

LUOKANOPETTAJAOPISKELIJOIDEN ARVIOINTEJA EIRUTIIINIMAISISTA MATEMATIIKAN TEHTÄVISTÄ

Jorma Joutsenlahti & Daranee Lehtonen

Tampereen yliopisto

TIIVISTELMÄ

Koulumatematiikan harjoitustehtävät ovat pysyneet oppimateriaaleissa rakenteiltaan samankaltaisina niiden historian ajan. Tehtävätyypit ovat lähinnä suljettuja tehtäviä, jotka useimmiten kehittävät vain jo aikaisemmin opittua ja tukevat siis proseduraalista sujuvuutta. Tehtävät voisivat kehittää entistä enemmän myös käsitteellistä ymmärrystä, strategista kompetenssia ja multimodaalista osaamista. Keväällä 2016 Tampereen yliopiston 1. vuosikurssin luokanopettajaopiskelijat (N=82) kokeilivat neljä uutta tehtävätyyppiä kurssin harjoituksissa ja arvioivat niiden matemaattisen sekä monilukutaidon osaamisen suhteen. Artikkelissamme kuvaamme neljää tehtäväympäristöä ja opiskelijoiden arviointeja niistä. Kaikki tutkimuksen tehtävät osoittautuivat opiskelijoiden mielestä hyväksi ainakin jonkin mitatun osaamisen dimension suhteen.

1. JOHDANTO

Viime vuosikymmenen aikana on kiinnitetty runsaasti huomiota matematiikan opetuksen kehittämiseen teknisin (esim. digitalisaatio) ja pedagogisin (esim. käänteinen opetus) ratkaisuin. Nämä uudet lähestymistavat kuitenkin useimmiten pohjautuvat perinteisiin koulumatematiikan opiskelurakenteisiin, joissa muun muassa harjoitustehtävät ovat pysyneet rakenteiltaan samankaltaisina. Matematiikan tehtäviä voidaan pitää oleellisena osana matematiikan opiskelua (Chapman, 2013), joten on syytä pohtia voisiko ja onko tarvetta monipuolistaa oppimateriaalien tehtäväympäristöjä?

Koulumatematiikan tehtävätyypit ovat lähinnä suljettuja (*closed-ended*) tehtäviä, joissa on vain yksi oikea vastaus (esim. Becker & Shimada, 1997). Lesterin (1980) mukaan oppikirjoissa olevat suljetut tehtävät useimmiten kehittävät vain oppilaiden jo aikaisemmin opittua ja tukevat siis vain proseduraalista sujuvuutta. Jonkin verran on tutkittu uusia matematiikan tehtävätyyppejä, jotka voisivat kehittää entistä enemmän myös muuta matemaattista osaamista (esim. National Research Council (NRC), 2001; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000).

Opettajien matemaattisella kompetenssilla ja toiminnalla luokassa on suuri merkitys oppilaiden matematiikan oppimiseen (Carter & Norwood, 1997; NRC, 2001). Täten opettajakoulutuksen eräs tehtävä on kouluttaa tulevia luokanopettajia näkemään matematiikan opiskelu ymmärtämiseen perustuvaksi. Aikaisemmat tutkimukset ovat osoittaneet, että tietoisuus matematiikan tehtävätyypeistä on tärkeä osa opettajien koulutusta, sillä se parantaa opettajien taitoa käyttää monipuolisia matematiikan tehtäviä (esim. Boston, 2013; Depaepe, De Corte & Verschaffel, 2015).

Tässä tutkimuksessa on käytetty perinteisistä tehtävistä poikkeavia tehtävätyyppejä, jotka voisivat kehittää oppilaiden matemaattista käsitteellistä ymmärrystä, strategista kompetenssia ja multimodaalista osaamista. Opettajankoulutuksen näkökulmasta kyseessä on interventio, jossa luokanopettajaopiskelijat joutuvat pohtimaan matematiikan oppimateriaalien perinteisten harjoitustehtävätyyppien monipuolistamisen tarvetta opettajan näkökulmasta. Jatkossa käytämme myös lyhyesti termiä ”opiskelija” tarkoittaen luokanopettajaopiskelijaa.

Artikkelimme jakautuu neljään osaan: 1) teoreettinen tausta: matemaattinen ja multimodaalinen osaaminen sekä matematiikan tehtävätyyppejä, 2) tutkimuskysymykset, valitut matematiikan tehtävät sekä tutkimusasetelma ja -aineistot, 3) tutkimustulokset ja 4) johtopäätökset.

1.1 Matemaattinen osaaminen

Kilpatrickin, Swaffordin ja Findellin (NRC, 2001, 116) mukaan matemaattinen osaaminen (*mathematical proficiency*) koostuu viidestä osa-alueesta, jotka ovat toisiinsa kietoutuneita ja toisistaan riippuvaisia. Nämä osa-alueet ovat: käsitteellinen ymmärrys (*conceptual understanding*), proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*), strateginen kompetenssi (*strategic competence*), mukautuva päättely (*adaptive reasoning*) ja yritteliäisyys (*productive disposition*). Näistä tarkastelemme tässä tutkimuksessa kolmea ensin mainittua.

Käsitteellinen ymmärrys tarkoittaa matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden ymmärtämistä. Oppilaiden on ymmärrettävä, miksi matemaattiset käsitteet ovat tärkeitä, millaisissa konteksteissa kutakin käsitettä käytetään ja miten eri käsitteet liittyvät toisiinsa. (NRC, 2001, 116, 118.) Proseduraalinen sujuvuus on taito suorittaa proseduureja joustavasti, täsmällisesti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti. Proseduurien käytön täsmällisyyttä ja tehokkuutta voidaan parantaa harjoittelemalla. (mts. 116, 121.) Strateginen kompetenssi eli ongelmaratkaisu tarkoittaa kykyä muotoilla, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia. Oppilaiden tulee tuntea ja hallita erilaisia ongelmanratkaisustrategioita sekä osata muotoilla ongelma ratkaisun kannalta asianmukaiseen muotoon. (mts. 124.)

Tässä tutkimuksessa olemme käyttäneet käsitteitä käsitteellinen ajattelu (käsitteellinen ymmärrys), laskutekniikan ymmärtäminen (proseduraalinen sujuvuus) ja ongelmanratkaisutaito (strateginen kompetenssi).

1.2 Multimodaalinen osaaminen

Oppilaan matemaattisen ajattelun ilmaiseminen matematiikan symbolikielen, luonnollisen kielen, kuviokielen ja taktiilisen toiminnan kielen kautta on eräs keskeinen perusopetuksen matematiikan opetuksen tavoitteista kaikilla luokka-asteilla (Joutsenlahti & Rättyä, 2015; Opetushallitus, 2015). Edellä kuvatut ilmaisutavat voidaan nähdä matemaattisen ajattelun multimodaalisena kielentämisenä (*multimodal languaging*) (Joutsenlahti & Kulju, 2017), mikä luo mahdollisuuden luoda uudentyyppisiä matematiikan tehtäviä. Kutsumme koodinvaihdoksi prosessia, jossa jonkin edellä esitetyn kielen ilmaisu esitetään toisella kielellä alkuperäisten merkitysten pysyessä samana (esimerkiksi matematiikan symbolikielillä esitetty ratkaisuprosessi kuvataan luonnollisella kielellä) (mt.).

Oppilaan multimodaalisella osaamisella tarkoitamme tässä artikkelissa oppilaan ilmaisukanavien (matematiikan symbolikieli, luonnollinen kieli, kuviokieli tai taktiilinen toiminnan kieli) hallintaa siten, että esitettyjen käsitteiden ja prosessien merkitykset säilyvät koodinvaihdossa tai niiden merkityksiä voi esittää rinnakkain useilla edellä kuvatuilla tavoilla. Tässä tutkimuksessa arvioidaan multimodaalisesta osaamisesta matematiikan symbolikielen tulkintaa eli muun muassa laskutekniikan ymmärtämistä ja kykyä ilmaista ajatteluaan omin sanoin, jossa tulee esille käsitteellinen ymmärrys ja strateginen kompetenssi. Lisäksi arvioidaan tehtävistä, miten ne mittaavat monilukutaitoa (*multiliteracy*). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2015, 22) mukaan ”monilukutaidolla tarkoitetaan erilaisten tekstien tulkittamisen, tuottamisen ja arvottamisen taitoja, jotka auttavat oppilaita ymmärtämään monimuotoisia kulttuurisia viestinnän muotoja sekä rakentamaan omaa identiteettiään”. Monilukutaito ja multimodaalinen kielentäminen ovat yhteydessä toisiinsa (ks. tarkemmin Joutsenlahti & Kulju, 2017). Matemaattinen osaaminen ja multimodaalinen kielentäminen voidaan nähdä muun muassa Judith Moschkovichin (2015) akateemisen lukutaidon mallin osina.

1.3 Matematiikan tehtävätyyppien luokitus

Matematiikan tehtävien ratkaisuprosessi tulisi kehittää oppilaiden multimodaalista osaamista sekä matemaattisen osaamisen eri osa-alueita. Oppilaiden multimodaalisen osaamisen kehittymisen edellyttää monipuolisia tekstiympäristöjä, eli eri muodossa olevien tekstien tulkinta ja tuottaminen (Opetushallitus, 2015, 22). Matematiikan tehtävätyypit voidaan luokitella monin tavoin, kuten suljettu ja avoin sekä rutiini ja ei-rutiini.

Suljetuilla eli hyvin strukturoiduilla tehtävillä on vain yksi oikea vastaus, joka voidaan aina ratkaista tietyillä tavoilla tehtäväannossa annettua tietoa käyttäen (Foong, 2002). Sullivanin, Warrenin ja Whiten (2000) mukaan avoin tehtävä taas viittaa siihen, että tehtävässä on useampi kuin yksi mahdollinen reitti, vastaus, lähestymistapa tai päättely. Avoimet tehtävät tukivat oppilaiden matemaattista ajattelua ja syvää ymmärrystä, sillä niiden ratkaistessaan oppilaat eivät voi luottaa muistiin tai etukäteen määriteltyihin sääntöihin (Hiebert ym., 1996). Alakou-

lun matematiikan harjoitustehtävistä on suurin osa suljettuja tehtäviä ja kun lisäksi otetaan huomioon, että esimerkiksi Opetushallituksen tutkimuksessa vuonna 2008 alakoulun opettajista 76 % (N=363) pitää matematiikan oppikirjaa erittäin tärkeänä omassa opetuksessaan, niin suljetut tehtävätyypit ovat muodostuneet vuosikymmenten kuluessa lähes standardeiksi oppimateriaaleissa (ks. Joutsenlahti & Vainionpää 2010).

Tehtävät voidaan myös luokitella rutiini- ja ei-rutiinitehtäviksi. Rutiinitehtävät ovat oppilaille tuttuja tehtäviä, joiden ratkaisun he osaavat muistin varaisesti omia aikaisempia kokemuksiaan käyttäen. Ei-rutiinitehtävät ovat taas tehtäviä, jotka eivät ole oppilaille entuudestaan tuttuja (vrt. avoimet tehtävät). Oppilaat eivät tiedä heti, miten ne ratkaistaan. Heidän tulee käyttää strategista ja mukautuvan päättelyn kompetenssia eli keksiä, miten tehtäviä voidaan ymmärtää ja ratkaista. (Jäder, Sidenvall & Sumpter, 2017; NRC, 2001.)

Aikaisemmissa tutkimuksissa (esim. Joutsenlahti, Sarikka, Kangas, Harjulehto, 2013) on esitetty multimodaaliseen kielentämiseen perustuvia matematiikan tehtäviä: 1) koodaustehtävät (vaihto kielestä toiseen tai täydentäminen), 2) täydennystehtävät (esim. osa ratkaisuprosessista puuttuu), 3) virheenetsintätehtävät (korjaus ja perustelu), 4) tiedonseulontatehtävät (liikaa ratkaisuun tarvittavaa tietoa mukana), 5) tiedontuottamistehtävät (liian vähän ratkaisuun tarvittavaa tietoa mukana), 6) opetustehtävät (uuden asian oppiminen ohjatusti) ja 7) konkretisointitehtävät (mallien soveltaminen). Käytetyin multimodaaliseen kielentämiseen perustuva tehtävätyyppi on koodaustehtävät, jotka voivat sisältää muun muassa omin sanoin selitystä (vain luonnollinen kieli), ratkaisun argumentointia (tarvittaessa kaikki kielet) ja ratkaisun vaiheiden järjestämistä vaiheet perustellen (tarvittaessa kaikki kielet). Nämä tehtävät ovat pääosin luokiteltavissa avoimiksi ja ei-rutiininomaisiksi ja siksi ne parhaimmillaan saattavat kehittää oppilaan matemaattista ajattelua tehokkaammin kuin suljetut rutiininomaiset tehtävät. Tähän tutkimukseen on edellä esitetyistä tehtävätyypeistä valittu kaksi koodaustehtävää, opetustehtävä ja tiedontuottamistehtävä, joista koodaustehtävät ja tiedontuottamistehtävät voidaan luokitella avoimiksi ja ei-rutiinimaisiksi. Opetustehtävä on suljettu, mutta ei-rutiinimainen

2. TUTKIMUKSEN ESITTELY

2.1 Tutkimuskysymykset

Tutkimuksessamme opiskelijat (N=82) arvioivat omasta näkökulmastaan neljää matematiikan tehtävää vastauksina seuraaviin kysymyksiin:

1. Minkälaista matemaattista osaamista tehtävien ratkaisuprosessi kehittää?
2. Minkälaista multimodaalista osaamista tehtävien ratkaisuprosessi kehittää?
3. Mikä on luokanopettajaopiskelijoiden arvio kunkin tehtävän sopivuudesta koulumatematiikkaan?

2.2 Tutkimusasetelma ja -aineisto

Keväällä 2016 Tampereen yliopiston 1. vuosikurssin opiskelijat kokeilivat neljää tehtävätyyppiä (Taulukko 1) Johdatus lukukäsitteeseen -kurssin harjoituksissa. Opiskelijat tekivät tehtävät ja arvioivat tehtäviä kolmen matemaattiseen osaamiseen liittyvän piirteen (käsitteellinen ajattelu, laskutekniikan ymmärtäminen ja ongelmanratkaisutaidot) ja kahden multimodaalisen ulottuvuuden (matematiikan symbolikielen tulkinta ja omin sanoin ilmaiseminen) suhteen sekä monilukutaidon kehittämisen suhteen asteikolla 1-5 (vähän-paljon). Jokainen tehtävätyyppi arvioitiin kouluarvosanalla 4-10 (kokonaislukuna) ja lisäksi vastattiin avoimeen kysymykseen ”Miten parantaisit tehtävää?”.

Taulukko 1. Tutkimuksen neljä matematiikan tehtävää

Tehtävä- tyyppi	Tehtävä
1 Koodaus	<p>Laita seuraavat sievennyksen vaiheet oikeaan järjestykseen ja perustele (kuvaa) kukin vaihe asianmukaisia käsitteitä käyttäen.</p> <p>A. $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$, B. $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right)^2$, C. $\frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 2}$, D. $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2$, E. $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, F. $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{2}\right)^2$</p>
2 Opetus	<p>Paikkajärjestelmä. Tutustutaan ”nelosmaan” kertolaskuun. Esimerkiksi ”nelosmaassa” $1_4+3_4=10_4$, sillä jos yhteen lisätään kolme, niin saadaan yksi neljän ”nippu” ja ykkösiä ei jää. Esimerkiksi $3_4+3_4=12_4$, sillä jos kolmeen lisätään kolme, niin saadaan _____ (täydennä). (jatkuu ...)</p>
3 Tiedon- tuotta- mis	<p>Tornion tulliasemalla rekisteröitiin erään päivän kuluessa seuraava ajoneuvoliikenne Ruotsista Suomeen: 260 henkilöautoa, 32 rekka-autoa ja 15 linja-autoa. Arvioi perustellen, kuinka monta henkilöä ylitti ajoneuvoissa rajan?</p>
4 Koodaus	<p>Yliopiston matematiikan professori keskusteli maanantaina oppilaansa kanssa.</p> <p>- Sinähän olet aina pitänyt kaikenlaisesta matemaattisista ongelmista. Siispä kerron sinulle yhden: Viikonloppuna olin eräissä sukujuhlissa ja tapaisin siellä kolme henkilöä. Heidän ikävuosiensa tulo oli 2450 ja summa kaksi kertaa niin suuri kuin sinun ikäsi. Kuinka vanhoja olivat tapaamani henkilöt?</p> <p>- Herra professori, en todellakaan osaa ratkaista tätä ongelmaa. Enkö saisi vielä yhtä vihjettä?</p> <p>- Totta kai. Unohdinkin kertoa, että olin juhlien vanhin. Tämän kuultuaan nokkela oppilas ratkaisikin ongelman hetkessä ja kertoi oikean vastauksen professorille saman tien. Kuinka vanha professori oli?</p> <p>Ohessa on ratkaisuprosessista osa matematiikan symbolikielellä. Kirjoita oikealle puolelle mitä ja miksi on tehty niin. (jatkuu)</p>

Opiskelijat olivat perehtyneet tutkimuslomakkeissa käytettyihin tieteellisten käsitteiden merkityksiin luennoilla, mutta tehtävätyyppejä ei käsitelty ennen harjoituksia. Opiskelijat tekivät tutkimuksen tehtävät itsenäisesti kotiharjoituksina ja palauttivat ne aina seuraavalle harjoituskerralle. Opiskelijoilta pyydettiin kirjallinen lupa käyttää heidän ratkaisujaan ja arvioitaan tutkimukseemme.

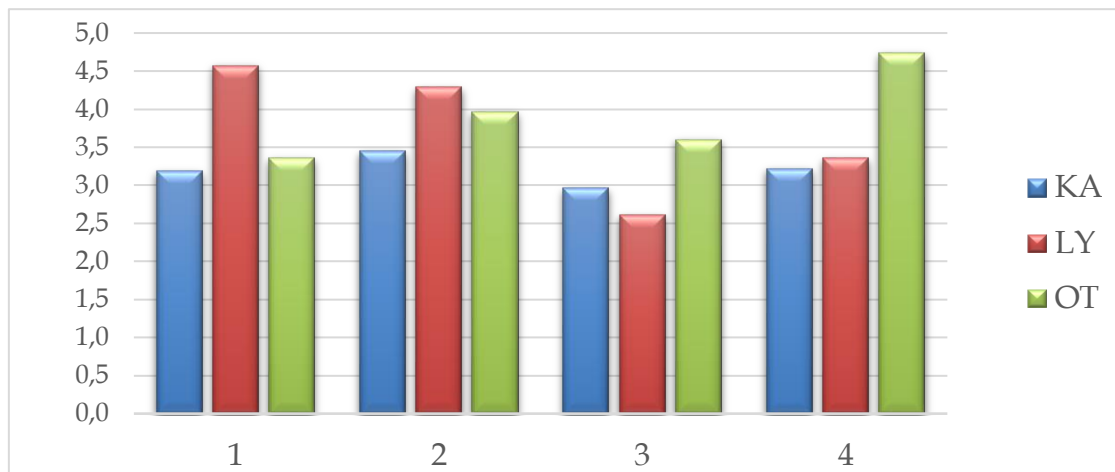
Taulukossa 1 esitämme tutkimuksen tehtävien 1 ja 3 tehtävänannot kokonaisuudessaan, mutta tehtävien 2 ja 4 tehtävänannot vain osittain niiden tilaa vievän pituuden vuoksi. Mielestämme lukija saa kuitenkin riittävän käsityksen tehtävien sisällöstä ja luonteesta.

3. TULOKSET

Tutkimustulokset jakautuvat tutkimuskysymysten mukaisesti kolmeen osaan.

3.1 Minkälaista matemaattista osaamista tehtävien ratkaisuprosessi kehittää?

Osaamista matematiikan opiskelussa tarkastelemme matemaattisen osaamisen ja multimodaalisen osaamisen suhteen. Matemaattista osaamista tarkastelemme tässä tutkimuksessa käsitteellisen ajattelun, laskutekniikan ymmärtämisen ja ongelmaratkaisutaitojen suhteen. Käsitteellistä ajattelua kehittivät opiskelijoiden mielestä kaikki neljä tehtävää suunnilleen saman verran (ka 3,0–3,4; s 0,9–1,1), laskutekniikan ymmärtämistä kehittivät eniten tehtävät 1 (ka 4,6; s 0,7) ja 2 (ka 4,3; s 1,0) sekä ongelmanratkaisutaitoa tehtävä 4 (ka 4,7; s 0,7) (Kuva 1).



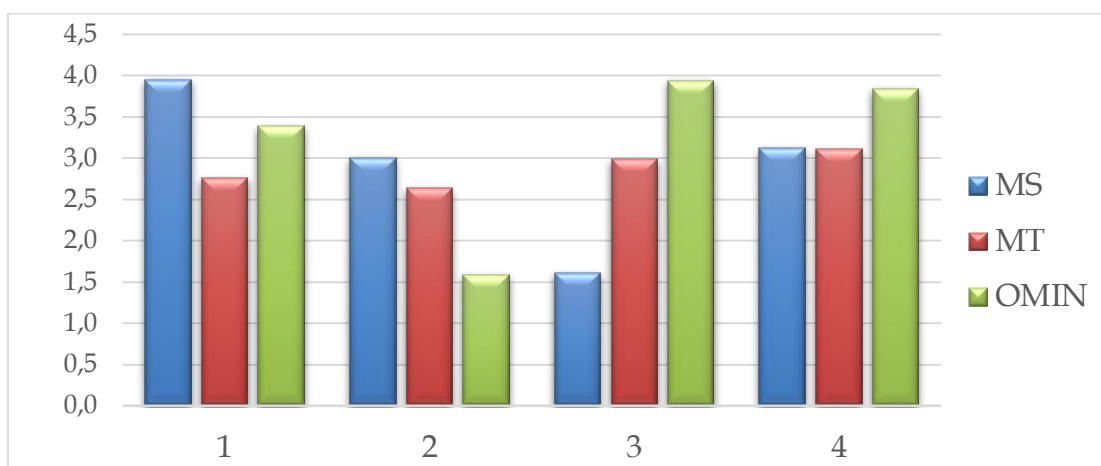
Kuva 1. Miten tutkimuksen tehtävät kehittävät matemaattista osaamista? Opiskelijoiden arvioiden (asteikolla 1–5) keskiarvot kullekin tehtävälle 1–4 ($N_1 = 82$, $N_2 = 76$, $N_3 = 73$ ja $N_4 = 70$; KA = käsitteellistä ajattelua, LY = laskutekniikan ymmärtämistä ja OT = ongelmanratkaisutaitoja).

Mielenkiintoista on huomata, että opiskelijoiden näkemyksen mukaan tehtävä 1 kehittää enemmän laskutekniikan ymmärtämistä (proseduraalista osaamista) kuin käsitteellistä ajattelua (Kuva 1), vaikka tehtävän ratkaisussa on merkittävä osa matemaattisten käsitteiden ymmärtävällä käytöllä. Opetustehtävässä 2 uuden "nelosmaan" sääntöjen ymmärtäminen pohjautuu tutun kymmenjärjestelmän syvälliseen ymmärtämiseen ja toisaalta useimmille opiskelijoille uutena

asiana annettujen tehtävien ratkaiseminen vaatii myös ongelmanratkaisutaitoja. Tässä kaikki kolme matemaattisen osaamisen piirrettä näyttävät tasavahvoilta.

3.2 Minkälaista multimodaalista osaamista tehtävien ratkaisuprosessi kehittää?

Multimodaalista osaamista tarkastelemme matematiikan symbolikielen tulkinna ja omin sanoin ilmaisemisen kyvyn suhteen. Lisäksi yhtenä arvioitavana ulottuvuutena on monilukutaito. Matematiikan symbolikielen hallintaa kehitti opiskelijoiden mielestä parhaiten tehtävä 1 (ka 4,0; s 0,9), monilukutaitoa tehtävät 3 ja 4 (ka 3,0 ja 3,1; s 1,4 ja 1,3) sekä omin sanoin ilmaista tehtävät 3 ja 4 (ka 3,9 ja 3,9; s 1,0 ja 1,2) (Kuva 2).



Kuva 2. Miten tutkimuksen tehtävät kehittävät multimodaalista osaamista? Opiskelijoiden arvioiden (asteikolla 1–5) keskiarvot kullekin tehtävälle 1–4 ($N_1 = 82$, $N_2 = 76$, $N_3 = 73$ ja $N_4 = 70$; MS = matematiikan symbolikielen tulkintaa, MT = monilukutaitoa ja OMIN = kykyä ilmaista omin sanoin).

Opiskelijoiden piti tehtävässä 1 perustella välivaiheet omin sanoin, mutta kuitenkin opiskelijoiden näkemyksen mukaan tehtävä 1 kehittää kykyä ilmaista omin sanoin selkeästi vähemmän kuin matematiikan symbolikielen tulkintaa (Kuva 2). Sen sijaan tehtävien 3 ja 4 nähdään kehittävän eniten kykyä ilmaista omin sanoin, vaikka myös tehtävässä 1 on sama vaade.

Kaikkien tehtävien nähtiin kehittävän monilukutaitoa jonkin verran (ka 2,5–3,0) (Kuva 2). Esimerkiksi tehtävässä 4 luetaan tekstiä ja taulukkoa sekä kirjoitetaan ratkaisusta perustelut omin sanoin ja matematiikan symbolikieltä käyttäen. Kaikista tehtävistä puuttui kuitenkin muun muassa kuvaelementit, joten se voi olla syy melko alhaisiin arvioihin.

3.3 Mikä on luokanopettajaopiskelijoiden arvio kunkin tehtävän sopivuudesta koulumatematiikkaan?

Tutkimuksen tehtävien sopivuutta arvioitiin arvioimalla ensin tehtävätyyppi kouluarvosanoilla 4–10 ja sen jälkeen vastattiin avoimeen kysymykseen paranehdotuksista kuhunkin tehtävään.

Taulukko 2. Luokanopettajaopiskelijoiden kouluarvosanojen jakaumat tutkimuksen neljällä matematiikan tehtävällä

Kouluarvosana	Teht1 (N=79)	Teht2 (N=72)	Teht3 (N=70)	Teht4 (N=67)
4	0 %	0 %	1,4 %	0 %
5	0 %	2,8 %	4,3 %	4,5 %
6	1,3 %	11,1 %	20,0 %	14,9 %
7	15,2 %	27,8 %	28,6 %	25,4 %
8	38,0 %	30,6 %	34,3 %	26,9 %
9	36,7 %	25,0 %	8,6 %	23,9 %
10	8,9 %	2,8 %	2,9 %	4,5 %

Annettujen arvosanojen keskiarvojen perusteella tehtävällä 1 on korkein keskiarvo (ka 8,34; khaj 0,90). Tehtävillä 2 (ka 7,69; khaj 1,08) ja 4 (ka 7,23; khaj 1,22) on seuraavaksi korkeimmat. Alhaisimman keskiarvon (ka 7,23; khaj 1,15) sai tehtävä 3. Taulukossa 2 on vastaajien lukumäärät kussakin tehtävässä ja arvosanojen jakaumat tehtäväkohtaisesti. Kiitettäviä arvosanoja oli tehtävässä 1 selkeästi eniten (noin 46 %) ja se ei saanut lainkaan heikkoja arvosanoja. Tehtävä 3 oli ainoa tehtävistä, joka sai hylättyjäkin arvosanoja.

Taulukko 3. Opiskelijoiden (N=82) parannusehdotusten teemat ja esimerkkejä

Teema	Tehtävä 1	Tehtävä 2	Tehtävä 3	Tehtävä 4
Hyvä, ei parannus edotuksia	"Tehtävä kokonaisuudessaan todella hyvä, ... En keksi parannettavaa." OP46	"Ihan hyvät tehtävät muuten! Konkreettisesti tulee laskettua toisen "maan" luvuilla, ja ymmärrys niistä paranee." OP72	"On hyvä, että välillä on matikanlasku, johon tarvitaan loogista päättelykykyä ja perustelutaitoja... oppii, ettei aina ole olemassa vain yhtä oikeaa vastausta..." OP76	"Tehtävä vaikuttaa oikein hyvältä, eikä se tarkoita sitä, että se on huono, jos en osaa sitä ratkaista." OP23
Parannusehdotuksia	"Ottaisin avuksi visualisoinnin, ..." OP80 "Lapset täytyisi vielä tehdä koko laskutoimitus itse." OP36 "Voisi olla sanallisenkin." OP2	"Pohjustusta voisi olla enemmän, ..." OP31 "Tehtävässä voisi olla myös lisäksi jokin toinen maa sekä kymppimaa." OP66	"...Tehtävässä voitaisiin siis selkeämmin rikkoa oppiainerajoja ja kannustaa oppilaita itsenäiseen ajatteluun..." OP68	"Lyhentäisin" OP2 "Tehtävässä olisi voinut jotkin "laskuvaiheet"-kohdan laatikot tyhjänä ja "perusteluiden" kohdalla tekstiä." OP66
Erilainen kuin koulu-matematiikka	"Itsellä ei kouluaikana koskaan tullut eteen tämän tyyppistä tehtävää, ...todella virkistävä/ silmävaava..." OP27	"Itse asiassa koulu-matematiikassa ei koskaan seikkailtu vaikkapa nelosmaassa ja oman ajattelun "muuttaminen" olikin työlästä/ kankkeaa." OP27	"...Tehtävässä ei siis ole yhtä ja oikeaa vastausta. Toisaalta siksi tehtävä on mukavan erilainen." OP38	"Loistava tehtävä, koska yleensä oppilas ei joudu ajatteleman matemaattisia tehtäviä näin päin koulussa." OP29 "Tehtävä voi olla hiukan tukala tehdä, koska se pakottaa mukautumaan toisen lasku- ja ajatusprosessiin." OP70

Helpottamisen tarve	"Antaisin ensimmäisen vaiheen valmiina. Lisäisin pieniä vihje-lauseet..." OP9 "Osa käytettävistä käsitteistä voisi olla valmiiksi tarjot-tuna..." OP73	"...voisi, avautua joillekin helpommin kuvien avulla." OP1 "lisää ohjeistusta" OP32 "...pienryhmissä kes-kustellen ja yhdessä asiaa hahmottaen." OP70	"... Sen voisi ilmoit-taa tehtävänannossa, että useampi ratkaisu on OK jos osaa pe-rustella." OP74	"Todella vaikea. Ei onnistu, jos ei yhtään tajua ideaa: vinkkejä, helpotusta?" OP7
Eriyttäminen	"Tehtävän vaativuus-taso voisi myös vaih-della oppilaan taito-tason mukaan." OP1	" Alakouluun tehtävä ei sovi... Alakouluun voisoin viedä nelos-maan idean yhteen-laskun avulla..." OP17	"Voisin lisätä tehtä-vänantoon ehkä au-tojen käännytystä ra-jalta yms. jotta teh-tävä olisi monipuoli-sempi." OP55	"Olisi hyvä saada yk-sinkertaisempi versio alakoulua varten." OP29 "Tehtävää voisi han-kaloittaa myös lisää-mällä henkilöiden lu-kumäärää, ..." OP26

Teema	Tehtävä 1	Tehtävä 2	Tehtävä 3	Tehtävä 4
Tehtävän ideaa ei ole ymmärretty.	-	"En opettaisi kerto-laskua välttämättä tällä tavoin." OP38	"En ymmärrä tämän tehtävän ideaa, kun laskussa käyttävät lu-vut on käytännössä heitettävä omasta päästä." OP28 "...voisi antaa hlö määrät hlö autolle, rekalle, linja-autolle." OP35	"En pitänyt tehtä-västä. Sen ratkaisemi-nen olisi ollut mielek-käämpää, jos oppi-laan ikä olisi ker-rottu. En ihan ym-märtänyt tehtävän pointtia." OP48
Muita huomauksia	"numerot pieniä, yhtäsuuruus-merkit puuttuvat" OP49	"Taulukko on epä-selvä, kun se on niin venytetty" OP29	-	"...olisi mukava, jos tehtävät käytetäisiin yhdessä läpi tai esi-merkkiratkaisut jul-kaistaisiin..." OP76

Taulukkoon 3 on koottu opiskelijoiden esittämien parannusehdotusten teksteistä kootut kuusi teemaa ja niistä esimerkkisitaatteja sekä lisäksi viimeisenä rivinä "Muita huomautuksia". Tehtävien yhteyteen on koottu kuvaavia opiskelijoiden sitaatteja kustakin teemasta. Vaikka kysymyksen asettelussa pyydettiin tehtäviin parannuksia, niin monet kokivat tehtävien olleen jo tuollaisena riittävän hyviä. Tehtäväkohtaiset sitaatit yhdessä Taulukon 2 arvosanajakauman kanssa antavat hyvän kuvan opiskelijoiden tehtävärarvioista: tehtävä 1 on sarjan käyttökelpoisin, tehtävä 3 vaatii eniten kehittämistä ja kaikki tehtävätyypit ovat kuitenkin sopivia koulumatematiikkaan.

4. JOHTOPÄÄTÖKSET

Kaikki tutkimuksen tehtävät ovat opiskelijoiden arvioiden (Kuvat 1 ja 2, Taulukko 2) perusteella käyttökelpoisia, sillä kukin tehtävä on vähintään yhdellä mitatulla osa-alueella vähintään hyvä (ka >3,0) ja kouluarvosanojen keskiarvo oli

vähintään seitsemän. Koodaustehtävät 1 ja 4 ovat useita mitattuja osa-alueita kehittäviä. Tehtävässä 4 kaikki matemaattista ja multimodaalista osaamista mittavien osioiden keskiarvot ovat yli kolme eli tehtävä 4 on tästä näkökulmasta tutkittavista tehtävistä opiskelijoiden näkemyksen mukaan paras. (Kuvat 1 ja 2.)

Tehtävä 3 poikkeaa perinteisistä koulumatematiikan tehtävistä, sillä siinä ei anneta riittävästi lähtötietoja sen ratkaisemiseksi. Tehtävä on selvästi ei-rutiinimainen ja avointehtävä, jossa ratkaisija joutuu hankkimaan lisätietoja tai arvioimaan saadaksesen tuloksen. Tuloskin voi olla vain esimerkiksi arvion ala- ja yläraja. Tehtävä sai heikoimmat arviot oppijan matemaattisen osaamisen kehittämisessä. Tämä saattaa johtua opiskelijoiden tottuneisuudesta koulumatematiikan yhden oikean vastauksen saamiseen, mihin ei ole kuulunut omien arvioiden tekeminen (ks. esimerkiksi Taulukko 3 tehtävässä 3 OP28 ja OP35) .

Eettiset kriteerit on mielestämme huomioitu tutkimuksen toteuttamisessa, sillä opiskelijat antoivat kirjalliset luvat aineistojen tutkimuskäyttöön. Tutkimuksen johtopäätösten reliabiliteettia nostaa osaltaan opiskelijoiden avoimien palautteiden huomioiminen.

Yhteenvedona voimme todeta, että koulumatematiikan tehtäviä pitäisi monipuolistaa muun muassa edellä esitettyjen tehtävien kaltaisilla tehtävillä, jotta oppilaille kehittyy kyky esittää ja käyttää matemaattisia käsitteitä tarkoituksenmukaisesti. Tutkimuksen opiskelijoiden näkemykset (Taulukot 2 ja 3) kuvaavat hyvin heidän käymänsä koulun matematiikan tehtäväkulttuuria, jossa painottuvat oppimateriaalien suljetut rutiinimaiset tehtävät. Tämän vuoksi mielestämme oli hyvä valinta ottaa nimenomaan luokanopettajaopiskelijat asiantuntijan rooliin arvioimaan tehtävien edellä kuvattuja ulottuvuuksia ja siten saada kokemaan ja pohtimaan matematiikan tehtävärakenteiden merkitystä ymmärtäville oppimiselle. Muutos voi lähteä tulevien opettajien kyvystä nähdä tehtävät laajemmin myös osana käsitteellistä ymmärtämistä ja näin luoda vaateita oppimateriaalin tekijöille. Myös matematiikan harjoitustehtävät voivat muuttua!

LÄHTEET

- Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Boston, M. D. (2013). Connecting changes in secondary mathematics teachers' knowledge to their experiences in a professional development workshop. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 7–31.
- Carter, G. & Norwood, K. (1997). The relationship between teacher and student beliefs about mathematics. *School Science and Mathematics*, 2, 62–67.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 1–6.
- Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2015). Students' non-realistic mathematical modelling as a drawback of teachers' beliefs about and approaches to

- word problem solving. Teoksessa B. Pepin & B. Roesken-Winter (toim.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education: exploring a mosaic of relationships and interactions*, (s. 137–156). Switzerland: Springer.
- Foong, P.Y. (2002). The role of problems to enhance pedagogical practices in the Singapore mathematics classroom. *The Mathematics Educator*, 6(2),15–31.
- Hiebert, J., Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A. & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher*, 25(4), 12–21.
- Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2017). Multimodal Languaging as a Pedagogical Model - A Case Study of the Concept of Division in School Mathematics. *Education Sciences* 7 (1), 9. <http://www.mdpi.com/2227-7102/7/1/9> (luettu 13.3.2018)
- Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2015). Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen Matti & M. Tarnanen (toim.) *Rajaton tulevaisuus: kohti kokonaisvaltaista oppimista*. Ainedidaktiikan symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014. Helsinki: Suomen ainedidaktinen tutkimusseura, 45-62. (Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja 8).
- Joutsenlahti, J., Sarikka, H., Kangas, J. & Harjulehto, P. (2013). Matematiikan kirjallinen kielentäminen yliopiston matematiikan opetuksessa. Teoksessa M. Hähkiöniemi et al. (toim.) *Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association*. Jyväskylä: University of Jyväskylä, 59-70. (Report of Teacher Education Research report 90).
- Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2010). Oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Helsinki: Opetushallitus, 137-148. (Koulutuksen seurantaraportti 2010:2).
- Jäder, J., Sidenvall, J. & Sumpter, L. (2017). Students' mathematical reasoning and beliefs in non-routine task solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 759–776.
- Lester, F. K., Jr. (1980). Problem solving: Is it a problem? Teoksessa M. M. Lindquist (toim.), *Selected issues in mathematics education* (s. 29–45). Berkeley: McCutchan.
- Moschkovich, J. N. 2015. Academic literacy in mathematics for English Learners. *The Journal of Mathematical Behavior*. 40, 43-62.
- National Research Council (NRC). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (toim.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.

Opetushallitus. (2015). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Tampere: Juvenes Print.

Sullivan, P., Warren, E. & White, P. (2000). Students' responses to content specific open-ended mathematical tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 12(1), 2-17.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets and Zeitlinger.