LUKUSARJOIHIN PERUSTUVAT SUHTEELLISET VAALIMENETELMÄT: TEOREETTINEN TARKASTELU

Markku Laakso*

1. Johdanto

Edustuksellisen demokratian kulmakiviä on äänien ja paikkojen välinen vastaavuus. Tämä problematiikka on kiinnostanut politiikan tutkijoita ja filosofeja aina 1800-luvulta lähtien. Englannissa *John Stuart Mill* ja *Walter Bagehot* kävivät ankaraa väittelyä parlamentin valintatavasta.[1] Heidän keskustelunsa yhdinkohtia oli vielä tänä päivänäkin kiistelyä herättävä vastakkainasettelu: enemmistövaalit vaiko suhteelliset vaalit. Vaalimenetelmiin liittyvä problematiikka ei kuitenkaan rajoittunut Englantiin. Demokratian teorian tutkijat kautta maailman ovat esittäneet omia näkemyksiään ja koonneet empiiristä aineistoa väitteittensä tueksi.[2]

Vaalimenetelmien poliittisten jatkovaikutusten tutkimuksessa viime aikoina voidaan nähdä kaksi merkittävää rajapyykkiä. *Douglas W. Rae* suoritti laajan empiirisen pioneerityön[3] tutkiessaan vaalimenetelmien seuraamuksia 20 läntisessä demokratiassa. On jo nyt selvää, että Raen teos (tosin monine puutteineen, epätäsmällisyyksineen jopa virheineen) tulee jäämään vaalimenetelmätutkimuksen klassikoksi. Sen sijaan toistaiseksi vähemmän huomiota on saanut osakseen kaksi teoreettista artikkelia, jotka lyhyydestään huolimatta ovat avanneet täysin erilaisen perspektiivin eri vaalimenetelmien ominaisuuksien tarkastelemiseksi.

Douglas W. Rae, *Victor Hanby* ja *John Loosemore*[4] esittivät erilaisille vaalimenetelmille kynnyskaavat, joiden avulla voidaan tutkia vaalimenetelmien potentiaalisia mahdollisuuksia vääristää vaalien tuloksia. Loosemore ja Hanby[5] saivat vaalimenetelmille seuraavan suhteellisuusjärjestyksen: kvootti, Sainte Laguë ja d'Hondt. Tuloksella on varsin suuri merkitys, koska se ratkaisi kauan kiistaa aiheuttaneen eri vaalimenetelmein »paremmuusjärjestyksen».

On valitettavaa, että Raen, Loosemoren ja Hanbyn työ on herättänyt varsin vähän vastakaikua. Heidän teoreettista analyysiään ei ole juuri täsmennetty

* dosentti, Helsingin yliopiston yleisen valtio-opin laitos, os. Tuusulantaival 48 A 7, 04200 Kerava.

eikä laajennettu. Tässä suhteessa asiaan on vastikään tullut korjaus, sillä *Lijphart* ja *Gibberd* julkaisivat EJPR:ssa suhteellisten vaalimenetelmien teoreettisia ominaisuuksia käsittelevän artikkelin.[6]

Paitsi teoreettisella tasolla on myös empiirisellä ja »käytännön politiikan» tasolla aiheellista tuntea eri suhteellisten vaalimenetelmien ominaisuuksia.[7] Tässä yhteydessä lienee turha viitata siihen, että myös vaalimenetelmän uudistajien tulisi tuntea perinpohjin eri vaihtoehdot. Esim. valtiosääntökomitean kannanotoissa — samoin kuin useissa muissa yhteyksissä — on esitetty siirtymistä maassamme muiden Pohjoismaiden soveltamaan modifioituun Sainte Laguë -menetelmään. Näennäisestä suhteellisuudestaan huolimatta d'Hondt -menetelmään verrattuna on Sainte Laguë -menetelmään siirtymisessä monia ongelmia, joita tässä tutkimuksessa pyritään teoreettisella tasolla kartoittamaan.

Tämän artikkelin tarkoituksena on lisäksi laajentaa ja täsmentää Raen, Loosemoren ja Hanbyn työtä. Ensiksikin esitetään yleinen kaava kaikille lukusarjamenetelmille, joista yksityisten vaalimenetelmien kynnyskaavat voidaan johtaa. Lisäksi määritellään uusi kynnyskaava: kaikkien paikkojen voittamisen kynnyskaava.

2. Ensimmäisen paikan ja kaikkien paikkojen voittamisen kynnykset eri lukusarjamenetelmillä

Seuraavassa tarkastelussa käytetään symboleja:

n = vaalipiirin puolueiden lukumäärä,
m = vaalipiiristä valittavien ehdokkaiden lukumäärä,
k = lukusarjan ensimmäinen jakaja (sulkuluku),
v_r = ensimmäisen paikan kynnys,
v_w = kaikkien paikkojen voittamisen kynnys

Raschauerin[8] mukaan lukusarjamenetelmät voidaan yleisessä muodossa esittää kaavana $(a \cdot m - b)$, missä a ja b ovat vakioita. Vakioiden eri arvoilla saadaan lukusarjamenetelmät, jotka on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1. Tavallisimmat lukusarjamenetelmät kaavan $(a \cdot m - b)$ avulla ilmaistuina

vaalimenetelmä	vakio a	vakio b	lukusarja
d'Hondt	1	0	$1, 2, 3, \cdots, m$
Sainte Laguë	2	1	$1, 3, 5, \cdots, 2m - 1$
tanskalainen menetelmä	3	2	$1, 4, 7, \cdots, 3m - 2$
Imperial	1	-1	$2, 3, 4, \cdots, m + 1$

Taulukko 2. Kaikkien paikkojen voittamisen kynnyskaava (v_w) eri vaalimenetelmillä [9]

vaalimenetelmä	yleinen muoto	ens. jakaja kuten taulukossa 1
d'Hondt	$v_W = \frac{m}{m + k(n-1)}$	$v_W = \frac{m}{m + n - 1}$
Sainte Laguë	$v_W = \frac{2m - 1}{2m - 1 + k(n-1)}$	$v_W = \frac{2m - 1}{2m + n - 2}$
tanskalainen menetelmä	$v_W = \frac{3m - 2}{3m - 2 + k(n-1)}$	$v_W = \frac{3m - 2}{3m + n - 3}$
Imperial	$v_W = \frac{m + 1}{m + 1 + k(n-1)}$	$v_W = \frac{m + 1}{m + 2n - 1}$

Yleinen kaava kaikkien paikkojen voittamiselle voidaan johtaa seuraavasta äänestystilanteesta:

Oletetaan, että jossakin vaalipiirissä suurin puolue A saa ääniosuuden v_w (= kaikkien paikkojen voittamisen kynnys). Muut puolueet B, C, D, ··· saavat yhteensä tällöin luonnollisesti $(1 - v_w)$. Yhden puolueen on mahdollisimman helppo voittaa kaikki paikat, jos puolueiden B, C, D, ··· kannatus on yhtä suuri.

Puolue A voi voittaa kaikki paikat ainoastaan silloin, kun sen m:nnen paikan vertausluku on vähintään yhtä suuri kuin muiden puolueiden ensimmäiseen paikkaan oikeuttava vertausluku. Formaalisesti edellä oleva voidaan kirjoittaa:

Ehto 1: $$\frac{v_w}{a \cdot m - b} = \frac{1 - v_w}{k(n-1)}$$

Ehto 1 on esitetty mahdollisimman yleisenä; mukaan on otettu myös taulukosta 1 poikkeavat sulkuluvut (k). Ehdosta 1 on helposti ratkaistavissa v_w:

$$v_w = \frac{am - b}{kn - k + am - b} = \frac{1}{1 + \frac{k(n-1)}{am - b}} \tag{1}$$

v_w on siis se osuus äänistä, joka vähintään tarvitaan vaalipiirin kaikkien paikkojen voittamiseen.

Sijoittamalla kaavaan (1) taulukossa 1 olevat vakioiden a ja b arvot, saadaan eri vaalimenetelmille seuraavat v_w:n lausekkeet:

Puolueen ensimmäisen paikan kynnyskaava (v_r) saadaan seuraavasta ehdosta v_w:n avulla:

Ehto 2: $$v_r = \frac{1 - v_w}{n - 1} = \frac{1 - \dfrac{am - b}{kn - k + am - b}}{n - 1}$$

Ehdosta 2 voidaan ratkaista v_r ja tulokseksi saadaan

$$v_r = \frac{k}{k\,(n - 1) + am - b}$$

Eri vaalimenetelmille saadaan seuraavat kynnyskaavat:

Taulukko 3. Ensimmäisen paikan kynnyskaava (v_r) eri vaalimenetelmillä

vaalimenetelmä	yleinen muoto	ens. jakaja kuten taulukossa 1
d'Hondt	$v_r = \dfrac{k}{m + k\,(n - 1)}$	$v_r = \dfrac{1}{m + n - 1}$
Sainte Laguë	$v_r = \dfrac{k}{2\,m - 1 + k\,(n - 1)}$	$v_r = \dfrac{1}{2\,m + n - 2}$
tanskalainen menetelmä	$v_r = \dfrac{k}{3\,m - 2 + k\,(n - 1)}$	$v_r = \dfrac{1}{3\,m + n - 3}$
Imperial	$v_r = \dfrac{k}{m + 1 + k\,(n - 1)}$	$v_r = \dfrac{2}{m + 2\,n - 1}$

3. Esimerkkejä kynnyskaavoista eri lukusarjavaalimenetelmillä

Taulukossa 4 on esitetty 10 puolueen vaalipiirissä (vastaa keskimäärin Suomen tilannetta) eri lukusarjavaalimenetelmillä se pienin ääniosuus, jolla yksi puolue voi voittaa kaikki paikat (v_w) ehdokkaiden lukumäärän (m) vaihdellessa 1:stä 100:aan. Vertailun vuoksi on mukaan otettu myös yksinkertainen kvootti.[10] Tuloksia on selvennetty kuviossa 1.

Taulukosta 4 ja kuviosta 1 havaitaan, että mitä pienempi on valittavien ehdokkaitten lukumäärä sitä enemmän vaalimenetelmät poikkeavat toisistaan (yhden ehdokkaan tapausta lukuun ottamatta). Muista vaalimenetelmistä selvästi poikkeavin on yksinkertainen kvootti. Merkillepantavaa on se, että jo kahden ehdokkaan tapauksessa yksinkertainen kvootti vaatii enemmistön äänistä kaikkien paikkojen voittamiseksi. Sen sijaan d'Hondt-menetelmällä vähemmistön äänistä saanut saattaa voittaa kaikki paikat aina 10. ehdokkaa-

Taulukko 4. Kaikkien paikkojen voittamisen kynnys (v_w) eri lukusarjavaalimenetelmillä (n = 10)

m	d'Hondt	St. L.	mod. (1.4) St. L.	tanskal. menet.	Imperial	yksink. kvootti
1	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
2	0.182	0.250	0.192	0.308	0.143	0.550
3	0.250	0.357	0.284	0.438	0.182	0.700
4	0.308	0.438	0.357	0.526	0.217	0.775
5	0.357	0.500	0.417	0.591	0.250	0.820
6	0.400	0.550	0.466	0.640	0.280	0.850
7	0.438	0.591	0.508	0.679	0.308	0.871
8	0.471	0.625	0.543	0.710	0.333	0.888
9	0.500	0.654	0.574	0.735	0.357	0.900
10	0.526	0.679	0.601	0.757	0.379	0.910
15	0.625	0.763	0.697	0.827	0.471	0.940
20	0.690	0.813	0.756	0.866	0.538	0.955
100	0.917	0.957	0.940	0.971	0.849	0.991

seen asti. Modifioidulla (1.4) Sainte Laguë -menetelmällä vastaava määrä on 6 ehdokasta ja kynnyksettömällä 4 ehdokasta. Vastaava luku tanskalaisella menetelmällä on 3 ja Imperial-menetelmällä lähes 20. Tulokset luonnollisesti vaihtelevat puolueiden lukumäärän muuttuessa. Edellisissä laskelmissa puolueiden lukumäärä oli kuitenkin vakio (n = 10).

Kynnyskaava v_w ja edellä saadut tulokset ovat erittäin merkittäviä pohtiessamme vaalimenetelmän »demokraattisuutta». *Onko vaalimenetelmälle sallittava se piirre, että alle 50 % äänistä saanut puolue voi voittaa suotuisissa olosuhteissa ei yksinomaan enemmistöä paikoista, vaan jopa kaikki paikat?* Joka tapauksessa kaikki tarkasteltavat suhteelliset vaalimenetelmät — yksinkertaista kvoottia lukuun ottamatta — toteuttavat tämän paradoksaalisen tuloksen!

Kuviosta 1 kannattaa lisäksi panna merkille, että jakaja 1.4 modifioidussa Sainte Laguë-menetelmässä sijoittaa sen kynnyksettömän Sainte Laguën ja d'Hondtin välille. Etäisyys molemmista edellä mainituista menetelmistä riippuu kynnyksen suuruudesta.

Taulukossa 5 on esitetty puolueen ensimmäisen paikan kynnys vastaavissa olosuhteissa kuin edellä. On luonnollista, että tulokset ovat käänteisiä taulukon 4 tuloksille: mitä suurempi ääniosuus vaaditaan kaikkien paikkojen voittamiseen, sitä pienempi täytyy olla ensimmäisen paikan voittamiseen tarvittava ääniosuus, koska puolueiden lukumäärä ko. tilanteessa on vakio.

Tuloksia on havainnollistettu kuviossa 2, mistä todetaan, että korkein ensimmäisen paikan voittamisen kynnys on Imperial-menetelmällä ja pienin kvoottimenetelmällä. Modifioitu (1.4) Sainte Laguë sijoittuu jälleen kynnyksettömän

Taulukko 5. Ensimmäisen paikan kynnys (v_r) eri lukusarjavaalimenetelmillä ($n = 10$)

m	d'Hondt	St. L.	mod. (1.4) St. L.	tanskal. menet.	Imperial	yksink. kvootti
1	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
2	0.091	0.083	0.090	0.077	0.095	0.050
3	0.083	0.071	0.080	0.063	0.091	0.033
4	0.077	0.063	0.071	0.053	0.087	0.025
5	0.071	0.056	0.065	0.045	0.083	0.020
6	0.067	0.050	0.059	0.040	0.080	0.017
7	0.063	0.046	0.055	0.036	0.077	0.014
8	0.059	0.042	0.051	0.032	0.074	0.013
9	0.056	0.039	0.047	0.029	0.072	0.011
10	0.053	0.036	0.044	0.027	0.069	0.010
15	0.042	0.026	0.034	0.019	0.059	0.007
20	0.035	0.021	0.027	0.015	0.051	0.005
100	0.009	0.005	0.007	0.003	0.017	0.001

Sainte Laguën ja d'Hondtin väliin. Kuviosta 2 havaitaan (sama havainto voidaan tehdä kuviosta 1), että lukusarjamenetelmät eroavat huomattavasti kvoottimenetelmistä.

Taulukon 5 tuloksista kannattaa huomata se, että jos vaalipiirissä on vain yksi paikka, niin paikan saavuttamiseen tarvittava minimiääniosuus riippuu ainoastaan puolueiden lukumäärästä. Taulukosta 5 nähdään lisäksi suoraan vaalipiirin sisäiset »äänikynnykset». Valtiosääntökomitean ehdotuksissa on esitetty valtakunnallista 4 % kynnystä. Jos oletetaan puolueiden äänimäärän jakautuvan tasaisesti yli koko maan, olisi tällaisilla puolueilla jo nykyisessä järjestelmässä vaikeuksia saada edustajia, koska d'Hondtilla vasta yli 15 paikkaa käsittävissä vaalipiireissä on ensimmäisen paikan saavuttamiseen tarvittava ääniosuus 4 %. On muistettava, että maassamme sallittavat vaaliliitot olennaisesti parantavat pienten puolueiden asemaa. Äänikynnys olisi luonnollisesti pienin kvoottimenetelmässä; jo kolmen edustajan vaalipiirissä kynnys on alle 4 %.

4. Lukusarjamenetelmien maksimivääristymä

Loosemore ja Hanby[11] mittasivat vaalimenetelmien maksimivääristymää seuraavalla kaavalla:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} |v_i - s_i|$$

Maksimivääristymä voidaan heidän mukaansa määrittää ehdosta, jonka mukaan yksi puolue voittaa minimiäänimäärällä kaikki paikat kun taas muut puolueet (n — 1) saavat yhtä suuren äänimäärän, joka ei kuitenkaan oikeuta paikkaan.[12]

Käyttämällä edellä olevia kynnyskaavoja v_w ja v_r voidaan maksimivääristymälle esittää seuraava *yleinen* lauseke:

$$D = \frac{1}{2} [(1 - v_w) + (n - 1)(v_r - 0)]$$

Sijoittamalla v_w:n ja v_r:n tilalle lausekkeet (1) ja (2) saadaan lukusarjamenetelmille maksimivääristymäksi:

$$D = \frac{1}{2} [(1 - \frac{am - b}{am - b + k(n - 1)}) + (n - 1)\frac{k}{am - b + k(n - 1)}]$$

$$H \rightarrow D = \frac{k(n - 1)}{am - b + k(n - 1)} \tag{3}$$

Sijoittamalla kaavaan (3) taulukoissa 2 ja 3 olevat v_w:n ja v_r:n kaavat saadaan yksityisille lukusarjavaalimenetelmille taulukossa 6 esitetyt maksimivääristymät.

Taulukko 6. Maksimivääristymälausekkeet eri lukusarjavaalimenetelmille

vaalimenetelmä	yleinen muoto	ens. jakaja kuten taulukossa 1
d'Hondt	$D = \frac{k(n-1)}{m + k(n-1)}$	$D = \frac{n-1}{m+n-1}$
Sainte Laguë	$D = \frac{k(n-1)}{2m - 1 + k(n-1)}$	$D = \frac{n-1}{2m+n-2}$
Mod. (1.4) St. L.	$D = \frac{1.4(n-1)}{2m - 1 + 1.4(n-1)}$	—
tanskalainen menetelmä	$D = \frac{k(n-1)}{3m - 2 + k(n-1)}$	$D = \frac{n-1}{3m+n-3}$
Imperial	$D = \frac{k(n-1)}{m + 1 + k(n-1)}$	$D = \frac{n-1}{\frac{m}{2} + n - \frac{1}{2}}$

Taulukkoon 7 on laskettu muutamia maksimivääristymien arvoja taulukossa 6 esitettyjen kaavojen avulla. Tuloksista havaitaan, että lukusarjavaalimenetelmien suhteellisuusjärjestys on seuraava:

Taulukko 7. Maksimivääristymä eri vaalimenetelmillä, kun n = 10 ja m saa arvot 5, 10, 15 ja 20

	valittavien ehdokkaiden lukum. (m)			
	5	10	15	20
d'Hondt	0.643	0.474	0.375	0.310
Sainte Laguë	0.500	0.321	0.237	0.188
Mod. Sainte Laguë	0.583	0.399	0.303	0.244
tanskal. menetelmä	0.409	0.243	0.173	0.134
Imperial	0.750	0.621	0.529	0.462

1.0 tanskalainen menetelmä
1.2—1.4 Sainte Laguë
1.4—1.8 Mod. Sainte Laguë
1.6—2.3 d'Hondt
1.8—3.5 Imperial

suhteellisuus pienenee

Vaalimenetelmien viereen on lisäksi merkitty tarkasteltavien vaalimenetelmien maksimivääristymisen suhde tanskalaisen menetelmän maksimivääristymään. (Ensimmäinen luku on laskettu tapauksesta, jossa m = 5 ja toinen luku tapauksesta, jossa m = 20). Edellä mainittuja lukusarjavaalimenetelmiä huomattavasti suhteellisempi on kvootti, jonka maksimivääristymän suhde tanskalaisen menetelmän maksimivääristymään olisi ainoastaan 0.44 (m = 5) — 0.34 (m = 20).

Maksimivääristymälausekkeiden avulla voidaan tutkia myös teoreettisesti vaalimenetelmien suhteellisuusjärjestystä. Mikä on muiden vaalimenetelmien suhde Suomessa sovellettavaan d'Hondt-systeemiin? Tämä saadaan selville tarkastelemalla eri vaalimenetelmien maksimivääristymän suhdetta d'Hondtin maksimivääristymään.

Esim. Sainte Laguën ja d'Hondtin suhteeksi saadaan:

$$\frac{D\,(\text{St. L.})}{D\,(\text{d'H.})} = \frac{(n-1)(m+n-1)}{(2m+n-2)(n-1)} = \frac{m+n-1}{2m+n-2}$$

Sama tulos saadaan myös v_r-kaavojen perusteella. Tämä onkin luonnollista, sillä maksimivääristymän lauseke on saatu juuri v_r-kynnysten avulla:

$$\frac{v_r\,(\text{St. L.})}{v_r\,(\text{d'H.})} = \frac{1 \cdot (m+n-1)}{(2m+n-2) \cdot 1} = \frac{m+n-1}{2m+n-2}$$

Tuloksesta havaitaan, että Sainte Laguë on suhteellisempi vaalimenetelmä kuin d'Hondt, koska mainittujen vaalimenetelmien maksimivääristymien suhde on 0.50—1.00. Mikäli jaettavia paikkoja on vaalipiirissä yksi, on puolueiden lukumäärästä riippumatta molempien vaalimenetelmien antama tulos sama, koska tässä tapauksessa

$$\frac{m + n - 1}{2m + n - 2} = \frac{n}{n} = 1$$

Jos taas jaettavia paikkoja on erittäin runsaasti ja kilpailevia puolueita vähän, jolloin siis $m \gg n$, on vaalimenetelmien suhde

$$\frac{m + n - 1}{2m + n - 2} \approx \frac{m}{2m} = 0.5$$

Tuloksista voidaan tehdä se päätelmä, että Sainte Laguë on monipuoluejärjestelmässä aina suhteellisempi vaalimenetelmä kuin d'Hondt ja laskettu maksimivääristymä on aina vähintään 50 % d'Hondtin maksimivääristymästä.

Modifioidun Sainte Laguën ja d'Hondtin väliseksi suhteeksi saadaan

$$\frac{D\,(\text{M. St. L.})}{D\,(\text{d'H.})} = \frac{1.4\,(n-1)\,(m+n-1)}{(2m-1+1.4\,(n-1))\,(n-1)} = \frac{1.4\,(m+n-1)}{2m-1+1.4\,(n-1)}$$

Vastaavalla tavalla kuin kynnyksettömän Sainte Laguën kohdalla on paikkojen lukumäärän ollessa 1 vaalimenetelmien suhde 1.0 (tässä tapauksessa käytettävä kynnyksettömän Sainte Laguën kaavaa). Mikäli jaettavia paikkoja on runsaasti, on vaalimenetelmien suhde

$$\frac{1.4\,(m+n-1)}{2m-1+1.4\,(n-1)} \approx \frac{1.4\,m}{2m} \approx 0.7$$

Sulkuluvun ottaminen Sainte Laguë -menetelmään tekee siitä huomattavasti epäsuhteellisemman.

Tanskalaisen menetelmän suhde d'Hondtiin on

$$\frac{D\,(\text{tansk.})}{D\,(\text{d'H.})} = \frac{m+n-1}{3m+n-3}$$

Tuloksesta nähdään, että tanskalainen menetelmä on noin 0.3—1.0 d'Hondtin antamasta maksimivääristymästä.

Vastaavasti Imperial-menetelmällä

$$\frac{D\,(\text{Imper.})}{D\,(\text{d'H.})} = \frac{m+n-1}{\frac{m}{2}+n-\frac{1}{2}}$$

Imperial-menetelmä on epäsuhteellisempi kuin d'Hondt, maksimivääristymien suhde on lukuvälillä 2.0—1.0.

5. Maksimivääristymä ja sulkuluku: Sainte Laguë-menetelmän soveltamiseen liittyviä ongelmia

Sovellettaessa eri lukusarjoihin perustuvia vaalimenetelmiä on ainoastaan Sainte Laguë-menetelmässä otettu käyttöön sulkuluku, ts. lukusarjan ensimmäistä jakajaa on muutettu ykkösestä tiettyjen tavoitteiden saavuttamiseksi. Sainte Laguë -menetelmän kohdalla on Norjassa, Tanskassa ja Ruotsissa päädytty sulkulukuun 1.4 puoluekentän fragmentoitumisen vähentämiseksi. Onko juuri 1.4 teoreettisesti perusteltu valinta? Probleemaa voidaan selvittää analysoimalla maksimivääristymän riippuvuutta Sainte Laguë -menetelmässä sulkuluvusta k.

Taulukossa 8 on esitetty maksimivääristymä (D) sulkuluvun (k) ja jaettavien paikkojen (m) funktiona. Tuloksia on havainnollistettu piirtämällä saadut arvot graafisesti kuvioon 3. Tuloksista havaitaan, että mitä pienempi on ensimmäinen jakaja, sitä pienempi on myös maksimivääristymä. Edelleen havaitaan, että mitä enemmän paikkoja jaetaan, sitä pienempi on maksimivääristymä. Laskelmissa on puolueiden lukumäärä (n) pidetty vakiona (n = 10).

Saaduista tuloksista on vaikea ymmärtää, miksi juuri 1.4-kynnysluku on otettu käyttöön. Teoreettista perustetta tälle valinnalle ei nähdäkseni ole; maksimivääristymässä ei tapahdu olennaisia muutoksia k:n arvon 1.4 läheisyydessä. Yhtä perustellusti Pohjoismaissa olisi voitu päätyä kynnykseen 1.3 tai 1.5.

Taulukko 8. Maksimivääristymä (D) Sainte Laguë -menetelmällä k:n ja m:n funktiona (n = 10)

k	m = 5	m = 10	m = 15	m = 20	m = 25
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.091	0.045	0.030	0.023	0.018
0.2	0.167	0.087	0.058	0.044	0.035
0.3	0.231	0.124	0.085	0.065	0.052
0.4	0.286	0.159	0.110	0.085	0.068
0.5	0.333	0.191	0.134	0.103	0.084
0.6	0.375	0.221	0.157	0.122	0.099
0.7	0.412	0.249	0.178	0.139	0.114
0.8	0.444	0.275	0.199	0.156	0.128
0.9	0.474	0.299	0.218	0.172	0.142
1.0	0.500	0.321	0.237	0.188	0.155
1.1	0.524	0.343	0.254	0.202	0.168
1.2	0.545	0.362	0.271	0.217	0.181
1.3	0.565	0.381	0.287	0.231	0.193
1.4	0.583	0.399	0.303	0.244	0.205
1.5	0.600	0.415	0.318	0.257	0.216
1.6	0.615	0.431	0.332	0.270	0.227
1.7	0.630	0.446	0.345	0.282	0.238
1.8	0.643	0.460	0.358	0.293	0.248
1.9	0.655	0.474	0.371	0.305	0.259
2.0	0.667	0.486	0.383	0.316	0.269

Jos maassamme harkitaan siirtymistä muiden Pohjoismaiden tavoin Sainte Laguë -järjestelmään, tulisi sulkuluku harkita tässä yhteydessä erikseen. Tämä mm. siksi, että vaalipiirien koko vaikuttaa sulkuluvun merkitykseen ja »tehoon» huomattavasti ja tässä suhteessahan Pohjoismaat poikkeavat toisistaan huomattavasti. Edelleen sulkuluvun merkitys riippuu puolueiden lukumäärästä, joka myös tulisi ottaa huomioon.

Kuinka korkea pitäisi Sainte Laguën kynnysluku olla, jotta menetelmä olisi yhtä epäsuhteellinen kuin d'Hondt? Tämä saadaan selville kirjoittamalla mainittujen vaalimenetelmien maksimivääristymälausekkeet yhtä suuriksi ja ratkaisemalla tästä k:

$$\frac{k(n-1)}{2m-1+k(n-1)} = \frac{n-1}{m+n-1}$$

josta ratkaistuna

$$k = \frac{2mn-2m-n+1}{m(n-1)} = \frac{n(2m-1)-(2m-1)}{m(n-1)} =$$

$$\frac{(2m-1)(n-1)}{m(n-1)} = \frac{2m-1}{m}$$

oletetaan, että $n = 10$. k saa m:n funktiona seuraavia arvoja:

m	k	m	k
1	1.00	10	1.90
2	1.50	15	1.93
3	1.67	20	1.95
4	1.75	25	1.96
5	1.80	100	1.99

Jo aikaisemmin todettiin, että mod. (1.4) Sainte Laguë oli suhteellisempi kuin d'Hondt. Tämän vuoksi kynnyksen täytyy luonnollisesti olla > 1.4, jotta mainittujen vaalimenetelmien maksimivääristymät olisivat yhtä suuria (yhden paikan vaalipiirejä lukuun ottamatta). Valittavien ehdokkaiden lukumäärän (m) kasvaessa myös k kasvaa; raja-arvo on 2.00. Merkittävä tulos on se, että sulkuluku ei lainkaan tarkasteltavissa tapauksissa riipu puolueiden lukumäärästä.

Edellinen kysymyksen asettelu voidaan kääntää myös päinvastaiseksi: kuinka matala pitäisi sulkuluvun olla d'Hondtissa, jotta se vastaisi Sainte Laguë -menetelmää. Tämä voidaan ratkaista yhtälöstä

$$\frac{k(n-1)}{m+k(n-1)} = \frac{n-1}{2m+n-2}$$

josta

$$k = \frac{m}{2m-1}$$

ts. saadaan edellä olevalle analyysille käänteiset tulokset. d'Hondtin kynnyksen pitäisi täten olla 0.5 (raja-arvo), jotta se olisi yhtä suhteellinen kuin Sainte Laguë.

Mikäli d'Hondtin kynnystä verrattaisiin modifioituun (1.4) Sainte Laguëen, saataisiin sulkuluku seuraavasta yhtälöstä:

$$\frac{k\,(n-1)}{m + k\,(n-1)} = \frac{1.4\,(n-1)}{2\,m - 1 + 1.4\,(n-1)}$$

josta

$$k = \frac{1.4\,m}{2\,m-1}$$

d'Hondtin kynnyksen pitäisi olla n. 0.7, jotta menetelmä olisi yhtä suhteellinen kuin muiden Pohjoismaiden menetelmät. Mikäli maassamme harkittaisiin vaalimenetelmän suhteellistamista, olisi ykköstä pienemmän kynnysluvun ottaminen d'Hondtiin harkittavan arvoinen vaihtoehto. Näin päästäisiin suhteellisuuden tasolla samaan päämäärään kuin muissa Pohjoismaissa vaalimenetelmää muuttamatta. Päinvastaiseen päämäärään — fragmentaation vähentämiseen — päästäisiin ottamalla d'Hondtiin ykköstä suurempi kynnysluku. Näin ensimmäisen paikan saaminen vaikeutuisi nykyiseen järjestelmään verrattuna. Samalla vältyttäisiin prosenttiäänikynnyksen käyttöönotosta.

6. Lopuksi

Matemaattinen politologia on ehkä vahvimmin osoittanut voimansa eri vaalimenetelmien rajaehtojen analyysissä. Tavallisin argumentti formalisointia vastaan on aina ollut, että formaalinen esitystapa perustuu »todellisuudelle» vieraisiin esioletuksiin. Näin ei ole laita vaalimenetelmien teoreettisessa analyysissä: todellinen äänestystulosten muuttaminen eduskuntapaikoiksi tapahtuu matemaattisesti määriteltävissä rajoissa.

Kiinnostus eri vaalimenetelmien teoreettisiin ominaisuuksiin on sinänsä lisä politiikan teorianmuodostukselle. Mutta ei sovi unohtaa, että näin saadut tulokset olisi otettava huomioon myös muussa politiikan tutkimuksessa. Esim. äänestyskäyttäytymisen tutkiminen *sinänsä* on saatujen tulosten valossa täysin riittämätöntä, koska vaalien lopputulokseen saattavat vaikuttaa käytetyn vaalimenetelmän matemaattiset ominaisuudet lähes yhtä paljon kuin kansalaisten valinnat! Vaalimenetelmien matemaattisten ominaisuuksien tunteminen mahdollistaa myös vaaliliittoutumisen teorian luomisen, ts. miten maksimoida paikkamäärä vaalipiirissä mahdollisimman pienillä äänikustannuksilla edullisilla vaaliliitoilla. Tällainen analyysi on nyt seuraava looginen askel, kun eksaktit kynnyskaavat on ratkaistu.

On selvää, että vaalimenetelmien ominaisuuksien selvittämisellä on myös monia *käytännön* tason seuraamuksia. Suomessa tällaisten tulosten arvoa ei juuri ymmärretä, vaikka maassamme toisaalta valtiosääntöä uudistettaessa olisi syytä olla myös tässä mielessä avarakatseisia. Poliittisia päätöksentekijöitä ja akateemista lukijakuntaa — myös politologeja — tuntuu tyydyttävän enemmän valtiosääntöjuristien kannanotot. Kaikki kunnia näiden kannanottojen laajuudelle — useita kymmeniä sivuja — mutta voi vain kysyä, mitä konkreettisia ehdotuksia ne sisältävät ja toisaalta, kuinka hyvin nämä kannanotot ovat perusteltuja.

Tässä artikkelissa on laajennettu aikaisempaa suhteellisten vaalimenetelmien teoreettista analyysiä lukusarjamenetelmien osalta. Seuraavassa luettelonomaisesti käytännön soveltamisen kannalta tärkeimmät tulokset:

1. Mitä nopeammin lukusarja kasvaa, sitä suhteellisempi vaalimenetelmä on (ts. vakio a mahdollisimman suuri ja vakioiden a ja b erotus mahdollisimman pieni).

2. Kohdasta 1. seuraa, että lukusarjoihin perustuvien vaalimenetelmien suhteellisuusjärjestys on seuraava: tanskalainen menetelmä, Sainte Laguë, mod. Sainte Laguë, d'Hondt ja Imperial.

3. Ykköstä suurempi sulkuluku (lukusarjan ensimmäinen jakaja) epäsuhteellistaa vaalimenetelmää, ykköstä pienemmällä sulkuluvulla on päinvastainen vaikutus.

4. Prosenttiäänikynnys voidaan korvata nostamalla lukusarjan sulkulukua ykköstä suuremmaksi (esim. d'Hondt).

5. d'Hondt-menetelmä on yhtä suhteellinen kuin Sainte Laguë, jos sulkuluku olisi 0.5 (ykkösen sijasta) ja yhtä suhteellinen kuin mod. (1.4) Sainte Laguë, jos sulkuluku olisi 0.7.

6. Lukusarjavaalimenetelmiä sovellettaessa saattaa yksi puolue suotuisissa olosuhteissa voittaa vaalipiirin kaikki paikat, vaikka sen ääniosuus on alle 50 %.

VIITTEET

1 John Stuart Mill, *Considerations on Representative Government,* London 1890 ja Walter Bagehot, *The English Constitution,* New Work 1877.

2 E. E. Schattschneider, *Party Government,* New York 1942, V. O. Key Jr., *Politics, Parties and Pressure Groups,* New York 1964, Leslie Lipson, »The Two-Party System in British Politics», *American Political Science Review* 47/1953, 337—58, Maurice Duverger, *Political Parties,* New York 1954, George van den Bergh, *Unity in Diversity: A Systematic Critical Analysis of All Electoral Systems,* London 1956, Giovanni Sartori, *Democratic Theory,* New York 1965, James Hogan, *Elections and Representation,* Cork 1945.

[3] Douglas W. Rae, *The Political Consequences of Electoral Laws,* New Haven and London 1967.

[4] Douglas W. Rae & Victor Hanby and John Loosemore, »Thresholds of Representation and Thresholds of Exclusion: An Analytic Note on Electoral Systems», *Comparative Political Studies* 3/1971, s. 479—488.

[5] John Loosemore and Victor Hanby, »The Theoretical Limits of Maximum Distortion: Some Analytic Expressions for Electoral Systems», *British Journal of Political Science* 1/1971, s. 467—477.

[6] Arend Lijphart and Robert W. Gibberd, »Thresholds and Payoffs in List Systems of Proportional Representation», *European Journal of Political Research,* 3/1977. Kiitän prof. Lijphartia hänen luovutettuaan käsikirjoituksen käyttööni ennen sen julkaisemista.

[7] Suomessa aikaisemmin tehdyistä selvityksistä mainittakoon Antti Jaakkolan tutkimus *Suomen eduskuntavaalien suhteellisuus 1945—1972,* Jyväskylän yliopisto, Yhteiskuntatieteen laitoksen julkaisuja n:o 24/1975. Jaakkola on laskenut vuoden 1972 vaalitulosten mukaan eri vaalimenetelmillä maksimivääristymän vaalipiireittäin. Valitettavasti vain d'Hondtin kohdalla ilman vaaliliittoja on päädytty oikeisiin tuloksiin. Muiden vaalimenetelmien yhteydessä on vaaliliittoyhteistyö sallittu ja tämän vuoksi teoreettisia kaavoja ei voi näissä tapauksissa suoraan soveltaa. Droopin kvootin kohdalla tehdyt virheet ovat kumuloituneet. Ensinnäkin yksinkertaisen kvootin kaavaa ei luonnollisestikaan voida toisenlaiseen kvoottiin soveltaa. Toiseksi vaaliliittoyhteistyö pitäisi ottaa teoreettisissa laskelmissa huomioon (kaavassa oleva puolueiden lukumäärä kuuluisi tässä tapauksessa korvata vaaliliittojen lukumäärällä). Edellä luetellut virheet ovat aiheuttaneet sen, että saatu empiirinen maksimivääristymä on maksimaalista teoreettista vääristymää *suurempi* useassa tapauksessa! Ts. indeksille on empiirisessä sovellutuksessa saatu arvoja, joiden pitäisi teoreettisestikin olla mahdottomia!

[8] Bernhard Raschauer, »Überproportionale Vertretung in Verhältniswahlrectssystemen», *Österreichische Zeitschrift für öffentliches Recht* 22/1971, s. 136—137.

[9] Tarkasteltaviksi vaalimenetelmiksi on valittu Raschauerin mt. artikkelissaan esittämät vaalimenetelmät.

[10] Yksinkertaiselle kvootille $v_w = \frac{m-1}{m} + \frac{1}{mn}$ ja $v_r = \frac{1}{mn}$

[11] Loosemore and Hanby mt., s. 469.

[12] Loosemore and Hanby mt., s. 470.