelijoille ilmi sekä esimerkein että tehtävin. [O9]

Opetussuunnitelmiin liittyvä tieto keskittyi lukion opetussuunnitelmaan:

Opetussuunnitelmassa (Lops 2015) todetaan vektori-kurssin tavoitteena olevan mm. se, että opiskelija ymmärtää vektorikäsitteen. [O6]

POHDINTA

Tässä tutkimuksessa tarkastelluissa, luonteeltaan avoimissa PBL-projekteissa matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden tuottama tieto painottui pedagogiseen sisältötietoon. Erityisesti rakenteista sisältötietoa käsiteltiin raporteissa vähän, mikä oli ristiriidassa kurssin oppimistavoitteiden kanssa. Projekteissa tuotettiin sekä yleistä että erikoistunutta sisältötietoa, mutta monet erikoistuneen sisältötiedon osa-alueet kuten matemaattisten tehtävien muokkaaminen (Ball ym., 2008) jäivät vähälle huomiolle. Näiden kehittämistutkimuksen jatkokierroksien suunnittelua tukevien tulosten lisäksi tutkimus tukee aiempaa tutkimuskirjallisuutta (esim. Carrillo ym., 2013), jonka mukaan yleisen, erikoistuneen ja rakenteisen sisältötiedon kategoriat ovat empiirisesti vaikeasti erotettavissa toisistaan.

On huomattava, että tutkimuksen asetelma oli tapaustutkimus, jossa saatiin tietoa vain yksittäisestä kurssitoteutuksesta. Kehittämistutkimuksessa toteutettavien tapaustutkimuksien tuloksilla tähdätään kuitenkin siirrettävyyteen vastaaviin konteksteihin ja tätä kehittämistutkimusta jatkamalla pyritään muotoilemaan tietoa vastaavien kehittämiskokeilujen tueksi. Aineiston analyysissä ei ollut mahdollista käyttää useampaa tutkijaa, minkä vuoksi kirjoittaja kävi luokittelet useamman kerran läpi ja korjasi tarvittaessa koodausta luokittelun johdonmukaisuuden varmistamiseksi. Tutkimuksen luotettavuuden tueksi on edellä esitetty aineistoesimerkkejä ja selitetty tulosten analyysin periaatteita. Toisaalta, kuten tutkimuskirjallisuudessa on esitetty, MKT-malliin sisältyvät kategoriat eivät vaikuta jakavan matemaattista tietoa täysin erillisiin osa-alueisiin, vaan ne liittyvät läheisesti toisiinsa. Tätä tutkimusta rajoittaa myös tutkimusasetelma, jossa PBL-projekteja tarkasteltiin vain niissä tuotettujen yksilöraporttien näkökulmasta. Kehittämiskierroksen myöhemmissä vaiheissa tullaankin huomioidaan työskentelystä myös muita elementtejä pienryhmätasolla.

Opiskelijälähtöisessä PBL-työskentelyssä painotetut teemat saattavat heijastella sitä, mitä opiskelijat pitävät oman ammatillisen kehittymisensä kannalta tär-

keänä. Opettajaopiskelijat pitävät usein opettajan pedagogista osaamista ja henkilökohtaisia ominaisuuksia matemaattista sisältötietoa tärkeämpinä (Hoffkamp & Warmuth, 2015; Silfverberg, 2004), minkä lisäksi opettajat eivät välttämättä koe tiedematematiikkaan liittyvää ymmärrystä työnsä kannalta tärkeänä (Mosvold & Fauskanger, 2014). Saattaa siis olla, että käsitellyt valikoituivat osin opiskelijoiden tärkeäksi kokemien tiedon alojen perusteella (vrt. Koponen ym., 2016). Tällaisten opiskelijoiden näkemyksien selvittäminen projekteissa tuotettuun tietoon liittyen on tärkeä jatkotutkimusaihe. Erityisen kiinnostavina kysymyksinä nousevat opiskelijoiden käsitykset rakenteisesta sisältötiedosta ja sen merkityksestä opettajan tiedolle.

Matemaattinen sisältötieto pohjana pedagogiselle sisältötiedolle nähdään tyypillisesti tärkeänä osana matematiikan opettajakoulutusta. Tutkimuskirjallisuus (esim. Koponen ym., 2016; Viholainen, 2006) viittaa, että aineenopettajakoulutuksessa tulisi huomioida entistä paremmin erikoistuneen ja rakenteisen sisältötiedon alueet. Tällainen kehittäminen vaikuttaa kuitenkin tämän tapaustutkimuksen näkökulmasta haastavalta ainakin avoimessa PBL-työskentelyssä. Erityisenä haasteena kehittämistutkimuksen jatkokierroksille voidaankin tunnistaa rakenteisen ja erikoistuneen sisältötiedon kategorioiden mukaisen tiedon tuottamisen tukeminen PBL-työskentelyssä. Tällaista tukea voisi toteuttaa esimerkiksi ennen PBL-projekteja toteutettavilla pienemmillä tehtävillä, joissa tuotettua tietoa opiskelijat itse refleктоisivat MKT-mallin näkökulmasta.

KIITOKSET

Kiitän Jenny ja Antti Wihurin rahastoa väitöskirjatyötä varten myönnetystä apurahasta. Lisäksi kiitän Juulia Lahdenperää, Juuso Niemistä ja Jenni Räsästä sekä anonyymejä arvioijia hyödyllisistä huomioista käsikirjoitukseen liittyen.

LÄHTEET

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Boud, D., & Feletti, G. I. (1999). *Ongelmalähtöinen oppiminen: Uusi tapa oppia*. Helsinki: Terra cognita.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., & Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. Teoksessa B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (toim.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2985–2994). Ankara, Turkki: Middle East Technical University and ERME.
- DiSessa, A. A., & Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 77–103.
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, 16(3), 235–266.

- Hoffkamp, A., & Warmuth, E. (2015). Dimensions of mathematics teaching and their implications for mathematics teacher education. Teoksessa K. Krainer & N. Vondrová (toim.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2804–2810). Praha, Tšekki tasavalta: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
- Hurrell, D. P. (2013). What teachers need to know to teach mathematics: An argument for a reconceptualised model. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(11), 54–64.
- Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. L., & Lai, Y. (2016). Making progress on mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 3–34.
- Jakobsen, A., Thames, M. H., & Ribeiro, C. M. (2013). Delineating issues related to horizon content knowledge for mathematics teaching. Teoksessa B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (toim.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 1389–1398). Ankara, Turkki: Middle East Technical University and ERME.
- Koponen, M., Asikainen, M., Viholainen, A., & Hirvonen, P. (2016). Teachers and their educators' views on contents and their development needs in mathematics teacher education. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 149–170.
- Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2014). Teachers' beliefs about mathematical horizon content knowledge. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 9(3), 311–327.
- Neville, A. J. (2009). Problem-based learning and medical education forty years on. A review of its effects on knowledge and clinical performance. *Medical Principles and Practice: International Journal of the Kuwait University, Health Science Centre*, 18(1), 1–9.
- Schmidt, H. G. (1983). Problem-based learning: Rationale and description. *Medical Education*, 17(1), 11–16.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23.
- Silfverberg, H. (2004). Millainen opettajan tulisi olla: Opiskelijoiden käsityksiä aineenopettajantyöhön soveltuvuudesta. Teoksessa R. Jaatinen, P. Kaikkonen & J. Lehtovaara (toim.), *Opettajuudesta ja kielikasvatuksesta* (s. 98–113). Tampere: Tampere University Press.
- Toom, A., Kynäslähti, H., Krokfors, L., Jyrhämä, R., Byman, R., Stenberg, K., . . . Kansanen, P. (2010). Experiences of a research-based approach to teacher education: Suggestions for future policies. *European Journal of Education*, 45(2), 331–344.
- Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2009). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Helsinki: Tammi.
- Viholainen, A. (2006). Why is a discontinuous function differentiable? Teoksessa J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (toim.), *Proceedings of the*

30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 5, s. 329–336). Praha, Tšekin tasavalta: Charles University in Prague, Faculty of Education.