

Antti Hautamäki

# Raili Kaupin käsitekalkyyli

Hautamäki, Antti, Raili Kaupin käsitekalkyyli [Raili Kauppi's calculi of concepts]. Kirjastotiede ja informatiikka, 9 (4): 95-97, 1990.

Professor of philosophy Raili Kauppi has developed several intensional calculi of concepts with elegant mathematical structures. According to Kauppi conceptual structures are partial orders. In the article the basic definitions of Kauppi's systems are presented and potential applications are pointed out.

*Adress: Sirkkalanmäki 34, SF-00760 Helsinki*

## Tausta

Raili Kauppi kehitti 1950- ja -60 -lukuilla formaalisen tavan analysoida käsitteiden välisiä suhteita. Hänen filosofiassaan käsitteet ovat joutain sinänsä olevaista ja niiden suhteet ovat annettuja (käsiteplatonismi). Kauppi onnistui eksplikoimaan klassisen käsiteteorian perusideat keksimillään intensionaalisen logiikan järjestelmillä. Niiden varsinainen idea on lähteä spesifioimaan intensionaalisia suhteita suoraan menemättä ekstensioiden kautta. Tuloksena on mielenkiintoisia matemaattisia rakenteita, jotka osoittavat, että klassinen käsiteteoria on tärkeä ja hyödyllinen tutkimusalue (ks. Hautamäki 1986). Ajankohtaisimpia sovelluksia on semanttisten verkkojen teoria (Hautamäki, painossa).

## Teorian esittely (hieman mukaeltuna)

Olkoon  $C$  käsitejoukko. Kaupin järjestelmien peruskäsite on tunnusmerkkisuhde:

$a > b = a$  sisältää  $b$ :n tunnusmerkkinä.

Esim. hevonen  $>$  nisäkäs.

$>$ -relaation perusominaisuudet ovat

1.  $a > a$  (refleksiivisyys)
2. jos  $a > b$  ja  $b > c$  niin  $a > c$  (transitiivisuus) ja
3.  $a = b$  jos ja vain jos  $a > b$  ja  $b > a$  (identtisyys).

Nämä ominaisuudet tekevät rakenteesta  $\langle C, > \rangle$  osittaisen järjestyksen (poset). Tämä tarkoittaa, että käsitejoukon  $C$  järjestysrelaatio  $>$  toteuttaa ehdot 1.–3. Osittainen järjestys ei ole välttämättä yhtenäinen, eli saattaa olla kaksi käsitettä  $a$  ja  $b$  siten, että  $a$  ei ole  $b$ :n tunnusmerkki eikä  $b$   $a$ :n tunnusmerkki. Esimerkiksi käsitteet hevonen ja nelikulmainen eivät ole toistensa tunnusmerkkejä.

Relaation  $>$  avulla voidaan määritellä useita mielenkiintoisia klassisen logiikan peruskäsitteitä, kuten ala ja intensio.

$$\begin{aligned} \text{ala}(a) &= \{x: x > a\} \\ \text{intensio}(a) &= \{x: a > x\}. \end{aligned}$$

Käsitteen  $a$  ala on siis niiden käsitteiden joukko, joiden tunnusmerkkinä  $a$  itse on. On syytä korostaa tämän alan käsitteen insionaalisuutta verrattuna »tavanomaiseen» ekstension käsitteeseen; ekstensio on niiden oloiden joukko, joihin käsite soveltuu. Kaupin alan käsite soveltuu paljon paremmin esim. kirjastotieteen tarpeisiin. Käsitteen  $a$  intensio on  $a$ :n tunnusmerkkien joukko. Alojen ja tunnusmerkkien suhteen ilmaisee periaate

jos  $a > b$  niin  $\text{Ala}(a)$  on  $\text{Ala}(b)$ :n osajoukko

eli käsitteen laentuessa sen ala kasvaa.

Kauppi ei oleteta, että käsitejärjestelmä  $\langle C, > \rangle$  olisi hila. Mutta olettamalla se hilaksi käsittely yksinkertaistuu. Silloin nimittäin on aina olemassa käsitteiden tulo ja summa:

$$\begin{aligned} x * y &= z \text{ jos ja vain jos } (t) \{z > t \leftrightarrow x > t \ \& \ y > t\} \\ x + y &= z \text{ jos ja vain jos } (t) \{t > z \leftrightarrow t > x \ \& \ t > y\}. \end{aligned}$$

$x*y$  on  $x:n$  ja  $y:n$  suurin alaraja ja  $x+y$  on  $x:n$  ja  $y:n$  pienin yläraja. Merkintä  $(t)$  tarkoittaa »kaikilla  $t$  pätee» (se on universaalikvanttori). Käsitesumma  $x+y$  vastaa suunnilleen konjunktiota:

ruskea+hevonen = ruskea hevonen

ja käsitetulo  $x*y$  suunnilleen disjunktia:

kissa\*koira = kissa tai koira.

Lisää matemaattista eleganssia saadaan oletamalla käsitejärjestelmä täydelliseksi hilaksi, jossa jokaisella  $C:n$  osajoukolla on suurin alaraja ja pienin yläraja. Erityisesti täydellisessä hilassa on pienin elementti 0 ja suurin elementti 1. Intuitiivisesti, 0 on tautologinen käsite ja 1 on ristiriitainen käsite.

Oletetaan, että  $\langle C, > \rangle$  on täydellinen hila. Nyt voidaan määritellä helposti muita Kaupin esittämiä predikaatteja:

- a ja b ovat yhteismitattomia jos  $a*b = 0$
- a ja b ovat yhteensopimattomia jos  $a+b = 1$ .

Yhteismitattomuus siis tarkoittaa, että a:lla ja b:llä ei ole yhteisiä tunnusmerkkejä (paitsi 0). Yhteensopimattomuus taas tarkoittaa, että ei ole käsitettä (paitsi 1), jonka tunnusmerkkejä sekä a että b olisivat.

Negaatio on vaikea käsite. Kaupin ideana on, että käsitteen negaatio on kaikkien sen kanssa yhteensopimattomien käsitteiden suurin yhteinen tunnusmerkki. Ilmeistä on, että negaatiota ei hiloissa suinkaan aina ole. Jos -a on a:n negaatio, niin peruspiirtenä on ehto:

$$a+-a = 1.$$

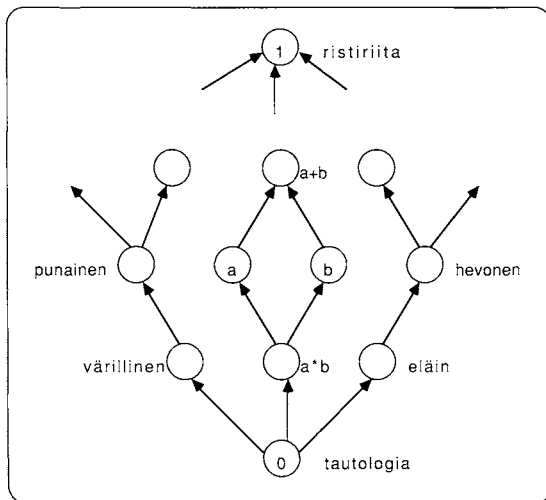
Kaupin antama negaation perusmääritelmä on

$$b = -a \text{ jos ja vain jos } \{x|x > b \leftrightarrow x \text{ ja } a \text{ ovat yhteensopimattomia}\}.$$

Sen sijaan ei ole selvää pitäisikö ehto

$$a*-a = 0$$

myös hyväksyä. Kysymys on myös käsitteen mielekkyydestä; viittaako esim. käsite »ei-hevonen» kaikkiin eläimiin, jotka eivät ole hevosia vaiko kaikkiin käsitteisiin, jotka ovat yhteensopimattomia käsitteen »hevonen» kanssa, kuten »nelikulmainen» käsite. Jos negaatiolle asetetaan molemmat ehdot, niin kyseessä on ns. komplementti. Komplementit ovat aina olemassa ns. komplementeilla varustetuissa hilois-



Kuva. Verkkoesitys käsitteihiloista.

sa, esim. boolean algebroissa. Antamalla negaatiolle erilaisia ehtoja, saadaan klassisia tai eiklassisia (esim. intuitionistisia) käsitelogiikkoja.

## Sovelluksia

Klassinen käsiteteoria on kokemassa renesanssia. Syynä on tavallisen formaalisen logiikan ekstensionaalisuus eli se, että predikaatit viittaavat suoraan niihin olioisiin, joista predikaatit ovat totta. Ekstensionaalinen logiikka ei siis suoraan tarjoa keinoa analysoida käsitteiden rakenteita. Käsitteet ovat keskeisiä tutkimuskohteita kognitiivisessa psykologiassa, kognitiiviteudessa, tekoälyssä, tietokantatutkimuksessa, kielitieteessä ja informatiikassa (ks. Hautamäki 1988). Informatiikassa eräs perusongelma on juuri tiedon indeksointi, tietojen väliset yhteydet ja luokittelu. Kaupin käsitelaskuilla on näyttäneet erään hedelmällisen suunnan tutkia abstraktisti käsitejärjestelmiä. Niiden kiinnostavuutta lisää mahdollisuus implementoida ne tietojärjestelmiin.

Hyväksytty julkaistavaksi 16.11.1990.

## Kirjallisuutta

- Hautamäki, Antti, *Points of View and their Logical Analysis*, Acta Philosophica Fennica 41, Helsinki 1986.
- Hautamäki, Antti (toim.), *Kognitiotiede*, Gaudeamus, Helsinki 1988.
- Hautamäki, Antti, Conceptual Space Approach to Semantic Networks, *Computers & Mathematics with Applications* [painossa].

- Kauppi, Raili, Käsitteen sisällys ja ala, *Ajatus* 18, 1954, 55–83.
- Kauppi, Raili, Eräitä intensionaalisen logiikan probleemoja, *Ajatus* 19, 1956, 97–111.
- Kauppi, Raili, *Einführung in die Theorie der Begriffssystem*, Acta Universitatis Tamperensis, Ser. A Vol. 14, Tampere 1967.