E PLURIBUS UNUM: ÄÄNESTYSMENETTELYN VALINNAN ONGELMIA

Hannu Nurmi

ABSTRACT

E Pluribus Unum: on the Problems of Choosing a Coting Procedure

Thirteen voting procedures are compared with respect to nine criteria. The binary procedures discussed are the parliamentary voting procedure (or pairwise comparison with the simple majority rule), Copeland's and Schwartz' methods as well as the maximin method. The one-stage methods dealt with are: the plurality principle, Borda count and approval voting. The following multistage non-binary methods are investigated: Black's, Nanson's, Hare's and Coombs' methods along with the plurality runoff procedure. The criteria of comparison are: Condorcet's two criteria (winner and loser), monotonicity, Pareto, weak axiom of revealed preference, path independence, consistency as well as two implementation criteria: simplicity and easiness. It transpires that the performance of the most commonly used procedures — the parliamentary voting procedure, the plurality principle and the plurality runoff — is singularly unimpressive: if we assume that the voters are capable of producing a strict ordering of the alternatives, each of these methods is dominated by at least one of the other procedures. Not all are dominated by the same procedure, though. On the other hand, the approval voting fares rather well on all counts except on Condorcet's criteria.

1. Johdanto

Markiisi *de Condorcet'sta* ja *Jean Charles de Bordasta* lähtevä kaksisatavuotinen — tosin kaikkea muuta kuin yhtäjaksoinen — tutkimustraditio on tuottanut tuloksia, jotka osoittavat yleisesti käyttämiemme kollektiivisten päätöksentekomenettelyjen olevan tietyissä tilanteissa vaikeasti perusteltavissa pyrittäessä muodostamaan kollektiivisesti sitovia päätöksiä yksilöllisistä preferensseistä lähtien.[1] Condorcet-efektin tai Condorcet-paradoksin nimellä kulkeva ilmiö on yleisesti tunnettu ns. parlamentaariseen äänestysmenettelyyn liittyvä ongelma. Bordan nimeä kantava paradoksi taas on vähemmän tunnettu, mutta sekin yleisesti käytössä olevaan päätöksentekomenettelyyn, nimittäin pluraliteetti-periaatteeseen, liittyvä.[2] Kumpikin näistä paradokseista on riittävän dramaattinen heittämään varjon mainittujen menettelyjen ylle, ellei olla vakuuttuneita siitä, että tilanteet, joissa nämä paradoksaaliset piirteet tulevat esille, ovat äärimmäisen harvinaisia. Tässä artikkelissa luodaan katsaus äänestysmenettelyihin, joita alan kirjallisuudessa on kehitelty. Pyrkimyksenä on syntetisoida äänestysmenettelyjen arviointeja, joita on suoritettu erilaisin kriteerein.

Kautta linjan tulemme tarkastelemaan kiinteää äänestäjäjoukkoa $N = \{1, \ldots, n\}$. Jos erikseen ei toisin mainita tarkastelemamme vaihtoehtojen joukkokin on äärellinen ja kiinteä. Merkitsemme sitä X:llä, $X = \{x_1, \ldots, x_k\}$. Tulemme myös olettamaan yleensä, että kullakin yksilöllä i on täydellinen, transitiivinen ja irrefleksiivinen preferenssirelaatio P_i yli vaihtoehtojen joukon.[3] Toisin sanoen, jokaiselle vaihtoehtoparille x_j, x_t ($\in X$) on voimassa joko $x_j P_i x_t$ tai $x_t P_i x_j$ (täydellisyys). Edelleen jokaiselle vaihtoehtokolmikolle x_j, x_s, x_t ($\in X$) jos $x_j P_i x_s$ ja $x_s P_i x_t$, niin myös $x_j P_i x_t$ (transitiivisuus). Irrefleksiivisyys taas vaatii, että kaikista vaihtoehdoista x_j ($\in X$) on voimassa, että ei: $x_j P_i x_j$. Äänestysmenettelyt ovat tyypillisesti sosiaalisen valinnan suorittamismenetelmiä. Sosiaaliseksi valintafunktioksi nimitetään sääntöä, joka liittää jokaiseen yksilöllisten preferenssien ja vaihtoehtojen osajoukon yhdelmään tietyn vaihtoehtojoukon. Formaalisesti $F : P_1 x \ldots x P_n x Y \rightarrow Z$, missä $Z \subseteq Y \subseteq X$ ja F on sosiaalinen valintafunktio. Sosiaalinen valintafunktio siis ilmaisee minkä hyvänsä vaihtoehtojen osajoukon ja vahvojen preferenssien yhdelmän kohdalla, mitkä ovat »parhaat» vaihtoehdot.

Äänestysmenettelyt ovat siis sosiaalisen valinnan suorittamismenettelyjä. On korostettava, että sosiaalisia valintafunktioita on toki muitakin. Tulemme kuitenkin keskittymään vain äänestysmenettelyihin. Tulemme karakterisoimaan eri äänestysmenettelyjä niiden sosiaalisten valintafunktioiden ominaisuuksilla, joiden »realisointeina» äänestysmenettelyjä voidaan pitää. Kyseessä on selvästi ongelman prosessointi, jossa varsinaisen äänestysmenettelyn lopputulokseen vaikuttamattomat seikat täysin sivuutetaan.

Sosiaalisen valintafunktion määrittelyssä ei näyttele mitään osaa se, onko sen realisoiva äänestysmenettely vaihtoehtojen parittaisiin vertailuihin perustuva ja siten useamman kuin kahden vaihtoehdon tapauksessa monivaiheinen menettely vai onko kyseessä kaikkien vaihtoehtojen yhtäaikaiseen tarkasteluun pohjautuva menettely. Tulemme seuraavassa kuitenkin erottelemaan nämä äänestysmenettelytyypit erikseen siten, että tarkastelen ensin parivertailumenettelyjä, joista käytetään tässä nimitystä binaariset menetelmät.

2. Binaariset menetelmät

2.1. Parlamentaarinen äänestysmenettely

»Eduskunnassa eli siis ns. parlamentaarisessa äänestyksessä pannaan aina kaksi ehdotusta vastakkain niin että jokainen voi äänestää joko »jaa» tai »ei». Jos samassa asiassa on tehty useampia ehdotuksia suoritetaan toinen äänestys, jossa voittanut ehdotus asetetaan samalla tavalla vastakkain kolmannen ehdotuksen kanssa ja tässä äänestyksessä voittanut tarvittaessa taas vuorostaan neljättä vastaan jne. kunnes kaikista ehdotuksista on äänestetty».[4] Tässä menettelyssä viimeiseksi suoritetun parivertailun voittaja julistetaan koko vaihtoehtojoukon parhaaksi.

Tämän menettelyn ilmeisenä taustaoletuksena on käsitys sosiaalisen preferenssin transitiivisuudesta: jos yksilöjen preferenssejä karakterisoi transitiivisuus, niin näin on laita sosiaalisten preferenssien kohdalla. Condorcet-efekti on kuitenkin vastaesimerkki, joka osoittaa tämän oletuksen vääräksi. On syytä huomata, että parlamentaarisessa äänestysmenettelyssä suoritetaan k—1 äänestystä, jos vaihtoehtojen lukumäärä on k. Jos oletamme, että äänestäminen tapahtuu todellisten preferenssien mukaisesti, olisi olemassa periaatteessa helppo tapa todeta, esiintyykö Condorcet-efekti tarkasteltavassa tapauksessa, nimittäin suorittaa tarvittava määrä lisä-äänestyksiä, joissa parlamentaarisen äänestysmenettelyn voittajaksi määräämä vaihtoehto asetetaan vastakkain kaikkien niiden vaihtoehtojen kanssa, joihin sitä ei vielä ole vertailtu. Jos se häviää yhdenkin näistä vertailuista, on Condorcet-efekti esiintynyt tarkasteltavassa tilanteessa.

Parlamentaarinen äänestysmenettely kuitenkin tehokkaasti eliminoi mahdollisuuden todeta jälkikäteen varmuudella, onko Condorcet-efekti esiintynyt. On toki eräs erikoistapaus, jonka yhteydessä voidaan varmuudella sanoa, ettei efekti esiinny, nimittäin se, että parlamentaarisen äänestysmenettelyn voittajaksi spesifioima vaihtoehto on mukana jo ensimmäisessä parivertailussa. Tällöinhän se voittaa kaikki mahdolliset vastustajansa aktuaalisesti suoritetuissa parivertailuissa. Vaihtoehto, joka voittaisi kaikki vastustajansa parivertailuissa, on Condorcet-voittaja. Parlamentaarisen äänestysmenettelyn hyvänä puolena voidaan pitää sitä, että se takaa Condorcet-voittajan valituksi tulemisen (jos äänestäminen on todellisten preferenssien mukaista kaikilla yksilöillä), milloin Condorcet-voittaja on olemassa.

Parlamentaarisessa äänestysmenettelyssä parivertailujen voittaja määräytyy enemmistöperiaatteen mukaisesti (so. sen mukaan, kumpi vertailtavista vaihtoehdoista saa enemmän annetuista äänistä). Viimeaikainen tutkimus osoittaa, että milloin $X = R^m$ $(m > 1)$, ts. milloin X on m-ulotteinen euklidinen reaaliavaruus ja siis vaihtoehtojen lukumäärä on ylinumeroituvasti ääretön, parlamentaarinen äänestysmenettely on hyvin mielivaltainen — itse asiassa täysin kaoottinen — menettely verraten lievien lisäehtojen ollessa täytetyt.[5] Nämä lisäehdot ovat seuraavat: 1) äänestäjien preferensseillä on jatkuva utiliteettiesitys, ts. kullekin äänestäjistä on olemassa jatkuva utiliteettifunktio, joka esittää hänen preferenssiään, 2) ydin on tyhjä, ts. ei ole olemassa sellaista vaihtoehtoa x $(\in R^m)$, että mikään y $(\in R^m)$ ei sitä voittaisi parivertailussa. Näiden ehtojen vallitessa mikä hyvänsä vaihtoehto R^m:ssä voi tulla voittajaksi parlamentaarisessa äänestysmenettelyssä, jos parivertailujonoa (»äänestysesityslistaa») voidaan mielivaltaisesti manipuloida. Näin ollen se, joka määrää äänestykseen otettavista vaihtoehdoista, myös efektiivisesti määrää voittajan. Yllä mainittu ehto 2) voi tuntua rajoittavalta. On kuitenkin osoitettu, että kun $m \geq 3$, tuo ehto on yleensä voimassa.[6]

2.2. Copelandin menettely

Parlamentaarisen äänestysmenettelyn merkittävänä haittana on se, ettei menettely lainkaan erottele toisistaan tapauksia, joissa Condorcet-voittaja tulee valituksi, niistä, joissa mielivaltainen enemmistösykliin kuuluva vaihtoehto tulee voittajaksi. Kuten edellä totesin, nämä tapaukset voidaan kyllä erottaa toisistaan, jos kaikki k(k—1)/2 parivertailua suoritetaan ja jos äänestäminen tapahtuu todellisten preferenssien mukaisesti. *A. H. Copelandin* kehittämässä menettelyssä lähtötietoina ovat äänestystulokset kaikista parivertailuista.[7] Jokaista vaihtoehtoa kohti määrätään tietty tunnusluku, ko. vaihtoehdon pistemäärä. Suurimman pistemäärän saanut vaihtoehto julistetaan voittajaksi. Tässä suhteessa samantyyppisiä menettelyjä tarkastelemme vielä tuonnempana tässä esityksessä.

Copelandin menettelyssä vaihtoehdon x_j pistemäärä määrätään vähentämällä niiden vaihtoehtojen lukumäärästä, jotka x_j voittaa, niiden vaihtoehtojen lukumäärä, jotka voittavat x_j:n. Hieman formaalisemmin voimme määritellä x_j:n pistemäärän vaihtoehtojoukon X ja preferenssiyhdelmän $P = \{P_1, \ldots, P_n\}$ suhteen seuraavasti:[8]

$$s(x_j, X, P) = |\{y \in X | x_j M y\}| - |\{y \in X | y M x_j\}|,$$

missä $x_j M y$ (vastaavasti $y M x_j$) tarkoittaa, että enemmistö preferoi x_j:tä (y:tä) y:hyn (x_j:hin) nähden. Joukkojen »itseisarvo» tarkoittaa tietysti niiden elementtien lukumäärää. Copeland-valintafunktio F taas voidaan ilmaista seuraavasti:

$$F(X, P) = \{x \in X | s(x, X, P) \geq s(y, X, P), \ \forall \ y \in X\}.$$

On ilmeistä, että Copelandin menettely valitsee Condorcet-voittajan, milloin jälkimmäinen on olemassa, sillä silloinhan on olemassa yksi vaihtoehto, jolla on pistemäärä k—1, ts. k—1 voittoa eikä yhtään häviötä. Selvästi tämä on korkein mahdollinen Copeland-pistemäärä, minkä vaihtoehto voi saada, kun $|X| = k$.

2.3. Dodgsonin menettely[9]

Ydinkäsitettä voidaan pitää Condorcet'n voittokriteerin yleistyksenä: aina kun on olemassa Condorcet-voittaja, on myös olemassa ydinvaihtoehto, kun taas päinvastainen ei päde. *Dodgson*-voittaja on samantyyppinen Condorcet-kriteerin yleistys. Se perustuu Copelandin menettelyn tavoin vaihtoehtojen pistemäärävertailuun. Vaihtoehdon x_j pistemäärä Dodgsonin menettelyssä määritellään niiden preferenssimuutosten minimilukumääränä, jotka ovat tarpeen, jotta x_j olisi Condorcet-voittaja. Vaihtoehto, jonka pistemäärä on pienin, on Dodgson-voittaja.[10]

Määrittelemme $t(x_j, X, P)$:n niiden preferenssimuutosten vähimmäislukumääränä, jotka tarvitaan x_j:n tekemiseksi Condorcet-voittajaksi. Dodgson-valintafunktio F on silloin seuraava:

$$F(X, P) = \{x \in X | t(x, X, P) \leq t(y, X, P), \ \forall \ y \in X\}.$$

Selvästi Dodgsonin menettely valitsee Condorcet-voittajan, milloin sellainen löytyy. Onhan Condorcet-voittajan pistemäärä 0, jota pienemmällä muutoslukumäärällä ei mitään muuta vaihtoehtoa saada Condorcet-voittajaksi.

2.4. Schwartzin menettely

Condorcet-efektin tai yleisemmin syklisten enemmistöjen esiintyessä, ei pelkkiin parivertailujen tuloksiin nojautuen ole luontevaa nimetä mitään yksittäistä vaihtoehtoa voittajaksi, vaan intuitiivisesti tilanne päätyy tasapeliin. Tämä idea on perustana *Schwartzin* kehittämässä valintafunktiossa.[11] Määrittelemme joukon S(X, P) seuraavasti:

$$S(X,P) = \{X' \subseteq X \mid X' \neq \emptyset, \nexists x \in X - X' \text{ siten että } xMy \text{ jollekin } y\text{:lle } X'\text{:ssa ja } \forall X'' \subset X' \ \exists \ z \in X - X'' \text{ siten että } zMw \text{ jollekin } w\text{:lle } X''\text{:ssa}\}.$$

Schwartzin valintajoukko määritellään yksinkertaisesti S(X, P)-joukkojen unionina $F(X, P) = \bigcup_{X' \subseteq X} S(X, P)$.

Schwartzin menettelyn tulkinta on seuraava. S(X, P) koostuu niistä X:n osajoukoista X′, joille on voimassa (1) se, että kaikki X′:n elementit ovat parivertailumielessä vähintään yhtä hyviä kuin X—X′:n elementit, ja (2) se, että X′:t ovat pienimpiä (1):n täyttäviä osajoukkoja. Condorcet-efektin esiintyessä Schwartzin menettely valitsee siten koko enemmistösyklin. Yleensä menettely valitsee ns. huippusyklin kaikki elementit.

Huomaamme jälleen, että jos Condorcet-voittaja on olemassa, tulee se myös Schwartzin menettelyssä valituksi, onhan selvää, että Condorcet-voittaja muodostaa X′:n, joka voittaa kaikki muut X:n alkiot parivertailussa ja joka on samalla pienin mahdollinen tämän ominaisuuden omaava joukko.

2.5. Maksimin-metodi

Edellä tarkastelluissa menettelyissä ei ole lainkaan huomioitu parivertailuihin vietyjen vaihtoehtojen äänimääräerojen vaihtelua. Toisin on laita maksimin-metodissa, jonka perusperiaate voidaan hieman mielikuvitusta käyttäen historiallisesti palauttaa Condorcet'n klassiseen työhön.[12] Menettely spesifioi lähestulkoon täysin *Kramerin* minmax-joukon kanssa yhteenlankeavan valintajoukon.[13] Erona on ainoastaan se, että kun Kramerin joukkoon pyrittäessä minimoidaan vaihtoehtojen maksimaalisia oppositioita, niin maksimin-joukkoon päästään maksimoimalla minimaalinen kannattajajoukko yli parivertailujen.

Olkoot x ja y mitä hyvänsä erillisiä X:n elementtejä. Merkitään n(x, y):llä niiden henkilöiden lukumäärää, jotka pitävät x:ä y:tä parempana. Olkoon nyt

$w(x) = \min_y n(x, y)$ ja $\bar{w} = \max_x w(x) = \max_x \min_y n(x, y)$. Maksimin-joukko $W \subseteq X$ voidaan nyt määritellä seuraavasti:

$$W = \{x \in X | \min_y n(x, y) = \bar{w}\}.$$ [14]

Maksimin-metodia implementoitaessa suoritetaan siis kaikki mahdolliset vaihtoehtojen parivertailut, ja valituiksi tulevat ne vaihtoehdot, jotka pahinta kilpailijaansa vastaan menestyvät parhaiten. Näin ollen valituilla vaihtoehdoilla on korkein kannatuksen varmuuslaajuus, ts. ne takaavat korkeimman kannatuksen minimimäärän asetettiinpa ne parivertailuun minkä hyvänsä muun vaihtoehdon kanssa. Voidaan varsin helposti todeta, että myös maksimin-metodi valitsee Condorcet-voittajan, milloin jälkimmäinen on olemassa.[15]

3. Yksivaiheiset menettelyt

Edellä binaarisiksi kutsuttujen menettelyjen ohella tärkeä äänestysmenettelyjen luokka muodostuu menettelyistä, joissa äänestyksiä suoritetaan vain yksi ja joissa siis kaikki vaihtoehdot ovat yhtä aikaa tarkasteltavina. Nämä menettelyt eivät kuitenkaan kata kaikkia ei-binaarisia menettelyjä, vaan neljännessä jaksossa tarkastelemme monivaiheisia ei-binaarisia menettelyjä.

3.1. Pluraliteettimenettely

Pluraliteettimenettelyssä kukin äänestäjä antaa yhden äänen tai ei yhtään ääntä. Se vaihtoehdoista, joka on saanut enemmän ääniä kuin muut, julistetaan voittajaksi. Jos suurimman äänimäärän on saanut useampi vaihtoehto, katsotaan nämä kaikki voittajiksi.[16]

Parlamentaarisen äänestysmenettelyn ohella pluraliteettimenettely on selvä osoitus siitä, ettei menettelyn laaja levinneisyys suinkaan takaa sen ongelmattomuutta. Erityisen outoa ilmiössä on kuitenkin se, että yhtä hyvin parlamentaarisen äänestysmenettelyn kuin pluraliteettimenettelynkin ongelmista monet ovat olleet tiedossa jo parin sadan vuoden ajan. Tarkalleen kaksisataa vuotta sitten julkaistussa työssään Borda osoitti, että pluraliteettimenettely saattaa johtaa valintoihin, jotka eivät vain jätä Condorcet-voittajaa ulkopuolelle, vaan jopa saattavat sisältää Condorcet-häviäjän.[17] Condorcet-häviäjäksi kutsutaan vaihtoehtoa, joka parivertailuissa häviää kaikille muille vaihtoehdoille. Seuraava esimerkki 1 valaisee asiaa:[18] $X = \{x, y, z\}$, $|N| = 9$ ja preferenssien yhdelmä on

4 äänestäjää	3 äänestäjää	2 äänestäjää
x	y	z
y	z	y
z	x	x

Siten 4 äänestäjää preferoi x:ä y:hyn nähden ja y:tä z:an nähden. Muiden äänestäjien preferenssit luetaan vastaavasti. Pluraliteettimenettelyssä voittaa x, saahan se 4 ääntä. Voidaan kuitenkin helposti todeta, että x on Condorcet-häviäjä, sillä se häviää äänin 4—5 y:lle ja äänin 4—5 z:lle. Condorcet-voittaja on tässä esimerkissä y, joten huomaamme, ettei pluraliteettimenetelmä valitse Condorcet-voittajaa.[19]

3.2. Borda-menettely

Bordan suosittelemassa menetelmässä yksilölliset preferenssit määräävät vaihtoehtojen pistemäärän, ja eniten pisteitä saanut vaihtoehto on Borda-voittaja. Bordan alkuperäisessä työssä hahmotellaan yleistä metodia, jossa kukin äänestäjä antaa a pistettä huonoimpana pitämälleen vaihtoehdolle, a+b toiseksi huonoimmalle, a+2b kolmanneksi huonoimmalle jne.[20] Asettamalla a=0 ja b=1 saadaan nykyään yleisimmin käytetty Borda-menettelyn versio.[21]
Borda-menettely on ehkä tunnetuin positionaalinen painoitettu äänestysmenettely. Positionaalisuus viittaa siihen, että vaihtoehtojen asema äänestäjien preferenssijärjestyksissä määrää vaihtoehtojen painon. Painoitetut äänestysjärjestelmät taas suorittavat sosiaalisen valinnan vaihtoehtojen kokonaispainojen vertailun perusteella.

Borda-menettely on yksi niistä verraten harvoista äänestysmenettelyistä, jotka on aksiomatisoitu. Toisin sanoen on kyetty spesifioimaan ominaisuudet, jotka kukin ovat välttämättömiä Borda-menettelylle ja jotka lisäksi ovat yhdessä riittäviä takaamaan, että menettely, jolla on kaikki nämä ominaisuudet, on Borda-menettely, ts. sen realisoima sosiaalinen valintafunktio on sama kuin Borda-menettelyn valintafunktio.[22]

Borda-menettely ei välttämättä valitse Condorcet-voittajaa, kuten usein on korostettu.[23] Borda-menettelyn varjopuolena on myös pidetty sitä, että Borda-voittaja riippuu paitsi yksilöjen preferensseistä myös tarkasteltavien vaihtoehtojen lukumäärästä.[24]

3.3. Hyväksymisäänestys

Hyväksymisäänestys on verraten uusi tulokas äänestysmenettelyjen joukossa. Valtio-opillisen tiedeyhteisön yleiseen tietoisuuteen menettelyn toi *Bramsin* ja *Fishburnin* artikkeli.[25] Hyväksymisäänestyksen teoreettisten ominaisuuksien kartoituksessa ovat Brams ja Fishburn muutenkin tehneet päätyön.[26]

Olettakaamme, että $|X| = k$. Hyväksymisäänestyksessä jokainen äänestäjä saa antaa korkeintaan k—1 ääntä kuitenkin niin, että kullekin vaihtoehdolle hän antaa joko 0 tai 1 ääntä. Voittajaksi julistetaan se vaihtoehto, jonka saama äänimäärä on suurin. Antamalla äänen vaihtoehdolle äänestäjä siis »hyväksyy» sen.

Hyväksymisäänestyksessä ei ole välttämätöntä, että Condorcet-voittaja tulee valituksi. Sen sijaan on kylläkin aina mahdollista, että »rehellisesti» äänestävät henkilöt valitsevat Condorcet-voittajan, kun »rehellisyys» tulkitaan tietyllä tavalla. Hyväksymisäänestyksessä jokainen $S \subset X$ voidaan katsoa äänestysstrategiaksi, nimittäin sellaiseksi ohjeeksi, että henkilö äänestää S:n alkioita ja vain niitä. Äänestysstrategiaa S sanotaan rehelliseksi äänestäjän i preferenssijärjestyksen P_i suhteen täsmälleen silloin, kun siitä, että $x_m \in S$ seuraa, että $x_j \in S$ aina, kun $x_j P_i x_m$. Fishburn ja Brams ovat osoittaneet, että on olemassa sellainen rehellisten äänestysstrategiain yhdelmä, joka takaa Condorcet-voittajan valinnan.[27] Toisin sanoen rehellinen äänestäminen hyväksymisäänestyksessä ei sulje pois Condorcet-voittajan valintaa. Tämä on tietenkin oleellisesti eri asia kuin osoittaa, että menettely välttämättä valitsee Condorcet-voittajan, jos sellainen on olemassa.

Condorcet-häviäjän hyväksymisäänestys saattaa valita silloinkin, kun äänestäminen on rehellistä edellä tarkoitetussa mielessä. Esimerkki 1 osoittaa, että hyväksymisäänestyksessä Condorcet-häviäjä x tulee valituksi, jos kaikki äänestäjät »hyväksyvät» vain ensimmäisellä preferenssisijalla olevan vaihtoehdon. x tulee myös valituksi, jos jotkut 3:n tai 2:n äänestäjän ryhmistä eivät »hyväksy» edes ensimmäisellä sijalla olevaa vaihtoehtoa, vaan antavat 0 ääntä.

4. Monivaiheiset ei-binaariset menettelyt

Monivaiheisista menettelyistä useat ovat karsintamenettelyjä, joissa samaa valintafunktiota sovelletaan vaiheittain pienenevään vaihtoehtojoukkoon. On kuitenkin olemassa myös eräänlaisia hybridimenettelyjä, joissa eri vaiheissa sovelletaan eri valintafunktiota. Menettelyjen teoreettisten ominaisuuksien kannalta ei kuitenkaan ole lainkaan yhdentekevää, millä tavalla menettelyjä kytketään toisiinsa tai miten monta kertaa niitä peräjälkeen sovelletaan. Näin ollen monivaiheiset menettelyt eivät yleensä ole osavaiheiden menettelyjen »summia» missään ilmeisessä mielessä.

4.1. Blackin metodi

D. Blackin ehdottama menettely on ilmeinen yritys yhdistää Condorcet'n ja Bordan voittokriteerien hyvät puolet, so. yhtäältä Condorcet'n kriteerin mukaisen voittajan kiistattomuus, ja toisaalta Bordan kriteerin ratkaisutehokkuus siinä mielessä, että Borda-voittaja voidaan aina määrätä, kunhan yksilöiden preferenssit ovat tiedossa. Blackin metodissa kiistattomuus on leksikaalisesti ennen ratkaisutehokkuutta. Menettely valitsee Condorcet-voittajan, jos sellainen on olemassa. Muutoin valitaan Borda-voittaja.[28]

Triviaalisti voidaan todeta Blackin metodin valitsevan mahdollisen Condorcet-voittajan. Jos taas on olemassa Condorcet-häviäjä, niin selvästikään Blackin metodi ei sitä valitse, eihän Condorcet-häviäjä voi olla Condorcet-voittaja eikä myöskään Borda-voittaja.

4.2. Pluraliteettikarsinta

Pyrkimys mahdollisimman kiistattoman vaihtoehdon valintaan silloin, kun Condorcet-voittajaa ei ole, on ilmeisesti ollut motivaationa myös toiselle hybridimenettelylle, joka on Blackin metodia paljon yleisemmin käytössä erilaisissa päätöksentekotilanteissa, nimittäin pluraliteettikarsinnalle. Siinä ensimmäisellä kierroksella kukin äänestäjä saa antaa yhden äänen jollekin vaihtoehdolle. Jos jokin vaihtoehto saa enemmän kuin 50 % äänistä, se valitaan. Mikäli ensimmäisellä kierroksella ei löydy näin kiistatonta voittajaa, suoritetaan toinen äänestys kahden ensimmäisellä kierroksella eniten ääniä saaneen vaihtoehdon välillä. Tällöin selvästi, jos $|N|$ on pariton, jompikumpi toisen kierroksen vaihtoehdoista saa taakseen enemmän kuin 50 % annetuista äänistä. Se julistetaan voittajaksi. Muussa tapauksessa valitaan molemmat tai turvaudutaan satunnaismenetelmiin.

Vaikka menettelyn idea onkin mahdollisimman kiistattoman vaihtoehdon valinta, se ei välttämättä valitse Condorcet-voittajaa silloin, kun jälkimmäinen on olemassa.[29] Pluraliteettikarsinta on kylläkin sopusoinnussa Condorcet'n häviökriteerin kanssa, häviäähän mahdollinen Condorcet-häviäjä kaikille muille vaihtoehdoille parivertailussa, siis myös »toiselle kierrokselle» selvinneelle vastustajalleen. Siten menettely, jota Suomessa käytetään valitsijamieskollegion suorittamassa presidentinvaalissa, on ristiriidassa yhden Condorcet-kriteerin kanssa.

4.3. Nansonin Borda-karsintamenettely

Borda-menettelyn yhteydessä todettiin Borda-voittajan riippuvan paitsi preferensseistä myös tarkasteltavien vaihtoehtojen lukumäärästä. Samassa yhteydessä huomautettiin, ettei Borda-metodi välttämättä valitse Condorcet-voittajaa kaikissa niissä tapauksissa, joissa jälkimmäinen on olemassa. Tässä valossa on mielenkiintoista todeta, ettei *Nansonin* kehittelemällä Borda-menettelyn perättäisiin soveltamisiin perustuvalla menetelmällä ole tätä ominaisuutta, vaan se on yhteensopiva Condorcet'n voittokriteerin kanssa. Nansonin menettelyssä Borda-kriteeriä sovelletaan ensin koko X:än, josta sen jälkeen eliminoidaan huonoimman pistemäärän saanut vaihtoehto, sanokaamme x_j. Sen jälkeen Borda-pisteet lasketaan käyttäen $X-\{x_j\}$:tä vaihtoehtojoukkona ja eliminoidaan alimman pistemäärän saanut jne. kunnes vain yksi vaihtoehto tai tasapelin tapauksessa useita saman pistemäärän saavia vaihtoehtoja on jäljellä.[30]

On helppo todeta, että jos Condorcet-voittaja selviää Nansonin menettelyssä viimeiseen parivertailuun, se myös voittaa. Nansonin menettely puolestaan takaa sen, että se pääsee viimeiseen parivertailuun, sillä Condorcet-voittaja ei voi milloinkaan saada X:n pienintä Borda-pistemäärää.[31] Näin ollen se ei voi eliminoitua ennen viimeistä Borda-metodin sovellutusta. Nansonin menettely ei voi valita Condorcet-häviäjää, koska viimeistään viimeisessä vaiheessa sen saama pistemäärä on pienempi kuin sen vaihtoehdon (tai niiden vaihtoehtojen), jonka kanssa se on asetettu vertailuun.

4.4. Haren menettely

Haren kehittämän menettelyn perusidea on se, että kunkin äänestäjän parhaimpana pitämällä vaihtoehdolla tulisi olla keskeisin asema voittajaa määrättäessä. Siinä erikoistapauksessa, että enemmistö äänestäjistä asettaa saman vaihtoehdon ensimmäiseksi preferenssijärjestyksissään, olisi näin ollen luontevaa pitää tuota vaihtoehtoa voittajana. Toisin sanoen, $F(X, P) = x_k$, jos $x_k P_i x_l$,

$$\forall \; x_l \in X - \{x_k\} \text{ ja } \forall \; i \in N', \text{ missä } N' \subseteq N \text{ ja } |N'| > |N|/2.$$

Tämän erikoistapauksen kohdalla ei varmaankaan synny juuri erimielisyyttä voittajan »ilmeisyydestä». Haren menettely spesifioi kuitenkin voittajan myös muulloin. Tällöin menetellään siten, että eliminoidaan toisessa vaiheessa se vaihtoehto, jonka harvalukuisimmat äänestäjät ovat asettaneet preferensseissään ensimmäiselle sijalle. Kolmannessa vaiheessa lasketaan jäljelle jääneiden vaihtoehtojen osalta niiden äänestäjien lukumäärä, jotka ovat kunkin asettaneet ensi sijalle. Jos nyt löytyy sellainen vaihtoehto, jonka enemmistö asettaa ensimmäiselle sijalle, julistetaan se voittajaksi. Muussa tapauksessa jatketaan eliminointia, kunnes voittaja löytyy.[32]

Vaihtoehto, jonka enemmistö asettaa ensimmäiselle sijalle preferenssijärjestyksissään, on tietysti Condorcet-voittaja. Kyseessä on kuitenkin Condorcet-kriteerin täyttymisen riittävä ei-välttämätön ehto. Niinpä on tapauksia, joissa Condorcet-voittaja ei ole enemmistön mielestä ensimmäisellä sijalla preferenssijärjestyksissä. Itse asiassa on mahdollista, että Condorcet-voittajalla on vähiten ensimmäisiä sijoja preferenssijärjestyksissä.[33] Tällöin Condorcet-voittaja eliminoituu Haren menettelyssä, joten Haren menettely ei välttämättä valitse Condorcet-voittajaa. Jos on olemassa Condorcet-häviäjä, niin se ei voi tulla valituksi Haren menettelyssä, koska Hare-voittajan tulee olla Condorcet-voittaja ei-eliminoitujen vaihtoehtojen osajoukossa. Condorcet-häviäjä ei taas voi olla Condorcet-voittaja missään vaihtoehtojen osajoukossa.

4.5. Coombsin menettely

Jos Haren menettely voidaan tulkita pyrkimykseksi valita se vaihtoehto, jota enemmistö intensiivisimmin preferoi, on *Coombsin* menettely tulkittavissa sellaisten vaihtoehtojen etsinnäksi, jotka enemmistön mielestä ovat »vähiten sietämättömiä». Menettely on aivan sama kuin Haren karsinnassa. Nyt vaan eliminoidaan vaihtoehtoja sen mukaan, kuinka monta viimeistä sijaa niillä on äänestäjien preferensseissä. Voittajaksi Coombsin menettelykin julistaa vaihtoehdon, jolla on enemmän kuin $|N|/2$ ensimmäistä sijaa äänestäjien preferensseissä.

Ei ehkä ole aivan ilmeistä, ettei Coombsin menettelykään valitse aina Condorcet-voittajaa, joten tarkastelkaamme seuraavaa *Straffinin* esimerkkiä:[34]

Esimerkki 2. $|N| = 21$, $X = \{a, b, c\}$.

5 äänestäjää	4 äänestäjää	2 äänestäjää	4 äänestäjää	2 äänestäjää	4 äänestäjää
a	a	b	b	c	c
b	c	a	c	a	b
c	b	c	a	b	a

Tässä a on Condorcet-voittaja, mutta Coombsin menettelyssä se eliminoituu, koska sillä on eniten (8) viimeistä sijaa. Sama argumentti, jota käytettiin Haren menettelyn yhteydessä, riittää osoittamaan, että Coombsin menettely sulkee välttämättä pois Condorcet-häviäjän.

5. Kriteerit

Edellä esitellyt äänestysmenettelyt ovat olleet vaihtelevassa määrin analyyttisten tarkastelujen kohteena alan kirjallisuudessa. Joistakin menettelyistä tiedetään varsin paljon. Niinpä Borda-menettely sekä hyväksymisäänestys on jo aksiomatisoitu.[35] Aksiomatisointiin kuuluva välttämättömien ja riittävien ehtojen luetteleminen sille, että jokin menettely on nimenomaan aksiomatisoinnin tarkoittama menettely, sisältää tiivistetyssä muodossa kaiken tuota menettelyä koskevan teoreettisen tiedon. Seuraavassa tulemme tarkastelemaan edellä esiteltyjä menettelyjä seuraavien kriteeriryhmien valossa: 1) Condorcet-kriteerit, 2) rationaalisuuskriteerit, ja 3) implementointiin liittyvät kriteerit. Lukija, joka kaipaa »demokraattisuuskriteerejä», pankoon merkille, että muuan varsin ilmeinen demokraattisuuskriteeri, nimittäin monotonisuus, käsitellään rationaalisuuskriteerien yhteydessä. Usein demokraattisuus liitetään ei-diskriminointiin. Tältä osin menettelyt eivät toisistaan poikkea: kaikki ovat anonyymejä ja neutraaleja menetelmiä, ts. niissä ei esiinny sisäänrakennettua diskriminointia sen enempää vaihtoehtojen kuin äänestäjienkään suhteen. Eo ipso menettelyt ovat myös kaikki ei-diktatorisia.

5.1. Condorcet-kriteerit

Edellä olemme jo tarkastelleet Condorcet-voittokriteerin yhteensopivuutta eri äänestysmenettelyjen kanssa. Totesimme, että pluraliteettimenettely, Borda-menettely, hyväksymisäänestys, pluraliteettikarsinta sekä Haren ja Coombsin menettelyt ovat siinä mielessä yhteensopimattomia Condorcet'n voittokriteerin kanssa, että nuo menettelyt eivät välttämättä valitse Condorcet-voittajaa silloin, kun se on olemassa. Condorcet'n häviökriteeriä olemme lähinnä tarkastelleet monivaiheisten ei-binaaristen menettelyjen yhteydessä ja todenneet, että nämä menettelyt ovat sopusoinnussa Condorcet'n häviökriteerin kanssa, ts. Condorcet-häviäjä ei voi tulla valituksi näitä menettelyjä käytettäessä. Totesimme myös, että hyväksymisäänestys on yhteensopimaton Condorcet'n häviökriteerin kanssa. Sen sijaan muita menettelyjä emme ole vielä tarkastelleet suhteessa tähän kriteeriin.

Parlamentaarinen äänestysmenettely on selvästi yhteensopiva Condorcet'n häviökriteerin kanssa, sillä ollakseen menettelyn voittaja vaihtoehdon tulee voittaa ainakin yksi äänestys, nimittäin viimeinen. Condorcet-häviäjä taas ei voi olla yhdenkään parivertailun voittaja.

Copelandin menettelyssä Condorcet-häviäjän pistemääräksi tulee 1—k, missä k on vaihtoehtojen lukumäärä. Tämä on pienin mahdollinen pistemäärä, jonka vaihtoehto voi saada Copelandin menettelyssä, joten Condorcet-häviäjä ei voi tulla valituksi, kun tätä menetelmää käytetään. Näin ollen menetelmä on yhteensopiva Condorcet'n häviökriteerin kanssa.

Dodgsonin menetelmä sitävastoin on yhteensopimaton Condorcet'n häviökriteerin kanssa. Tämän osoittamiseksi tarkastelemme seuraavaa äänestysmatriisia, jossa i. rivin j. elementti ilmaisee niiden henkilöiden lukumäärän, jotka äänestävät x_i:n puolesta x_j:tä vastaan tehtävässä parivertailussa (i, j = 1, 2, 3, 4).

Esimerkki 3. $|N| = 7$.

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	—	7	0	4
x_2	0	—	7	4
x_3	7	0	—	4
x_4	3	3	3	—

Selvästi x_4 on Condorcet-häviäjä. Kuitenkaan sen tekemiseksi Condorcet-voittajaksi ei tarvita kuin 3 preferenssimuutosta, kun taas muut vaihtoehdot tarvitsevat kukin 4 preferenssimuutosta tullakseen Condorcet-voittajaksi. Näin ollen Condorcet-häviäjä voi tulla valituksi Dodgson-voittajaksi.

Schwartzin menetelmän osalta voidaan suoraan todeta yhteensopivuus Condorcet'n molempien kriteerien kanssa. Maksimin-metodin ja Condorcet'n häviökriteerin yhteensopimattomuuden näyttämiseksi voidaan viitata esimerkkiin 3. Siinähän x_4 on Condorcet-häviäjä, mutta tulee selvästi maksimin-voittajaksi, sillä x_1:n, x_2:n ja x_3:n kohdalla minimikannatus on 0 ääntä, kun se x_4:n kohdalla on 3 ääntä. Borda-menettely sitävastoin on yhteensopiva Condorcet'n häviökriteerin kanssa.[36] Muiden äänestysmenettelyjen suhde Condorcet-kriteereihin on jo ollut esillä edellä.

5.2. Rationaalisuuskriteerit

Äänestysmenettelyjen rationaalisuuskriteerit voidaan jakaa kolmeen osaan: (i) yksilörationaalisuuden, (ii) kollektiivisen rationaalisuuden, ja (iii) johdonmukaisen valinnan kriteereihin. (i) ja (ii) ovat n:n henkilön peliteoriasta tuttuja käsitteitä. Tässä yhteydessä yksilörationaalisuuden kriteerillä ei kuitenkaan ole aivan samaa sisältöä kuin peliteoriassa. Samaistamme yksilörationaalisuuden ja monotonisuuden tässä esityksessä. (ii) samaistetaan tässä esityksessä niin kuin peliteoriassakin Pareto-optimaalisuuteen. Johdonmukaisuuskriteerit taas ovat spesifisesti sosiaalisen valinnan teoriasta peräisin.

5.2.1. *Yksilörationaalisuuskriteeri: monotonisuus*

Äänestykseen osallistuvan henkilön kannalta voisi monotonisuutta pitää varsin keskeisenä ominaisuutena sen vuoksi, että monotonisuus takaa äänestäjälle sen, että hänen ylipäänsä kannattaa aina äänestää parhaimpana pitämäänsä vaihtoehtoa. Hieman täsmällisemmin sanottuna monotonisuuskriteeri sanoo seuraavan: jos x_i voittaa äänestyksen tiettyä menettelyä noudatettaessa ja joku äänestäjistä muuttaa mieltään siten, että hänen preferenssissään x_i sijoittuu »korkeammalle» kuin aiemmin muiden henkilöiden preferenssien pysyessä ennallaan, silloin x_i:n pitäisi edelleen pysyä voittajana.[37] Tämä ominaisuus näyttää siinä määrin ilmeiseltä, että on ehkä yllättävää, etteivät kaikki edellä tarkastellut menettelyt täytä monotonisuusehtoa. Monotonisuuden kannalta huonoimpia ovat eräät monivaiheiset menettelyt, kuten seuraavasta käy ilmi.

On helppo todeta, että kaikki 2. luvussa tarkastellut binaariset menetelmät sekä 3. luvussa tarkastellut yksivaiheiset menetelmät ovat monotonisia. Näiden menettelyjen kohdalla ei siis koskaan voi käydä niin, että jokin vaihtoehto olisi tullut valituksi, ellei jokin äänestäjä tai äänestäjäryhmä olisi »onnettomuudeksi» myös päättänyt äänestää sitä. Ei myöskään voi esiintyä tapausta, jossa ehdokkaan — tullakseen valituksi — tulee kehoittaa kannattajiaan olemaan äänestämättä häntä. Brams toteaa olevan demokratian perusetiikan vastaista, että ehdokas voi joskus menestyä paremmin saamalla vähemmän ääniä kuin enemmän ääniä saadessaan.[38] Tähän on helppo yhtyä.

Monivaiheisista ei-binaarisista menettelyistä sen sijaan kaikki eivät ole monotonisia. Blackin menettelyn voidaan kylläkin nähdä olevan monotoninen, sillä Condorcet-voittajan ollessa olemassa ei lisäkannatuksen saaminen luonnollisesti tee Condorcet-voittajasta ei-voittajaa. Jos taas Condorcet-voittajaa ei ole, valitsee Blackin menettely Borda-voittajan. Jos nyt Borda-voittaja saa lisäkannatusta osakseen, se pysyy edelleen Borda-voittajana ja tulee niin ollen valituksi. Näin ollen Blackin menetelmä on monotoninen.

Pluraliteettikarsintamenettely ei laajasta suosiostaan huolimatta ole monotoninen. Tämä voidaan todeta seuraavasta esimerkistä.[39]

Esimerkki 4. $|N| = 17$, $X = \{a, b, c\}$.

6 äänestäjää	5 äänestäjää	4 äänestäjää	2 äänestäjää
a	c	b	b
b	a	c	a
c	b	a	c

Toiselle kierrokselle selviävät pluraliteettikarsinnassa a ja b. Toisella kierroksella a voittaa b:n 11—6. Olettakaamme nyt, että ne 2 henkilöä, jotka asettavat vaihtoehdot järjestykseen bac, muuttavat paremmuusjärjestystään *a:n eduksi* abc:ksi. Tällöin b eliminoituu ensimmäisessä vaiheessa ja voittajaksi tuleekin c äänin 9—8. Täten pluraliteettikarsinta ei täytä monotonisuusehtoa.

Nansonin Borda-karsintamenettely ei myöskään ole monotoninen. Fishburnin tarkastelema esimerkki osoittaa tämän.[40]

Esimerkki 5. $|N| = 20$, $X = \{a, b, c\}$.

8 äänestäjää	5 äänestäjää	5 äänestäjää	2 äänestäjää
a	c	b	c
b	a	c	b
c	b	a	a

Vaihtoehtojen Borda-pistemäärät ovat a:21, b:20, c:19. Nansonin menettely eliminoi nyt c:n ja toisessa vaiheessa a voittaa b:n. Siten a voittaa. Jos nyt kuitenkin preferenssiyhdelmän oikeanpuolimmaisen sarakkeen tarkoittamat 2 äänestäjää muuttavat mieltään a:n eduksi järjestykseksi cab, ovat uudet Bordapistemäärät a:23, b:18, c:19. Siten b eliminoituu. Toisessa vaiheessa c voittaa a:n äänin 12—5. Siten kannatuksen lisääntyminen johtaa a:n tappioon. Näin ollen Nansonin menettely ei ole monotoninen.

Viittaus esimerkkiin 4 osoittaa, ettei Haren menettelykään ole monotoninen. Tuossa esimerkissä selvästi a voittaa Haren menetelmällä c:n eliminoituessa ensimmäisessä vaiheessa. Jos nyt ne 2 henkilöä, joiden preferenssijärjestys on bac, muuttavat mieltään päätyen a:ta suosivampaan preferenssijärjestykseen, eliminoituu b ensimmäisessä vaiheessa ja c tulee Hare-voittajaksi äänin 9—8.

Straffin on osoittanut, ettei Coombsin menettelykään ole monotoninen.[41] Tarkastellaan seuraavaa tilannetta.

Esimerkki 6. $|N| = 13$, $X = \{a, b, c\}$.

5 äänestäjää	2 äänestäjää	4 äänestäjää	2 äänestäjää
a	b	c	c
b	c	a	b
c	a	b	a

Tässä c eliminoituu ensi vaiheessa ja voittajaksi selviytyy a. Jos ne kaksi äänestäjää, joiden preferenssijärjestys on cba, muuttavat mieltään siten, että heidän preferenssinsä muuttuu cab:ksi (siis a:ta suosivampaan suuntaan), eliminoituu b ensimmäisellä kierroksella ja voittajaksi tulee c.

Edellä todetun perusteella useat monivaiheiset ei-binaariset menettelyt ovat ei-monotonisia, kun taas muut tarkastellut menettelyt ovat tässä suhteessa parempia, onhan monotonisuus ilmeisen toivottava äänestysmenettelyn ominaisuus.

5.2.2. *Kollektiivisen rationaalisuuden kriteeri: Pareto-optimaalisuus*

Pareto-optimaalisuudesta kollektiivisen rationaalisuuden kriteerinä on todettu, että se on konservatiivisesti harhainen, jättäähän se lähtökohtatilanteen mahdolliset kohtuuttomuudet kokonaan korjaamatta. Viimeaikainen tutkimus on lisäksi antanut viitteitä siitä, että Pareto-kriteeri saattaa hyvinkin olla monien sosiaalisen valinnan mahdottomuustulosten »syy».[42] Tästä huolimatta lienee yleisesti katsottava, että jos Pareto-optimaalisuutta ei lainkaan huomioida, on seurauksena kollektiivisesti irrationaalinen lopputulos. Äänestysmenettelyjen kohdalla Pareto-optimaalisuusehto on tapana muotoilla seuraavasti: jos jokainen äänestäjä pitää x:ä y:tä parempana, niin y ei tule valituksi.[43] Käymme nyt tarkastelemaan, mitkä edellä esitellyistä menettelyistä täyttävät tämän kriteerin.

Parlamentaarinen äänestysmenettely ei välttämättä tuota Pareto-optimaalista lopputulosta. *McKelveyn* tulokset osoittavat tämän useampiulotteisen euklidisen reaaliavaruuden muodostaessa vaihtoehtojoukon, kuten edellä todettiin.[44] Seuraava esimerkki osoittaa, että parlamentaarinen äänestysmenettely ei välttämättä täytä Pareto-kriteeriä myöskään äärellisen X:n tapauksessa.

Esimerkki 7. $N = (\{1, 2, 3\}, X = \{x, y, z, v\}$.

1	2	3
x	v	y
y	z	v
v	x	z
z	y	x

1. äänestys: v vs. y; y voittaa,
2. äänestys: x vs. y; x voittaa
3. äänestys: z vs. x; z voittaa

Parlamentaarinen äänestysmenettely päätyy näin ollen vaihtoehtoon z. Jokainen äänestäjä kuitenkin preferoi v:tä z:aan nähden, joten menettely ei täytä Pareto-kriteeriä.

Copelandin menettelyn osalta Pareto-kriteerin toteutumisen arviointi on suhteellisen vaikeaa. Yllä olevan esimerkin silmäily auttaa kuitenkin näkemään, miksi Copelandin menettely johtaa välttämättä Pareto-optimaalisiin lopputuloksiin. Jos nimittäin x on y:tä Pareto-mielessä parempi, tarkoittaa se, että x on joka äänestäjän preferenssijärjestyksessä y:tä »korkeammalla». Näin ollen x voittaa ainakin ne vaihtoehdot, jotka y voittaa, ja lisäksi y:n. Toisaalta se häviää harvemmille vaihtoehdoille kuin y samasta syystä. Siten Copelandin menettely on sopusoinnussa Pareto-optimaalisuuden kanssa.

Dodgsonin menettelyn Pareto-optimaalisuus on ilmeistä, kun otetaan huomioon se, että Dodgson-voittaja on vaihtoehto, joka harvalukuisimmin preferenssimuutoksin saadaan Condorcet-voittajaksi. On mahdotonta, että tätä vaihtoehtoa kohti olisi olemassa Pareto-mielessä parempi vaihtoehto, koska kaikkien preferensseissä »korkeammalla» oleva vaihtoehto saadaan toki harvalukuisimmin preferenssimuutoksin Condorcet-voittajaksi kuin sitä »alemmalla» tasolla kaikkien preferensseissä oleva vaihtoehto. Näin ollen Dodgson-voittaja kuuluu välttämättä myös Pareto-joukkoon.

Schwartzin menettely ei välttämättä päädy Pareto-optimaaliseen vaihtoehtojoukkoon. Tämän perustelemiseksi tarkastelemme seuraavaa esimerkkiä:

Esimerkki 8. $N = \{1, 2, 3\}$, $X = \{x, y, z, v, w\}$.

1	2	3
x	v	y
y	z	v
v	x	z
z	y	x
w	w	w

Selvästi $F(X, P) = \{x, y, z, v\}$, sillä zMx ja xMy ja yMv ja vMz ja jokaisesta $F(X, P)$:n aidosta osajoukosta pätee, että sen ulkopuolella oleva elementti voittaa ainakin yhden ko. osajoukon elementin. Jokainen henkilö preferoi v:tä z:an nähden. Kuitenkin Schwartzin menettely valitsee myös z:n, joten se ei täytä Pareto-kriteeriä.

Maksimin-metodin osalta olen toisaalla todennut, että se johtaa Pareto-optimaaliseen lopputulokseen.[45] Pluraliteettimenettelyn voidaan todeta olevan Pareto-optimaalinen, takaahan se, että vaihtoehto y on jokaisen äänestäjän mielestä parempi kuin x, sen, ettei x voi saada yhtä monta ääntä kuin y. Myös Borda-menettely on Pareto-optimaalinen.[46] Samoin voidaan todeta hyväksymisäänestyksen johtavan Pareto-optimaaliseen lopputulokseen.[47]

Monivaiheisiin ei-binaarisiin menettelyihin siirtyäksemme Blackin metodi on selvästikin Pareto-optimaalinen, sillä jos kaikki preferoivat x:ä y:hyn nähden, niin y ei tule voittajaksi silloin, kun Condorcet-voittaja on olemassa (y:hän ei silloin voi olla kyseinen Condorcet-voittaja), eikä silloin, kun Condorcet-voittajaa ei ole, sillä silloin Blackin metodi valitsee Borda-kriteerin mukaisesti ja siis välttämättä Pareto-optimaalisen vaihtoehdon.

Pluraliteettikarsintamenettelykin on Pareto-optimaalinen, sillä selvästikin kaikkien preferoima vaihtoehto saa enemmän ääniä sekä ensimmäisessä vaiheessa että lopullisessa äänestyksessä kuin se vaihtoehto, johon nähden sitä preferoidaan. Samoin on ilmeistä, että Nansonin karsintamenettely on Pareto-optimaalinen, sillä kaikkien preferoiman vaihtoehdon Borda-pistemäärä on välttämättä korkeampi kuin sen, johon nähden sitä preferoidaan.

Haren menettely perustuu äänestäjien vaihtoehdoille antamiin kärkisijoihin. Näin ollen Pareto-suboptimaaliset vaihtoehdot eivät voi tulla valituiksi. Siten menettely on Pareto-optimaalinen. Samoin voidaan todeta Coombsin menettelyn täyttävän Pareto-kriteerin, perustuuhan tämäkin menettely vaihtoehtojen sijoituksiin äänestäjien preferensseissä. Jos kaikki preferoivat x:ä y:hyn nähden, ei x voi tulla eliminoiduksi ennen y:tä sen perusteella, että sillä olisi eniten alhaisimpia sijoituksia äänestäjien preferensseissä.

5.2.3. *Johdonmukaisen valinnan kriteerit*

Tässä esityksessä äänestysmenettelyjen johdonmukaisuutta tarkastellaan kolmen kriteerin valossa. Näistä kahdesta ei ole olemassa vakiintuneita suomenkielisiä ilmaisuja, joten käytän seuraavassa englanninkielisiä termejä: (i) weak axiom of revealed preference (WARP), (ii) path-independence (PI), ja (iii) konsistenssi.

5.2.3.1. Weak axiom of revealed preference (WARP)

Tarkastelkaamme kahta vaihtoehtojoukkoa X ja X′, joista jälkimmäinen on edellisen aito osajoukko. Olkoon äänestäjien heikkojen preferenssien yhdelmä $R = \{R_1, \ldots, R_n\}$, missä R_i $(i = 1, \ldots, n)$ on täydellinen, transitiivinen ja refleksiivinen relaatio. Olkoot $F(X, R)$ ja $F(X', R)$ valintajoukot X:stä ja X′:sta tietyllä menetelmällä. Olettakaamme, että $X' \cap F(X, R) \neq \emptyset$. Jos tällöin $X' \cap F(X, R) = F(X', R)$, niin menettelyllä on WARP-ominaisuus.[48] Toisin sanoen WARPin omaavalla menettelyllä on se ominaisuus, että jos laajemmasta joukosta valittaessa valitaan jokin pienemmän joukon alkio, niin menettely valitsee täsmälleen kaikki ne elementit, jotka olisivat tulleet samalla menetelmällä valituiksi pienemmästä joukosta. Eli vielä toisin formuloituna, WARPin omaavissa menetelmissä voittajat ovat voittajia kaikissa niissä vaihtoehtojen osajoukoissa, joihin ne kuuluvat, ja lisäksi, jos kaksi vaihtoehtoa tulee valituksi pienemmästä vaihtoehtojoukosta, niiden tulee molempien tai ei kummankaan tulla valituksi laajemmasta vaihtoehtojoukosta.[49]

Parlamentaarinen äänestysmenettely ei välttämättä täytä WARP-kriteeriä,[50] ts. WARPin edustama johdonmukaisuus ei välttämättä toteudu tässä menettelyssä. Condorcet-paradoksi sopii esimerkiksi.

Esimerkki 9. $N = \{1, 2, 3\}$, $X = \{x, y, z\}$.

1	2	3
x	z	y
y	x	z
z	y	x

1. äänestys: x vs. y; x voittaa
2. äänestys: x vs. z; z voittaa.

Näin ollen $F(X, R) = \{z\}$.
Osajoukossa $X' = \{y, z\}$ kuitenkin $F(X', R) = \{y\}$, joten menettelyllä ei ole WARP-ominaisuutta.

Copelandin menettelyllä ei ole myöskään WARP-ominaisuutta, kuten käy ilmi seuraavasta esimerkistä.

Esimerkki 10. $X = \{x, y, z, w\}$, $X' = \{x, y, z\}$, $N = \{1, 2, 3\}$.

1	2	3
x	z	y
w	x	w
y	w	z
z	y	x

Tässä $F(X, R) = \{x, w\}$, $X' \cap F(X, R) = \{x\}$, $F(X', R) = \{x, y, z\}$.

Myöskään Dodgsonin menettely ei täytä WARPin vaatimuksia. Esimerkki 10 valaisee tätäkin asiaa. Nyt Dodgsonin menettelyn mukainen F saa seuraavat arvot: $F(X, R) = \{x, w\}$, $F(X', R) = \{x, y, z\}$ ja $X' \cap F(X, R) = \{x\}$.

Sama esimerkki kelpaa myös sen seikan toteamiseksi, ettei Schwartzin menettelykään täytä WARP-kriteeriä. Valintajoukot ovat samat kuin Dodgsonin menettelyn tapauksessa:

$F(X, R) = \{x, w\}$, $F(X', R) = \{x, y, z\}$ ja $X' \cap F(X, R) = \{x\}$, missä jälleen $X' = \{x, y, z\}$.

Maksimin-metodillakaan ei ole WARP-ominaisuutta.[51] Tämän osoittamiseksi tarkastelemme jälleen esimerkkiä 9. Olkoon siinä $X' = \{x, y\}$. Tällöin $F(X, R) = \{x, y, z\}$, sillä jokainen vaihtoehto saa saman minimimäärän ääniä (yhden) parivertailuissa. Toisaalta $F(X', R) = \{x\}$, sillä X':ssa x saa suuremman minimimäärän ääniä kuin y (2 vs. 1). Näin siis $X' \cap F(X, R) \neq F(X', R)$, vaikka $X' \cap F(X, R) \neq \emptyset$, joten metodilla ei ole WARP-ominaisuutta.

Yksivaiheisiin menettelyihin siirtyäksemme, pluraliteettimenettelyllä ilmeisesti on WARP-ominaisuus, sillä $F(X, R)$ määräytyy siinä niiden äänestäjien lukumäärän perusteella, joilla $F(X, R)$:n elementit ovat preferenssijärjestyksissä ensimmäisinä. $F(X'R)$:n elementit määräytyvät samoin. Jos nyt jokin X':n elementeistä kuuluu $F(X, R)$-joukkoon, kuuluvat ilmeisesti kaikki $F(X', R)$:n elementit tähän joukkoon, koska niillä kaikilla on sama lukumäärä preferenssijärjestysten ensi tiloja. Borda-menettelyllä ei ole WARP-ominaisuutta, sillä X:n Borda-voittaja ei välttämättä ole Borda-voittaja kaikissa X:n osajoukoissa. Hyväksymisäänestys taas täyttää WARP-kriteerin.[52]

Blackin menettelyllä ei ole WARP-ominaisuutta. Tämä voidaan todeta esimerkistä 10. Siinä ei ole Condorcet-voittajaa, joten Blackin menettely valitsee Borda-voittajan. Näin ollen $F(X, R) = \{x, w\}$, $F(X', R) = \{x, y, z\}$ ja $X' \cap F(X, R) = \{x\}$. Siten WARP ei karakterisoi Blackin menettelyä.

Pluraliteettikarsintaa WARPin näkökulmasta tarkastelemme esimerkin valossa.

Esimerkki 11. $|N| = 5$, $X = \{x, y, z, w\}$.

1 äänestäjä	2 äänestäjää	2 äänestäjää
x	z	y
w	x	w
y	w	z
z	y	x

Ensimmäisellä kierroksella z ja y saavat 2 ääntä kumpikin x:n saadessa yhden äänen. Toiselle kierrokselle selviytyvät näin ollen z ja y, ja äänestyksessä ilmeisesti y saa 3 ääntä ja z 2 ääntä, sillä se äänestäjistä, jonka parhaana pitämä vaihtoehto x eliminoituu ensi kierroksella, ilmeisesti äänestää y:tä z:n ja y:n välisessä vertailussa. Siten y voittaa. Mutta oletetaanpa, että pluraliteettikarsintaa sovelletaankin joukkoon $X' = \{x, y, w\}$ ja että preferenssit pysyvät ennallaan. Silloin x saa 3 ääntä ja y 2 ääntä. Näin ollen pluraliteettikarsintamenettely valitsee suoraan x:n. Huomaamme, että $F(X, R) = \{y\}$, $F(X', R) = \{x\}$ ja $X' \cap F(X, R) = \{y\}$. Näin ollen pluraliteettikarsinta ei ole sopusoinnussa WARPin kanssa.

Myöskään Nansonin menettelyllä ei ole WARP-ominaisuutta. Tämä käy ilmi esimerkin 10 tapauksesta. Siinä karsiutuvat ensi vaiheessa vaihtoehdot y ja z, kun $X = \{x, y, z, w\}$. Toisessa vaiheessa x voittaa w:n ja selviytyy siten voittajaksi. Jos taas tarkastelemme joukkoa $X' = \{x, y, z\}$, niin voittajaksi tulevat kaikki X':n alkiot. Siten $F(X, R) = \{x\}$, $X' \cap F(X, R) = \{x\}$, mutta $F(X', R) = \{x, y, z\}$.

Esimerkin 11 avulla voidaan osoittaa, ettei Haren menettelylläkään ole WARP-ominaisuutta. Kun $X = \{x, y, z, w\}$ on $F(X, R) = \{y\}$ x:n ja w:n tultua eliminoiduiksi. Kun $X' = \{x, y, w\}$ on $F(X', R) = \{x\}$, asettaahan yli 50 % äänestäjistä x:n ensi tilalle preferenssijärjestyksissään. Siten $X' \cap F(X, R) = \{y\}$, mutta $F(X', R) = \{x\}$.

Sama esimerkki sopii myös Coombsin menettelyn arviointiin. Kun $X = \{x, y, z, w\}$, Coombsin menettely eliminoi x:n ja y:n, minkä jälkeen w:llä on 3 ensi sijaa, joten se voittaa. Kun $X' = \{x, y, w\}$ on $F(X', R) = \{x\}$, sillä 3 henkilöä asettaa x:n ensimmäiselle sijalle preferensseissään. Nyt siis $X' \cap F(X, R) = \{w\}$, mutta $F(X', R) = \{x\}$, joten Coombsin menettelykään ei ole sopusoinnussa WARPin kanssa.

5.2.3.2. Path independence (PI)

Sosiaalisesti parhaan vaihtoehdon valinnassa ei pitäisi olla merkitystä sillä, valitaanko ensin jonkin osajoukon parhaat vaihtoehdot vertailtaviksi muiden vaihtoehtojen kanssa vai suoritetaanko valinta ilman vaihtoehtojen ryhmittelyä osajoukkoihin. Tämä ajatus on perusteluna vaatimukselle, että johdonmukainen päätösmenettely on path independent (PI), so. riippumaton valintaongelman ryhmittelystä osaongelmiin. Formaalisesti PI-ehto voidaan ilmaista seuraavasti: jos kaikille X:n osituksille X_1, X_2 ja kaikille preferenssiyhdelmille $R = (R_1, \ldots, R_n)$ on voimassa se, että $F(X, R) = F(F(X_1, R) \cup X_2, R)$ niin menettely, jonka F realisoi, on PI.

Condorcet-efekti esimerkissä 9 osoittaa, ettei parlamentaarinen äänestysmenettely ole PI. Jos siinä äänestykset ovat 1) x vs. y ja 2) x vs. z, niin $F(X, R) = \{z\}$. Jos taas menetellään siten, että valitaan ensin joukosta $X_1 = \{z, y\}$ ja sitten joukosta $F(X_1, R) \cup \{x\}$, niin voittaja on x. Toisin sanoen $F(X, R) \neq F(F(X_1, R) \cup X_2, R)$, missä $X_1 = \{z, y\}$, $X_2 = \{x\}$ ja $X = \{x, y, z\}$.

Tarkastelkaamme nyt esimerkkiä 10, josta käy ilmi, ettei myöskään Copelandin menetelmä ole PI. Siinähän $F(X, R) = \{x, w\}$. Ositettakoon X nyt seuraavasti $X = X_1 \cup X_2$, missä $X_1 = \{x, w\}$ ja $X_2 = \{y, z\}$. Tällöin $F(X_1, R) = \{x\}$ ja $F(F(X_1, R) \cup X_2, R) = \{x, y, z\}$.

Esimerkin 10 avulla voidaan todeta, ettei Dodgsonin menettely ole PI. Tässäkin tapauksessa $F(X, R) = \{x, w\}$, $F(\{x, y, w\}, R) = \{x\}$ ja $F(F(\{x, y, w\}, R) \cup \{z\}, R) = \{z\}$, joten Dodgsonin menettelykään ei ole PI.

Schwartzin menettelyn arviointi suoritetaan esimerkin 8 avulla. Suoritamme osituksen $X = X_1 \cup X_2$, missä $X = \{x, y, z, v, w\}$ ja $X_1 = \{x, z, v\}$ sekä $X_2 = \{y, w\}$. Nyt $F(X_1, R) = \{v\}$, koska X_1:ssä v on Condorcet-voittaja. $F(F(X_1, R) \cup X_2, R) = \{y\}$, koska y on Condorcet-voittaja joukossa $\{y, v, w\}$. Toisaalta $F(X, R) = \{x, y, z, v\}$, joten Schwartzin menettely ei ole PI. Maksimin-metodi ei myöskään ole PI, kuten olen toisaalla todennut.[53]

Pluraliteettimenettely on mitä ilmeisimmin ristiriidassa PI-ehdon kanssa. Varsin dramaattisella tavalla tämä käy ilmi seuraavasta.

Esimerkki 12. $|N| = 5$, $X = \{x, y, z, w\}$.

1 äänestäjä	2 äänestäjää	2 äänestäjää
x	z	y
w	x	w
y	w	x
z	y	z

Olkoot nyt $X_1 = \{x, y, w\}$ ja $X_2 = \{z\}$. Tällöin $F(X, R) = \{y, z\}$, $F(X_1, R) = \{x\}$ ja $F(F(X_1, R) \cup \{z\}, R) = \{x\}$, joten joukkoon X suoraan soveltaen menettely johtaa y:n ja z:n tasapeliin, kun taas osajoukoittain sovellettuna menettely johtaa yksikäsitteiseen voittajaan, joka ei ole kumpikaan tasapelin osapuolista. Myöskään Borda-menettely ei ole PI. Hyväksymisäänestys sitä vastoin on PI.[54]

Blackin menettely ei ole PI. Tämän osoittamiseksi tarkastelemme jälleen esimerkkiä 10. X:ssä ei ole Condorcet-voittajaa, joten Blackin menettely valitsee x:n ja w:n Borda-kriteerin mukaisesti. Jos $X_1 = \{x, y, w\}$ ja $X_2 = \{z\}$, niin $F(X_1, R) = \{x\}$ ja $F(F(X_1, R) \cup \{z\}, R) = \{z\}$.

Pluraliteettikarsinta ei sekään täytä PI-kriteeriä, kuten esimerkistä 11 ilmenee. Siinä X:stä valintaa tehtäessä toiselle kierrokselle selviävät y ja z. Toisella kierroksella y voittaa, joten $F(X, R) = \{y\}$. Olkoon $X_1 = \{x, y, w\}$ ja $X_2 = \{z\}$. Silloin $F(X_1, R) = \{x\}$, sillä se saa yli 50 % äänistä. $F(F(X_1, R) \cup \{z\}, R) = \{z\}$, joten pluraliteettikarsinta ei ole sopusoinnussa PI-kriteerin kanssa.

Esimerkin 10 avulla voimme helposti nähdä, ettei myöskään Nansonin menettely ole PI. Siinä $F(X, R) = \{x\}$. Olkoon $X_1 = \{x, z\}$ ja $X_2 = \{y, w\}$. Silloin $F(X_1, R) = \{z\}$ ja $F(F(X_1, R) \cup \{y, w\}, R) = \{w\}$, joten voittaja Nansonin menetelmällä on riippuvainen vaihtoehtojoukon osituksesta. Näin ollen siis menettely ei ole PI.

Haren menettelyä tarkastelemme esimerkin 11 avulla. $F(X, R) = \{y\}$. Ositamme X:n seuraavasti: $X_1 = \{x, y, w\}$, $X_2 = \{z\}$. Näin ollen $F(X_1, R) = \{x\}$ ja $F(F(X_1, R) \cup \{z\}, R) = \{z\}$, joten tämäkään menettely ei ole sopusoinnussa PI-ehdon kanssa.

Saman esimerkin avulla voidaan myös todeta Coombsin menettelyn yhteensopimattomuus PI-kriteerin kanssa. $F(X, R) = \{w\}$. Ositamme X:n seuraavasti: $X_1 = \{x, y, w\}$, $X_2 = \{z\}$. $F(X_1, R) = \{x\}$, koska yli 50 % äänestäjistä pitää x:ä X_1:n parhaana vaihtoehtona. $F(F(X_1, R) \cup \{z\}, R) = \{z\}$.

5.2.3.3. Konsistenssi

WARP- ja PI-kriteerit liittyvät tietyn päätöksentekoelimen valintojen johdonmukaisuuteen vaihtoehtojoukon erilaisten osajoukkoihin jakojen suhteen. Konsistenssiksi kirjallisuudessa kutsuttu kriteeri liittyy niinikään valintojen johdonmukaisuuteen, mutta nyt eri päätöksentekijäryhmien päätösten yhdistämisen kannalta. Konsistentiksi sanotaan sellaista menettelyä, joka täyttää seuraavat ehdot. Olkoot N_1 ja N_2 kaksi henkilöryhmää, joilla ei ole yhteisiä jäseniä. Äänestysmenettely, jota kumpikin ryhmä soveltaa, realisoi valintafunktion F. Oletamme, että $F(X, R) \cap F(X, R') \neq \emptyset$, missä R (R' vastaavasti) on ryhmän N_1 (N_2) preferenssiyhdelmä. Merkitsemme S:llä ryhmän $N = N_1 \cup N_2$ preferenssien yhdelmää. Toisin sanoen, jos $R = \{R_1, \ldots, R_n\}$, $R' = \{R'_1, \ldots, R'_m\}$, niin $S = \{R_1, \ldots, R_n, R'_1, \ldots, R'_m\}$. Jos nyt $F(X, R) \cap F(X, R') = F(X, S)$, niin menettely, joka realisoi F:n, on konsistentti.[55]

Parlamentaarisen äänestysmenettelyn kohdalla konsistenssikriteerin vaatimukset ovat täytetyt siinä tapauksessa, että »esityslista» pysyy samana N:n, N_1:n ja N_2:n äänestyksissä. Koska menettely ei sisällä mitään rajoitusta esityslistaan nähden, on parlamentaarinen äänestysmenettely ilmeisesti luokiteltava inkonsistentiksi menettelyksi.[56] Tarkastelemme jälleen esimerkkiä 9. Jos oletamme, että sekä N_1:ssä että N_2:ssa on 3 henkilöä ja että preferenssien yhdelmä kummassakin ryhmässä on esimerkin 9 mukainen, voidaan ajatella, että suorittamalla esimerkissä selostetut äänestykset sekä N_1:ssä että N_2:ssa, saadaan

$$F(X, R) \cap F(X, R') = \{z\}.$$

Jos taas N:n suorittamien äänestysten esityslista onkin 1) z vs. x ja 2) z vs. y, niin $F(X, S) =)\{y\}$, joten menettely ei ole konsistentti.

Laajassa tutkimussarjassaan *Richelson* on osoittanut, etteivät Copelandin, Schwartzin ja Dodgsonin menettelyt sen paremmin kuin pluraliteettimenettelykään ole konsistentteja.[57] Artikkelissani olen todennut saman maksimin-metodin osalta.[58] Borda-menettely taas on konsistentti.[59]. Samoin on hyväksymisäänestys.[60] Sitä vastoin Blackin menettely ei ole konsistentti.[61]

Pluraliteettikarsinta ei ole konsistentti. Tämä käy ilmi seuraavasta.

Esimerkki 13. $|N| = 11$, $N_1 = \{1, \ldots, 6\}$, $N_2 = \{7, \ldots, 11\}$, $X = \{x, y, w\}$.
N_1:n preferenssiyhdelmä R:

1 äänestäjä	2 äänestäjää	3 äänestäjää
w	x	y
x	y	w
y	w	x

N_2:n preferenssiyhdelmä R′:

1 äänestäjä	2 äänestäjää	2 äänestäjää
y	w	x
x	y	y
w	x	w

$F(X, R) = \{x, y\}$, $F(X, R') = \{x\}$, $F(X, S) = \{y\}$, joten $F(X, R) \cap F(X, R') \neq F(X, S)$.

Nansonin Borda-karsintamenettelykään ei ole konsistentti. Tämän osoittaa seuraava tapaus.

Esimerkki 14. $|N| = 6$, $N_1 = \{1,2,3\}$, $N_2 = \{4,5,6\}$, $X = \{x, y, z, w\}$.

N_1:n preferenssiyhdelmä R:

1	2	3
x	z	y
y	x	z
z	y	x
w	w	w

N_2:n preferenssiyhdelmä R′:

4	5	6
x	z	y
w	x	w
y	w	z
z	y	x

$F(X, R) = \{x, y, z\}$, $F(X, R') = \{x\}$ ja $F(X, S) = \{x, y, z\} \neq \{x\} = F(X, R) \cap F(X, R')$.

Voidaan osoittaa, etteivät myöskään Haren ja Coombsin eliminointimenettelyt ole konsistentteja. Tarkastellaan ensinnä Haren menettelyä seuraavan esimerkin valossa.

Esimerkki 15. $|N| = 21$, $|N_1| = 12$, $|N_2| = 9$, $X = \{x, y, z, w\}$.

N_1:n preferenssiyhdelmä R:

4 äänestäjää	3 äänestäjää	5 äänestäjää
x	y	z
y	x	y
w	w	w
z	z	x

N_2:n preferenssiyhdelmä R′:

3 äänestäjää	3 äänestäjää	1 äänestäjä	2 äänestäjää
y	x	w	x
w	w	y	w
z	z	z	z
x	y	x	y

$F(X,R) = \{x\}$, $F(X, R') = \{x\}$, $F(X, S) = \{y\}$, joten Haren menettely ei ole konsistentti.

Coombsin menettelyä tarkastelemme taas seuraavan esimerkin valossa.

Esimerkki 16. $|N_1| = 9$ $|N_2| = 10$, $|N| = 19$, $X = \{x, y, z, w\}$.

N_1:n preferenssiyhdelmä R:

4 äänestäjää	3 äänestäjää	2 äänestäjää
x	y	z
y	z	x
w	w	y
z	x	w

N_2:n preferenssiyhdelmä R':

3 äänestäjää	3 äänestäjää	2 äänestäjää	1 äänestäjä	1 äänestäjä
y	x	z	x	x
w	w	x	w	y
z	z	y	z	z
x	y	w	y	w

$F(X, R) = \{x\}$, $F(X, R') = \{x\}$, $F(X, S) = \{y\}$, joten Coombsin menettelykään ei ole konsistentti.

5.3. Implementointiin liittyvät kriteerit

Äänestysjärjestelmän käyttöön liittyy koko joukko ongelmia, joista tässä käsitellään ainoastaan äänestystoimituksen monimutkaisuutta. Sivuutamme näin ollen kokonaan sellaiset ongelmat kuin siirtyminen äänestysjärjestelmästä toiseen, mikä yleensä merkitsee vallan menetystä tietyille ryhmille.

Binaarisissa järjestelmissä per definitionem verrataan vaihtoehtoja toisiinsa parittain. Näin ollen monen vaihtoehdon ollessa kyseessä kohoaa suoritettavien äänestysten lukumäärä nopeasti varsin suureksi. Jos teemme eron yhtäältä kompleksisten ja yksinkertaisten menettelyjen välillä sen mukaan, onko tarvittavien äänestysten lukumäärä vaihtoehtojen lukumäärän kasvava funktio vai ei, ovat binaariset järjestelmät selvästi kompleksisia. Tämä johtuu siitä, että kaikkien parivertailujen lukumäärä on $k(k-1)/2$. Näin ollen lukumäärä ei ole vain k:n lineaarinen, vaan kvadraattinen funktio. Parlamentaarisen äänestysmenettelyn kohdalla äänestyksiä on vain $k-1$, mutta silti kyseessä on selvästi kompleksinen menettely. Toisaalta äänestysten suhteellinen vähälukuisuus tekee mahdolliseksi sykliset enemmistöt parlamentaarisessa äänestysmenettelyssä. Dodgsonin menettely muodostaa erikoistapauksen binaaristen menettelyjen luokassa, sillä sen syöttötietoina eivät itse asiassa ole vaihtoehtojen parivertailut, vaan yksilölliset preferenssijärjestykset. Siitä huolimatta Dodgsonin menettelyn voittokriteeri on binaarinen, mikä perustellee menettelyn käsittelyn binaaristen menetelmien luokassa.

Yksivaiheisissa menettelyissä äänestysten lukumäärä on tietysti yksi, joten kyseessä olevat järjestelmät ovat yksinkertaisia. Implementoinnin kannalta on kuitenkin huomattava, että yksivaiheisissakin menettelyissä yksityiselle äänestäjälle asetettavat vaatimukset poikkeavat toisistaan. Voidaan ehkä puhua helpoista ja vaikeista äänestysmenettelyistä. Helppoja ovat tällöin selvästi pluraliteettimenettely sekä hyväksymisäänestys, jotka kumpikin edellyttävät ainoastaan vaihtoehtojen luokittelua kahteen luokkaan. Borda-menettely sen sijaan on vaikea, sillä siinä vaaditaan vaihtoehtojoukon pitkälle menevää jäsentämistä. Borda-menettelyn syöttötietonahan vaaditaan jokaisen äänestäjän täydellinen ja transitiivinen vaihtoehtojen paremmuusjärjestys. Äsken mainittua Dodgsonin menetelmää on myös pidettävä tässä mielessä vaikeana. Binaariset menetelmät, sensu stricto, ovat sitä vastoin helppoja, vaativathan ne ainoastaan dikotomisia vaihtoehtoparien luokituksia.

Blackin menetelmä on implementoinnin kannalta vaikea, koska siinä tarvitaan yksilölliset vaihtoehtojen preferenssijärjestykset. Sen sijaan se ei ole kompleksinen, sillä tarvittavat tiedot sekä Condorcet- että Borda-voittajien määräämiseksi saadaan preferenssien yhdelmästä. Pluraliteettikarsinta on sekä yksinkertainen että helppo. Nansonin Borda-karsinta taas on yksinkertainen ja vaikea, riittäähän yksi äänestys, jossa ilmaistaan vaihtoehtojen preferenssijärjestykset, menettelyn syöttötiedoksi. Samoin Haren ja Coombsin menettelyt ovat yksinkertaisia ja vaikeita.

Eräiden binaaristen menettelyjen (Copeland, Schwartz, maksimin) implementointi voidaan suorittaa joko »helposti» ja »kompleksisesti» tai »vaikeasti» ja »yksinkertaisesti». Näiden menettelyjen luokitus on tässä artikkelissa suoritettu siten, että menettely, joka voidaan implementoida »helposti» on luokiteltu helpoksi huolimatta siitä, että se voidaan implementoida myös »vaikeasti».

6. Yhteenveto

Seuraava taulukko esittää tiivistetysti äänestysmenettelyjen arvioinnit, jotka edellä on suoritettu.
Taulukossa »0» ilmaisee, että rivin ilmoittama menettely on yhteensopimaton sarakkeen ilmaiseman kriteerin kanssa. Vastaavasti »1» tarkoittaa, että menetelmä välttämättä täyttää ao. kriteerin vaatimukset. »Yksinkertaisuus»-sarakkeessa »1» tarkoittaa, että menettely on yksinkertainen. »Helppous»-sarakkeessa »1» tarkoittaa, että menettely on helppo.

Taulukkoa voi lukea monella eri tavalla. Yksinkertaisinta on laskea yhteen riveittäin menettelyjen »hyvyyspistemäärät». Tämä menettely painottaa yhtä lailla kaikkia kriteerejä. Väittämättä tämän olevan ainoa oikea tapa, voimme toki katsoa, mitä tämäntyyppinen vertailu paljastaa. Tärkein havainto lienee parlamentaarisen äänestysmenettelyn huono menestys: se saa vain 4 pistettä 9:stä mahdollisesta. Tulos on vaatimaton sekä absoluuttisesti että relatiivisesti: parlamentaarista äänestysmenettelyä huonommin menestyvät vain Haren ja Coombsin eliminointimenettelyt. Kirkkaasti parhaiten sijoittuu hyväksymis-

Taulukko

KRITEERIT

Menettely	Condorcet-kriteerit		Rationaalisuuskriteerit					Implementointikriteerit	
	voittok.	häviök.	monotonisuus	Pareto	WARP	PI	konsistenssi	yksin-kertai-suus	helppous
Binaariset:									
Parlamentaarinen	1	1	1	0	0	0	0	0	1
Copeland	1	1	1	1	0	0	0	0	1
Dodgson	1	0	1	1	0	0	0	1	0
Schwartz	1	1	1	0	0	0	0	0	1
Maksimin	1	0	1	1	0	0	0	0	1
Yksivaiheiset:									
Pluraliteetti	0	0	1	1	1	0	0	1	1
Borda	0	1	1	1	0	0	1	1	0
Hyväksymisäänestys	0	0	1	1	1	1	1	1	1
Monivaiheiset ei-binaariset:									
Black	1	1	1	1	0	0	0	1	0
Pluraliteettikarsinta	0	1	0	1	0	0	0	1	1
Nanson	1	1	0	1	0	0	0	1	0
Hare	0	1	0	1	0	0	0	1	0
Coombs	0	1	0	1	0	0	0	1	0

äänestys, jonka ainoat heikot kohdat tässä kriteeristössä ovat Condorcet-kriteerit.

Luonnollisesti erilaisin kriteerien painotuksin päädytään hieman erilaisiin johtopäätöksiin. Hyväksymisäänestys menestyy kuitenkin melko hyvin kaikissa painotuksissa. Tärkeämpää kuin menettelyjen indeksiarvoihin perustuva vertailu on dominaatiosuhteiden tarkastelu erityisesti laajalti käytettyjen menettelyjen, pluraliteettimenettelyn, pluraliteettikarsinnan ja parlamentaarisen äänestysmenettelyn osalta. Huomaamme, että Copelandin menettely dominoi parlamentaarista äänestysmenettelyä, ts. saa joka kriteerin kohdalla vähintään yhtä korkean ja ainakin yhden kriteerin (Pareto-kriteerin) kohdalla korkeamman arvon kuin parlamentaarinen äänestysmenettely. Pluraliteettimenettelyä dominoi hyväksymisäänestys.

Voidaan todeta, että tässä tarkasteltujen kriteerien osalta lähinnä vain implementointiin liittyvät näkökohdat voivat puoltaa pluraliteettikarsintaa. Jos katsomme, ettei preferenssijärjestyksen esittäminen ole äänestäjille mikään ongelma tai että olemme kiinnostuneita ainoastaan tässä mielessä »järkevien» henkilöiden preferenssien aggregoinnista, muuttuu taulukon sisältö paria yleisesti käytössä olevaa menettelyä ajatellen vielä negatiivisemmaksi. Pluraliteettikarsintaa dominoivat tällöin Borda-menettely sekä Blackin ja Nansonin menettelyt. Lisäksi pluraliteettikarsintaa dominoi vielä Copelandin menettely, mikäli se implementoidaan »vaikeasti». Parlamentaarista äänestysmenettelyä dominoi nyt Copelandin menettelyn lisäksi Blackin menettely.

Summa summarum: hyväksymisäänestyksen puolesta voidaan esittää melko vahvoja perusteluja. Sitä vastoin pluraliteettikarsintaa voidaan perustella lähinnä vain ritualistisin perustein sekä implementointiin liittyvin näkökohdin. Parlamentaarisen äänestysmenettelyn ja pluraliteettimenettelyn perusteltavuus on myös kyseenalainen, kun otamme edellä mainitut dominaatiosuhteet huomioon.

VIITTEET

Huomautus: Tekijä kiittää Turun Yliopistosäätiötä taloudellisesta tuesta.

1 Ks. M. de Concorcet, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Paris 1785. Kollektiivisen päätöksenteon teorian historiallisesta kehityksestä, ks. D. Black, *The Theory of Committees and Elections*, Cambridge 1958.

2 A. Colman ja I. Pountney, »Borda's voting paradox,» *Behavioral Science* 23, ss. 15—20, 1978.

3 Joissakin yhteyksissä tulemme P_i:n asemesta olettamaan täydellisen, transitiivisen ja refleksiivisen ns. heikon preferenssirelaation R_i olemassaolon kaikkien äänestäjien kohdalla.

4 P. Kastari, *Suomen valtiosääntö*, Helsinki 1977, s. 204. Ks. myös *Valtiopäiväjärjestys* § 78.

[5] R. D. McKelvey, »Intransitivities in multidimensional voting models and some implications for agenda control», *Journal of Economic Theory* 12, ss. 472—482, 1976, ja R. D. McKelvey, »General conditions for global intransitivities in formal voting models», *Econometrica* 47, ss. 1085—1112, 1979.

[6] N. Schofield, »General relevance of the impossibility theorem in dynamical social choice», *Annual Meeting of the American Political Science Association,* New York 1978. Näiden tulosten tulkinnasta ks. H. Nurmi, »Majority rule: second thoughts and refutations», *Quality and Quantity* 14, ss. 743—765, 1980.

[7] R. G. Niemi ja W. H. Riker, »The choice of voting systems», *Scientific American* 234, ss. 21—27, 1976.

[8] J. T. Richelson, »A comparative analysis of social choice functions II, *Behavioral Science* 23, ss. 38—44, 1978.

[9] Nimitys on Richelsonin, *ma.* Se ei ole kylläkään erityisen onnistunut, sillä Dodgson ei näytä suosittaneen tekstissä selostetun kaltaista menettelyä siinä kirjoituksessa, johon Richelson viittaa, nimittäin pamfletissa »*Suggestions as to the best method of taking votes when more than two issues are to be voted*», Oxford University, 1874. Ks. D. Black, *mt.*

[10] Richelson, *ma.* Preferenssimuutoksella tarkoitetaan tässä preferenssijärjestyksen xP_iy muuttumista yP_ix:ksi.

[11] T. Schwartz, »Rationality and the myth of the maximum», *Nous* 6, ss. 97—117, 1972.

[12] Condorcet, *mt.*

[13] G. H. Kramer, »A dynamical model of political equilibrium», *Journal of Economic Theory* 16, ss. 310—334, 1977. Ks. myös P. B. Simpson, »On defining areas of voter choice», *The Quarterly Journal of Economics* LXXXIII, ss. 478—490, 1969.

[14] H. Nurmi, »Problems of and alternatives to the parliamentary voting procedure», *Public Choice Society-European Section Meeting,* Badia Fiesolana 1980.

[15] Nurmi, *ma.*

[16] Vrt. Kastari, *mt.*, ss. 204—205.

[17] J-C. de Borda, »Mémoire sur les Élections au Scrutin», *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences,* ss. 657—665, 1781. Tämän tekstin englanninkielinen käännös löytyy artikkelista A. de Grazia, »Mathematical derivation of an election system», *Isis* 44, ss. 42—51.

[18] Ks. Colman ja Pountney, *ma.*

[19] Tämän tietysti voi päätellä myös siitä, että menettely valitsee Condorcethäviäjän.

[20] Borda, *ma.*

[21] Borda itse käytti esimerkissään arvoja $a = 1$, $b = 1$.

[22] H. P. Young, »An axiomatization of Borda's rule», *Journal of Economic Theory* 9, ss. 43—52, 1974.

[23] Ks. esim. Niemi ja Riker, *ma.*

[24] W. H. Riker ja P. C. Ordeshook, *Introduction to Positive Political Theory,* Englewood Cliffs 1973, ss. 88—90, H. Nurmi, *Johdatus päätös- ja peliteoriaan,* Helsinki 1978, ss. 127—130.

[25] S. J. Brams ja P. C. Fishburn, »Approval voting», *American Political Science Review* 72, ss. 831—847, 1978.

[26] P. C. Fishburn ja S. J. Brams, »Approval voting, Condorcet's principle, and runoff elections», *Public Choice* 36, ss. 89—114, 1981; P. C. Fishburn ja S. J. Brams, »Efficacy, power and equity under approval voting», *Public Choice* (ilmestyy); P. C. Fishburn ja S. J. Brams, »Expected utility and approval voting», *Behavioral Science* 26, ss. 136—142, 1981.

[27] Fishburn ja Brams, »Approval voting, Condorcet's principle...», *ma.*

[28] P. D. Straffin, Jr., »Introduction to social choice theory for environmental decision making», *ASCE Urban Water Resources Research Program*, Technical Memorandum No. 36, New York 1979.

[29] H. Nurmi, »Äänestysparadokseista ja kollektiivisesta päätöksenteosta» julkaisussa Tieteenfilosofian seminaari, *Turun Kauppakorkeakoulun julkaisuja*, sarja A — 6: 1979, ss. 200—210.

[30] Eliminoinnissa voi toki x_j:n paikalla olla useampiakin vaihtoehtoja, milloin niillä on sama ja siis alin Borda-pistemäärä.

[31] Straffin, *ma.*

[32] Straffin, *ma.*

[33] Straffin, *ma.*

[34] Straffin, *ma.*

[35] P. C. Fishburn, »Axioms for approval voting: direct proof», *Journal of Economic Theory* 19, ss. 180—185, 1978; Young, *ma.*

[36] Straffin, *ma.*

[37] J. H. Smith, »Aggregation of preferences with variable electorate», *Econometrica* 41, ss. 1027—1041, 1973; Straffin, *ma.*

[38] S. J. Brams, »Approval voting: a better way to elect a president?», *Prepared for delivery at the New York Academy of Sciences,* New York, January 1981.

[39] Straffin, *ma.*

[40] P. C. Fishburn, »Condorcet social choice functions», *SIAM Journal on Applied Mathematics* 33, 469—489, 1977.

[41] Straffin, *ma.*

[42] M. Walker, »On the nonexistence of a dominant strategy mechanism for making optimal public decisions», *Econometrica* 48, ss. 1521—1540, 1980; P. C. Fishburn, »Symmetric social choices and collective rationality», *Mathematical Social Sciences* 1, ss. 1—9, 1980.

[43] Ks. esim. C. R. Plott, »Axiomatic social choice theory: An overview and interpretation», *American Journal of Political Science* XX, ss. 511—596, 1976.

[44] McKelvey, *ma.* (1976 ja 1979).

[45] H. Nurmi, »On the properties of voting systems», *Scandinavian Political Studies* 4, ss. 19—32, 1981.

[46] Nurmi, *ma.*

[47] Nurmi, *ma.*

[48] Nurmi, *ma.*

[49] Plott, *ma.*, ss. 549—550.

[50] Nurmi, »On the Properties. . .», *ma.*

[51] Päinvastoin kuin olen paperissani »Problems of. . .» väittänyt propositiossa 6.

[52] Nurmi, »On the Properties. . .», *ma.*

[53] Nurmi, *ma.*

[54] Nurmi, *ma.*

[55] Fishburn, *ma.* (1978); Young, *ma.*

[56] Ks. myös Nurmi, »On the properties. . .», *ma.*

[57] J. T. Richelson, »A comparative analysis of social choice functions», *Behavioral Science* 20, ss. 331—337; »A comparative. . .», *ma.;* »A comparative analysis of social choice functions, III», *Behavioral Science* 23, ss. 169—176; »A comparative analysis of social choice functions, I, II, III: A summary», *Behavioral Science* 24, s. 355, 1979.

[58] Nurmi, »On the properties. . .», *ma.*

[59] Richelson, II (1978), *ma.*

[60] Nurmi, »On the properties. . .», *ma.*

[61] Richelson, II (1978), *ma.*