

Kolmen strategian äänestyspeliön ominaisuuksia¹

ANTTI PAJALA

ABSTRACT:
Properties of
ternary voting
games

In contrast to voting power analyses applying simple voting games (SVG) I examine ternary voting games (TVG). In TVGs voter abstention is permitted as a third distinct voting option. I apply the expected power of winning (EPW) together with the standardized (sBz) and absolute (aBz) Banzhaf indices to compute voting power. I present an SVG example and compare it to two TVGs: In addition to the EPW analysis presented in the literature, I take the analysis further and demonstrate how the swings, and hence, voting power for the sBz and aBz are determined under TVGs in cases where the voting rule is either a relative majority from the votes cast or a fixed majority from all voters all votes. I show that the EPW and aBz indices are closely related in both SVG and TVG contexts. The computation results show that the index values vary among the SVG and the TVG examples. As a special case and in contrast to an SVG dictator game it appears that a TVG dictator does not necessarily have all the voting power, nor is the voting power of the other voters zero. Last, I present an analogue between the SVG and TVG versions of the Coleman collectivity index.

Johdanto

Kolmen strategian äänestyspeleillä (TVG) tarkoitetaan karkeasti ottaen pelejä, joissa pelaajalla on äänestystilanteessa kolme valintavaihtoehtoa. Kolmen strategian äänestyspelejä on tutkittu erittäin vähän äänestysvallan mittaamisen yhteydessä. Sen sijaan jo vuosikymmeniä äänestysvaltaa on mitattu yksinkertaisissa äänestyspeleissä (SVG), joissa äänestäjillä on vain kaksi äänestysvaihtoehtoa: 'jaa' tai 'ei'. Itse asiassa vain muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta kaikki valtaaindeksejä soveltavat äänestysvaltatutkimukset mallintavat äänestystilanteet yksinkertaisiksi peleiksi. Kieltämättä SVG-peleille on löydettävissä vahva motivointi rationaalisen valinnan teoriasta. Yksinkertaiset pelit, joita on analysoitu ns. Shapleyn arvon (1953) erityistapauksella, Shapleyn ja Shubikin indekseillä (1954), soveltuvat tiettyihin äänestystilanteisiin. Yksinkertaisten pelien rajoite on kuitenkin se, että

ne saattavat olla liian karkeita yleistyksiä tapauksista, joissa tyhjän äänestämistä tai äänestyksestä poissaoloa ei voida yksiselitteisesti tulkita joko 'jaa'- tai 'ei'-ääneksi. Tietyissä päätöksentekoelemissä tuloksena saatavat äänestysvaltajakaumat voivat yksinkertaisia pelejä soveltaen olla varsin kyseenalaisia, kuten Felsenthal ja Machover (2001a) YK:n turvallisuusneuvostoa koskien ovat osoittaneet. Turvallisuusneuvostossahan äänestämättä jättäminen on sallittua. Tietyissä tilanteissa kolmen strategian äänestyspelit kuvaavat päätöksentekoeleimen äänestysvaltasuhteita yksinkertaisia pelejä paremmin. Erityisesti tämä käy ilmi ajatellen vaikkapa turvallisuusneuvostoa tai eduskuntaa ja useita muita parlamentteja. Esimerkiksi eduskunnassa kansanedustajat voivat painaa 'jaa'- ja 'ei'- vaihtoehtojen lisäksi myös 'tyhjä'- äänestysnappia täysistuntojen äänestyksissä.

Tarkastelen tässä tutkimuksessa aiemman kirjallisuuden ja muutamien esimerkkien avulla kolmen

strategian äänestyspelejä ja peleihin liittyviä ominaisuuksia. Sovellan analyysissä Morrissin (1987) määrittelemää EPW -indeksiä sekä kahta klassista (normalisoitua ja absoluuttista) Banzhafin (1965) indeksiä (sBz ja aBz, vastaavasti). Felsenthalin ja Machoverin (1997, 1998, 2001a) tutkimuksissa, jotka ovat aihepiirin ensimmäiset systemaattiset tarkastelut, esitetään formaali yleistys SVG -peleistä TVG -peleihin. Samoin niissä formalisoidaan se, miten indeksiarvot em. klassisilla valtaindeksillä määräytyvät TVG -peleissä. Toisaalla Morriss (1987) lähestyy TVG -pelejä formaalin esityksen sijaan taulukkoesimerkein. Morriss esittelee alustavan analogian SVG- ja TVG -pelin välille, mutta ei määrittele äänestäjien kriittisten poistumien analysointitapaa, eikä näin ollen sitä, miten klassiset valtaindeksiarvot tulisi laskea. Tämän tutkimuksen keskeinen kontribuutio on verrata esimerkkien avulla Felsenthalin ja Machoverin ja toisaalta Morrissin lähestymistapoja keskenään. Esimerkkien avulla jatkan Morrissin analyysia määrittelemällä sen, miten kriittiset poistumat eri pelaajayhdistelmistä löytyvät. Esimerkit kuvaavat tavallista SVG -äänestystä sekä kahta erilaista TVG -äänestystä. Jälkimmäiset päätöksäännöt on määritelty joko kiinteäksi osuudeksi kokonaisuuden määräästä tai suhteelliseksi enemmistöksi annetuista äänistä. Tarkastelen lisäksi erityistapauksena TVG -pelejä, jossa päätöksentekoaikana on diktaattori. Esitän myös yksinkertaisen analogian SVG- ja TVG -kontekstien välille Colemanin päätöksentekoaikana kokonaisuuden määräästä tai suhteelliseksi enemmistöksi annetuista äänistä. Tarkastelen lisäksi erityistapauksena TVG -pelejä, jossa päätöksentekoaikana on diktaattori. Esitän myös yksinkertaisen analogian SVG- ja TVG -kontekstien välille Colemanin päätöksentekoaikana kokonaisuuden määräästä tai suhteelliseksi enemmistöksi annetuista äänistä.

Tutkimuksen tuloksista käy ilmi, että Morrissin sekä Felsenthalin ja Machoverin lähestymistavat vaikuttaisivat esimerkkien valossa olevan lopulta identtiset. Kolmannen äänestysstrategian sallimisella on merkitystä, koska SVG- ja TVG -laskentaesimerkit tuottavat toisistaan poikkeavia äänivaltakaukia. TVG -diktaattoripeleihin liittyy lisäksi tiettyjen olosuhteiden vallitessa piirteitä, joita ei esiinny SVG -kontekstissa. On tunnettua, että SVG -peleissä EPW- ja aBz -indeksit ovat toistensa lineaarisia muunnoksia. Vastaava yhteys näyttää vallitsevan myös TVG -kontekstissa. Lopuksi, tarkasteltaessa päätöksentekoaikana kokonaisuuden määräästä tai suhteelliseksi enemmistöksi annetuista äänistä, on Colemanin kollektiivi-indeksille määriteltävissä analogia SVG- ja TVG -pelin välille.

Tutkimus on jäsennetty seuraavasti: Johdannon jälkeen tarkastelen lyhyesti aiempaa tutkimusta ja

tutkimustuloksia. Tämän jälkeen tarkastelen yksityiskohtaisesti yksinkertaisten ja kolmen strategian äänestyspelien välisiä eroja ja yhtäläisyyksiä sekä kriittisen poistuman käsitettä. Seuraavaksi esitän tutkimuksen laskentaesimerkit, joista ilmenee valtaindeksien laskentalogiikka ja tarkastelen esimerkeistä saatuja tuloksia. Viimeisessä kappaleessa pohdin tulosten merkitystä tutkimusaiheen kannalta.

Aiempi tutkimus

SVG- ja TVG -äänestyspelit ovat osa edellisiä yleisemmin määriteltyjä ns. (j, k) pelejä (Freixas ja Zwicker 2003). TVG -äänestyspeli voidaan kuvata $(3, 2)$ pelinä, missä luku kolme tarkoittaa pelaajan vaihtoehtojoukkoa (jaa, ei tai tyhjä) ja luku kaksi äänestysmahdollisia lopputuloksia (hyväksyty, hylätty). SVG peli voidaan vastaavasti kuvata $(2, 2)$ äänestyspelinä. TVG -pelin piiriin voidaan lukea myös Fishburnin (1973, 53-55) esittämät $(3, 3)$ pelit, joissa pelaajayhdistelmien sallitaan myös saavan arvon 'tasapeli'. Sivuutan Fishburnin menetelmän tässä tutkimuksessa, koska tasapelien salliminen vaikuttaa ainakin potentiaalisesti äänestysvaltakaukiin. Muusta harvalukuisesta TVG -pelejä koskevasta kirjallisuudesta keskeisiä lähteitä tämän tutkimuksen suhteen ovat erityisesti Felsenthalin ja Machoverin (1997, 1998, 2001a, 2001b) kirjoitukset sekä Morriss (1987). Kirjassaan Morriss (1987) hahmottelee osana erästä toista indeksiä (tuonnempana tarkemmin määritellyt) suuntaviivat äänestysvallan laskemiseksi TVG -peleissä. Morrissin tavoin lähestyn aihetta taulukkoesimerkeillä formaalin esityksen sijaan. Ensimmäiset formaalit esitykset TVG -äänestyspeleistä kumpusivat sivutuotteena Felsenthalin ja Machoverin teknisluonteisista artikkeleista, joissa he tutkivat SVG -pelejä (Felsenthal ja Machover 1997, 1998, 2001a, 2001b, 2002). Felsenthal ja Machover määrittelevät analogian TVG -pelin ja SVG -pelin välille ja formalisoivat lukuisin teoreemojin ja todistuksin sekä Banzhafin että Shapleyn ja Shubikin indeksit TVG -peleille. Tausta-ajatus indeksien laskemiseksi on pääpiirteissään sama kuin Morrissin (1987). SVG- ja TVG -pelin välillä Lindner (2004, 2008) on havainnut yhtenevyyden, jonka mukaan pelaajamäärän kasvaessa suureksi tiettyjen ehtojen vallitessa

valtaindeksien arvot näyttäisivät konvergoituvan pelaajien suhteellisiin äänimääriin molemmissa pelityypeissä.

Braham ja Steffen (2002) ovat esittäneet vaihtoehdoisen sekventiaalisen (AVG) tavan lähestyä TVG-pelejä. Mainittuja lähestymistapoja sekä niiden välisistä yhteyksistä ovat keskustelleet Felsenthal ja Machover (2002) sekä Lindner (2004, 2008). On kuitenkin edelleen avoinna, miten läheinen yhteys eri lähestymistapojen välillä vallitsee. Tämän tutkimuksen yhteydessä ei kuitenkaan ole mahdollista käsitellä AVG-kontekstia.

Yksinkertaiset ja kolmen strategian äänestyspelit

Felsenthal ja Machover (2001a) pohtivat kirja-artikkelissaan perinpohjaisesti SVG- ja TVG-pelien teoreettisia lähtökohtia ja problematiikkaa. Keskeinen kysymys on, miten eri pelityyppien äänestysvaihtoehdot ovat perusteltavissa. Menemättä kaikkiin yksityiskohtiin keskeiset argumentit on kuitenkin syytä esitellä.

Äänestyspeleissä on hyvin vahvat teoreettiset perusteet rajoittaa pelaajan valintajoukko pelkääntään 'jaa'- ja 'ei'-vaihtoehtoihin. Felsenthal ja Machover (2001a, 90) kiteyttävät perusteet seuraavasti (tekijän suomennos):

”Äänestysvallan tutkimus kuuluu peliteoriaan. Tarkemmin sanottuna se on osa $n:n$ pelaajan peliteoriaa. Peliteoria puolestaan on osa rationaalisen valinnan teoriaa. Äänestyksestä pidättäytyvät pelaajat eivät käyttäydy rationaalisesti, koska he eivät käytä äänestysresurssejaan maksimaalisesti. Tämän vuoksi äänestyksestä pidättäytyminen tulee em. teorian valossa jättää huomiotta.”

Yllä oleva lainaus juontuu Shapleyn ajatuksesta (liittyen mm. Shapleyn arvoon sekä Shapleyn ja Shubikin indeksiin), että äänestyksen lopputuloksena voittava pelaajayhdistelmä jakaa jonkinlaisen palkinnon keskenään (Shapley 1953; Shapley ja Shubik 1954). Palkinto voi olla esim. hallituksen muodostaminen. Tällaisessa tapauksessa äänestäjien käyttäytyminen tähtää voittajien joukkoon l. hallitukseen mukaan pääsemiseen. Tässä mielessä äänestyksestä pidättäytymisen voidaan katsoa olevan irrelevanttia.

Tilanne on kuitenkin toinen, mikäli äänestämisen motivaationa on hallituspaikoista kilvoittele-

misen sijaan omien preferenssien tuominen julki. Esim. eduskunnan lakeja koskevissa äänestyksissä kyse ei yleensä ole voittajien kakunjaosta, koska äänestyksen lopputulos vaikuttaa tyypillisesti kaikkiin. Kyse on vaikutusvallasta äänestyksen lopputuloksen suhteen, äänestysvallassahan on kyse kyvystä kontrolloida äänestyksen lopputulos. Tätä taustaa varten aiempi lainaus rationaalisesta käyttäytymisestä menettää suurimman osan vakuuttavuudestaan. Lisäksi sosiaalisen valinnan teoriassa melko eksplisiittisesti tiedostetaan se, että pelaajat saattavat olla syystä tai toisesta kykenemättömiä valitsemaan vaihtoehtojen välillä (Felsenthal ja Machover 2001a, 92). Tällöin äänestyksestä pidättäytyminen tai tyhjän äänestäminen voi olla järkevää.

Tyhjän äänestäminen voidaan tulkita eri tavoin. Ensinnäkin, Felsenthal ja Machover (2001a) erottavat kaksi erilaista tapaa osoittaa asia: Aktiivinen tapa tarkoittaa eduskunnassa tyhjän äänestämistä. Passiivinen tapa tarkoittaa äänestykseen (tavalla tai toisella) osallistumatta jättämistä. Myöhempanä esittämäni laskentamekanismit eivät tee eroa eri tapojen välillä. Useimmissa tavallisissa tilanteissa, kuten esim. parlamenttien lakiäänestyksissä, tyhjän äänestäminen on erillinen kolmas äänestysvaihtoehto. Millaisia syitä tyhjän äänestämiseksi voidaan löytää? Kirjallisuudessa on huomioitu ensinnäkin se, että pelaaja saattaa olla indifferentti 'jaa'- ja 'ei'-vaihtoehtojen välillä. Molemmat vaihtoehdot ovat yhtä hyviä, tai pelaaja saattaa kokea, ettei tiedä ao. asiasta tarpeeksi. Hän voi myös olla välinpitämätön äänestettävän asian suhteen. Joskus äänestykseen pääsemiselle saattaa olla jokin este. Edellisten syiden ohella pelaaja saattaa käyttäytyä strategisesti: Hän ei ehkä halua paljastaa (todellista) preferenssiään, mikä saattaa johtaa tyhjän äänestämiseen. Eduskunnassa tiedämme kansanedustajien silloin tällöin jättävän painamatta äänestysnappia tai jäävän jopa pois äänestyksestä, koska he eivät halua äänestää ryhmäpäätöstä vastaan. Tällaisessa tilanteessa tyhjänkin äänestäminen saatettaisiin tulkita voimakkaaksi kannanotoksi ryhmää vastaan.

Tyhjän äänestäminen voi vaikuttaa äänestyksen lopputulokseen eri tavoin. Esim. eduskunnassa esityksen hyväksytyksi tulemiseen vaaditaan tavallisesti yksinkertainen enemmistö *annetuista* 'jaa'- ja 'ei'-äänistä. Oleellista tuloksen kannalta on näin ainoastaan ehdotuksen puolesta ja sitä vastaan an-

nettujen äänen välinen suhde. Joissain poikkeustapauksissa tyhjän äänestämisen voidaan kuitenkin tulkita toisin –joko 'ei' - tai 'jaa' -ääneksi. EU:n ministerineuvosto tarjoaa esimerkin molemmista tulkinnoista: mikäli jokin komission säädösehdotus menee neuvostossa äänestykseen ja sovelletaan määräenemmistöä, on äänestämättä jättäminen efektiivisesti yhtä kuin 'ei', koska päätöksen taakse on saatava määräenemmistö kaikista neuvoston äänistä. Äänestämättä jättäminen tulkitaan positiiviseksi 'jaa' -ääneksi puolestaan sellaisissa äänestyksissä, joissa neuvoston päätössääntönä on yksimielisyys.²

Tässä yhteydessä on vielä syytä käydä läpi SVG- ja TVG -pelin muutamia keskeisiä taustaoletuksia (yksityiskohdista ks. Felsenthal ja Machover 1997, 1998): Ensinnäkin, kuten SVG -peleissä, myös TVG -peleissä äänestäjien oletetaan äänestävän toisistaan riippumatta. Tähän liittyen kaikki pelaajajyhdistelmät oletetaan yhtä todennäköisiksi. Bernoullin riittämättömän syyn periaatteeseen nojaten SVG -äänestäjien kaksi äänestysvaihtoehtoa 'jaa' ja 'ei' oletetaan yhtä todennäköisiksi, joten äänestäjien todennäköisyys äänestävää jompaakumpaa vaihtoehtoa on $\frac{1}{2}$. Samoin perustein suora, vaikkakaan ei yhtä vakuuttava analogia TVG -peleihin on se, että kaikki kolme äänestysvaihtoehtoa oletetaan yhtä todennäköisiä todennäköisyydellä $\frac{1}{3}$. Edellistä varovaisempi lähestymistapa olisi määrittellä todennäköisyydet muulla tavoin. Tämä voisi tapahtua esimerkiksi asettamalla vaihtoehdolle 'tyhjä' todennäköisyys p sekä jättämällä $1-p$ jaettavaksi tasan vaihtoehtojen 'jaa' ja 'ei' välillä. Todennäköisyys p voitaisiin määrittellä perustuen vaikkapa empiirisiin havaintoihin (Felsenthal ja Machover 1997, 1998.) Viime mainitussa tapauksessa on tosin kyseenalaista, onko kyseessä enää puhdas *a priori* analyysi, jossa fokus on ennen kaikkea päätössäännössä ja äänestäjien resurssissa. Tässä tutkimuksessa, joka on luonteeltaan lähinnä kuvaileva, äänestysvaihtoehtojen väliset todennäköisyydet oletetaan yksinkertaisinta vaihtoehtoa noudattaen yhtä suuriksi.

Kriittiset poistumat

Ero Felsenthalin ja Machoverin TVG -kirjoitusten (ks. edellä) sekä Morrissin (1987) kirjan välillä on se, että Morriss ei omassa alustavassa laskentata-

vassaan määrittele edellisten tavoin pelaajien kriittisiä poistumia. Morrissin ajatus on esitetty kirjallisuudessa aiemminkin, koska EPW -indeksi on käytännössä sama kuin Raen (1969) määrittelemä indeksi. Laskentatavassa huomio kiinnitetään (ainoastaan) siihen, onko pelaaja yhtä mieltä pelaajajyhdistelmän statuksen (häviävä/voittava) kanssa. Keskeinen kysymys on, saako pelaaja mitä haluaa. Vastaava ajatus, mutta hieman eri näkökulmasta katsottuna on ns. Zipke -indeksi (Nevison ym. 1978; Nevison 1979).

Olen toisaalla tutkinut SVG -peleissä aBz- sekä EPW -indeksien välistä yhteyttä. Indeksit mittavat periaatteessa samaa asiaa ja ovat lineaarisia muunnoksia toisistaan (Pajala 2002). Indeksien yhteydet perustuvat muutamiin matemaattisiin ja kombinatorisiin ominaisuuksiin, jotka seuraavat SVG -pelin yllä esitetyistä taustaoletuksista. Laskeakseen Banzhafin indeksi-arvoja ei periaatteessa tarvitse analysoida pelaajien kriittisiä poistumia ollenkaan, vaan pelkkä pelaajajyhdistelmien statuksen vertailu äänestäjien preferensseihin riittää.

Äänestäjien EPW -indeksi-arvo lasketaan analysoimalla kaikista mahdollisista 2^n (missä n on päätöksentekoeleman äänestäjien lukumäärä) pelaajajyhdistelmistä se, montako kertaa pelaaja on yhtä mieltä koalition statuksen kanssa. Jokainen pelaaja on (kombinatoriikkaan perustuen) yhtä mieltä koalition lopputuloksen kanssa vähintään puolessa voittavista koalitiosta, joten indeksin vaihteluväli on $0,5-1$. Mikäli vaihteluväli halutaan normalisoida helpommin ymmärrettäväksi nollan ja ykkösen välille, tämä voidaan tehdä yksinkertaisella muunnoksella kertomalla pelaajan EPW -indeksi-arvo kahdella ja vähentämällä saadusta tulosta yksi. Muunnoksen tuloksena saadaan pelaajan aBz -indeksi-arvo. Voimme määrittellä SVG -peleissä toimivan EPW -aBz muunnoskaavan pelaajalle i formaalisti muotoon

$$aBz_i = (2 * EPW_i) - 1. \quad (1)$$

EPW -indeksi voidaan puolestaan laskea aBz -indeksistä seuraavasti:

$$EPW_i = \frac{1}{2} (aBz_i + 1). \quad (2)$$

Tarkastelen muunnoskaavoja (1) ja (2) edempänä uudelleen TVG -pelin yhteydessä.

SVG -valtaindeksien, tässä tapauksessa aBz- ja sBz -indeksien, laskenta perustuu pelaajien kriittisten poistumien analyysiin. Yleisimmin käytetyssä tulkinnassa kyse on siitä, kykeneekö pelaaja kannatuksensa vetämällä muuttamaan jonkin koalition voittavasta häviäväksi. Sama tulos saadaan kuitenkin aikaan pohtimalla asiaa vastakkaisesta suunnasta: kykeneekö pelaaja muuttamaan häviävän koalition voittaviksi liittymällä siihen? Kyseessä on saman ilmiön peilikuva ja molemmilla laskentatavoilla päädytään samaan lopputulokseen. Missä sBz -indeksin arvo on pelaajan suhteellinen osuus kaikkien äänestäjien kaikista kriittisistä poistumista ottaen huomioon joko voittavat tai häviävät koalitiot (mutta ei molempia samaan aikaan), jaetaan aBz -indeksissä pelaajan kriittiset poistumat vakiolla 2^{n-1} (missä n on äänestäjien lukumäärä) juuri sen vuoksi, ettei kriittisten poistumien ”peilikuvaa” lasketa mukaan.

Kriittisen poistuman käsite on TVG -peleissä hieman yllä olevaa monimutkaisempi, koska käytössä on kolme äänestysvaihtoehtoa. Kirjallisuudessa tyhjän äänestäminen tulkitaan yleensä sijoittuvan ’jaa’- ja ’ei’ -vaihtoehtojen väliin eräänlaiseksi kompromissiksi (Felsenthal ja Machover 1997). Näin ollen, kuten SVG -peleissä, on nytkin mahdollista, että pelaaja muuttaa valintansa vaihtoehdosta ’jaa’ vaihtoehtoon ’ei’. Vastaavat muutokset voivat tapahtua myös toisinpäin liittymällä koalitiioon. Käytän edellisestäkin yksinkertaisuuden vuoksi nimeä kriittinen poistuma. On myös mahdollista, että pelaajan valinnan muutos on ’ei’ – ’tyhjä’ tai vaihtoehtoisesti ’tyhjä’ – ’jaa’ (tai toisinpäin). Kuten Lindner (2008) hieman yleisemmin asian ilmaisee, kyse on pelaajan marginaalikontribuutiosta johonkin koalitiioon. Kuten aBz- ja sBz -indeksien (SVG -versioiden) kohdalla, on nytkin oleellista se, että kunkin pelaajan osalta relevantit marginaalikontribuutiot lasketaan vain kertaalleen. Kriittisten poistumien analyysin logiikka käy ilmi seuraavan osion laskentaesimerkeistä.

Esimerkit ja analyysi

TVG -peleissä mahdollisia pelaajien yhdistelmiä on 3^n . Näin esimerkiksi kolmen pelaajan TVG -pelaajayhdistelmiä on 27 ja neljän pelaajan yhdistelmiä jo vastaavasti 81, mikä jäljempänä olevia esimerkkitaulukkoja ajatellen rajoittaa pelit esitystek-

nisesti kolmeen pelaajaan. Tarkastellaan aluksi tavanomaista kolmen pelaajan ($q; A, B, C$) yksinkertaista äänestyspeliä [3; 2, 1, 1], jossa pelaajien äänimäärät ovat yhtenevät taulukon 1 (TVG -esimerkin) kanssa. Mahdollisia pelaajayhdistelmiä on kahdeksan, kokonaissäänimäärä on neljä ja päätössääntö q on yksinkertainen enemmistö 3/4. Tarkasteltavat koalitiot ovat taulukon 1 sellaiset yhdistelmät, joissa ei ole tyhjiä ääniä (1, 3, 7, 9, 19, 21, 25, 27). Edellisistä voittavia ovat vain koalitiot 1, 3 ja 7. Kriittisiä poistumia on pelaajalla A kolme (koalitiot 1, 3 ja 7) sekä B :llä ja C :llä yksi kullakin (3 ja 7). Kriittisten poistumien kokonaismäärä on viisi, joten sBz -indeksin arvoiksi tulevat näin $A: 3/5 = 0,6$ sekä $B, C: 1/5 = 0,2$. aBz indeksiarvoiksi saadaan $A: 3/4 = 0,75$ sekä $B, C: 1/4 = 0,25$. Tulokset näkyvät myöhempänä myös taulukossa 4. EPW -indeksin arvoiksi saadaan $A: 7/8$ sekä $B, C: 5/8$, vastaavasti. Muuntokaavalla (1) voimme todeta yhtenevät absoluuttiset Banzhaf -indeksiarvot: $A: 2^2 \cdot 7/8 - 1 = 0,75$ sekä $B, C: 2^2 \cdot 5/8 - 1 = 0,25$.

Tarkastellaan seuraavaksi päätöksentekoelementä, joissa pelaajilla on vastaavat äänimäärät (2, 1, 1), mutta tällä kertaa kolmen strategian äänestyspelinä, jossa a) tyhjän äänestäminen on sallittua kolmantena äänestysstrategiana ja b) päätössääntö on suhteellinen enemmistö annetuista äänistä. Kahden äänen pelaajan kontribuutiot eri koalitiioihin ovat näin joko 2 (’jaa’), 0 (’tyhjä’) tai -2 (’ei’). Yhden äänen pelaajien kontribuutiot ovat (1, 0, -1), vastaavasti. Laskettaessa pelaajien äänet eri koalitioissa yhteen päätössäännölle on voimassa ehto $q > 0$. Äänestyspeli kuvaa esim. eduskunnan tavallisia lakiäänestyksiä. En ole tavannut kirjallisuudessa vastaavaa esimerkkiä. Päätössääntö huomioiden taulukon 1 koalitiossa 12 kahden äänen pelaaja A äänestää tyhjää sekä yhden äänen pelaajat B ja C toisiaan vastaan. Annettujen äänen summa ei täytä ehtoa $q > 0$, joten koalitiio 12 ei ole voittava. Taulukossa 1 näkyy äänestyspelin analyysi. Tarkastellaan ensin EPW -indeksiä: Morrissin (1987, 173) määritelmän mukaan indeksiarvot määrätään TVG -pelissä sellaisten tapausten perusteella, joissa pelaaja ei äänestä tyhjää. Pelaajan A osalta tarkastelemme näin taulukon koalitiolohkoja 1 ja 3. Lohkossa 2 pelaaja A äänestää tyhjää, joten ao. koalitiot eivät ole A :n suhteen relevantteja. Taulukosta 1 näkyy pelaajan A olevan 17 kertaa samaa mieltä koalitioiden lopputuloksen kanssa. Pelaaja B :n (kuten myös C :n) suhteen relevanttien

Taulukko 1. Kolmen strategian äänestyspeli (2, 1, 1), jossa päätössääntönä on suhteellinen enemmistö annetuista äänistä

| | Lohko 1 | | | | | | | | | Lohko 2 | | | | | | | | | Lohko 3 | | | | | | | | |
|----|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| # | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 2 | + | + | + | + | + | + | + | + | + | o | o | o | o | o | o | o | o | o | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 1 | + | + | + | o | o | o | - | - | - | + | + | + | o | o | o | - | - | - | + | + | + | o | o | o | - | - | - |
| 1 | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - |
| W | + | + | + | + | + | + | + | + | - | + | + | - | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| A | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| B | x | x | x | | | | | | x | x | x | | | | x | x | x | | | | | | | | x | x | x |
| C | x | | | x | | | x | | x | x | | x | x | | x | | | x | | x | | | | x | | | x |
| A* | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| B* | | | x | | | | | | | x | x | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C* | | | | | | | x | | | x | | x | | | | | | | | | | | | | | | |

Rivien selitteet: Rivit 2–4 = mahdolliset mahdolliset pelaajayhdistelmät 1–27 (+ = 'jaa', - = 'ei' ja o = 'tyhjä'); W = koalition status (+ = voittava ja - = häviävä); Rivit A, B, C: pelaaja vs. koalition status (x = yhtenevä); Rivit A*, B*, C*: kriittiset poistumat (x).

koalitioiden joukko poikkeaa edellisestä, koska B äänestää tyhjää osittain eri koalitioissa (ja C vielä B:stä poiketen). Pelaajat B ja C ovat kumpikin yhtä mieltä lopputuloksien kanssa 12 kertaa. EPW-arvot saadaan nyt jakamalla edellä saadut summat niiden tapausten määrällä (3^{n-1}), joissa pelaaja ei äänestä tyhjä, ts. A: $17/18 = 0,9444$ ja B, C: $12/18 = 0,6667$. Morriss (1987, 174) ei analysoi esimerkkiään kirjassaan tämän pidemmälle.

Mikäli haluamme laskea aBz- tai sBz -indeksien arvoja, meidän pitää analysoida pelaajien kriittiset poistumat koalitioissa. Taulukkoon 1 on merkitty pelaajien kriittiset poistumat tapauksissa, missä pelaajat voivat kääntää voittavan koalition häviäväksi. Kuten yllä mainittu, edellisten lisäksi TVG-kontekstissa analyysi voidaan tehdä myös muilla saman tuloksen tuottavilla tavoilla. Tarkasteltaessa pelaajaa A taulukosta 1 näkyy, että kriittisiä poistumia 'jaa' -> 'ei' on kahdeksan (koalitiot 1-8). 'Ei' -äännten muutos 'jaa' -ääniksi tuottaa pelaajalle A jälleen kahdeksan kriittistä poistumaa (koalitiot 19–26). Muutoksia 'tyhjä' -äänistä jompaankumpaan suuntaan analysoitaessa (koalitiolohko 2) pelaaja A kykenee muuttamaan jälleen kahdeksan koalition statuksen (10–17). Viimeksi mainittulla

variaatiolla 'jaa' -> 'tyhjä' A kykenee muuttamaan viiden koalition statuksen (3 sekä 5-8), sekä muunnoksella 'ei' -> 'tyhjä' kolmen koalition (19, 20 ja 22) statuksen. Kuten yksinkertaisissa peleissä, ei tässä ole Banzhafin indeksien suhteen tarpeen laskea pelaajien kriittisiä poistumia eli marginaalikontribuutioita kuin 'kertaalleen'. Pelaajat B ja C kykenevät muuttamaan kolmen koalition statuksen. Yhteensä kriittisiä poistumia on 14, joten sBz -indeksiarvoiksi tulevat A: $8/14 = 0,5714$ sekä B, C: $3/14 = 0,2143$. Felsenthalin ja Machoverin (1998, 287) määritelmän mukaan aBz -pelaajien kriittisten poistumien jakajana on TVG -peleissä vakio 3^{n-1} , joten vastaavat indeksiarvot taulukossa 4 ovat A: $8/9 = 0,8889$ sekä B, C: $3/9 = 0,3333$. Entä muunnoskaavat (1) ja (2), joiden mukaan SVG -peleissä EPW- sekä aBz- indeksit voidaan laskea toisistaan? Edellä tehtyjen taustoletusten vallitessa on niin, että muunnoskaavat toimivat myös TVG -peleissä.³ Taulukossa 1 muunnoskaavalla (1) pelaajille saadaan arvot A: $2 \cdot 17/18 - 1 = 8/9$ sekä B, C: $2 \cdot 12/18 - 1 = 3/9$.

Taulukon 2 kaltainen pelitilanne vallitsee esim. EU:n neuvostossa. En ole tavannut kirjallisuudessa vastaavaa esimerkkiä. Päätössäännölle asetetaan nyt

Taulukko 2. TVG -äänestyspeli (2, 1, 1), jossa päätössäännölle on voimassa $q \geq 3$

| | Lohko 1 | | | | | | | | | Lohko 2 | | | | | | | | | Lohko 3 | | | | | | | | | |
|----|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | |
| 2 | + | + | + | + | + | + | + | + | + | o | o | o | o | o | o | o | o | o | - | - | - | - | - | - | - | - | - | |
| 1 | + | + | + | o | o | o | - | - | - | + | + | + | o | o | o | - | - | - | + | + | + | o | o | o | - | - | - | |
| 1 | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | |
| W | + | + | + | + | - | - | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | |
| A | x | x | x | x | | | | x | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | |
| B | x | x | x | | | | | x | x | | | | | | x | x | x | | | | | | | | | x | x | x |
| C | x | | | x | | x | x | | x | | | x | | | x | | | x | | | x | | | x | | | x | |
| A* | x | x | x | x | | | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| B* | | x | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C* | | | | x | | | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Rivien selitteet: Rivit 2-4 = mahdolliset mahdolliset pelaajayhdistelmät 1-27 (+ = 'jaa', - = 'ei' ja o = 'tyhjä'); W = koalition status (+ = voittava ja - = häviävä); Rivit A, B, C: pelaaja vs. koalition status (x = yhtenevä); Rivit A*, B*, C*: kriittiset poistumat (x).

ehto $q \geq 3$. Pelaajien äänet määritellään edellisestä poiketen siten, että ehdotusta vastaan tai tyhjää äänestäessä pelaajan kontribuutio koalitioon on kummassakin tapauksessa nolla. Ollakseen voittava koalition on siis oltava vähintään kolme 'jaa' -ääntä (muut äänet eivät pienennä 'jaa' -äänien summaa). Nyt voittavia pelaajayhdistelmiä ovat taulukossa 2 koalitiot 1-4 sekä 7. Pelaaja A on yhtä mieltä koalition statuksen kanssa (EPW indeksi) 14/18 tapauksessa, sekä pelaajat B ja C kumpainkin 11/18 kertaa. Taulukossa 2 näkyvät pelaajan A viisi kriittistä poistumaa (koalitiot 1-4 ja 7) sekä B:n ja C:n kummankin kaksi kriittistä poistumaa (2, 3, 4 ja 7). Näin saamme sBz -indeksiarvoiksi A: 5/9 = 0,5556 sekä B, C: 2/9 = 0,2222. aBz -indeksin tulokset ovat taulukon 2 esimerkissä yhtenevät sBz -indeksin kanssa. Myös muuntokaavat (1) ja (2) toimivat EPW- sekä sBz -indeksien välillä.

Seuraavaksi tarkastelen Felsenthalin ja Machoverin (1998, 288) kirjan esimerkkiä, koska se muistuttaa hyvin paljon taulukkojen 1 ja 2 pelejä olematta niiden kanssa kuitenkaan täysin yhtenevä. Felsenthalin ja Machover määrittelevät kolmen pelaajan päätöksentekoaikojen $\{a, b, c\}$, jossa esitys hyväksytään ainoastaan sillä edellytyksellä, että pe-

laaja a äänestää esityksen puolesta ja molemmat pelaajista b ja c eivät samanaikaisesti äänestä esitystä vastaan. Felsenthal ja Machover toteavat tällaisia pelaajayhdistelmiä olevan kahdeksan (nämä ovat taulukon 1 yhdistelmät 1-8). Pelaajalla a on päätössäännön mukaisesti edellisistä koalitiosta jokaisessa kriittinen poistuma. Pelaajilla b ja c puolestaan on yksi kriittinen poistuma kullakin koalitioiden 3 ja 7, vastaavasti. Ottaen huomioon myös häviävä koalitio 9, pelaajien aBz indeksiarvoiksi tulevat $a: 8/9 = 0,8889$ ja $b, c: 1/9 = 0,1111$. Felsenthal ja Machover eivät määrittele pelaajien äänimääriä, mutta melko lähelle heidän esimerkkiään päästään taulukkojen 1 ja 2 peleissä. Kyseessä ei kuitenkaan voi olla taulukon 2 kaltainen esimerkki, koska koalitioiden 1-8 kaksi 'jaa' -ääntä riittää voittoon, mutta koalitioiden 9 ei (b ja c äänestävät vastaan). Sitä paitsi, mikäli päätössääntö olisi 2/4, kyseessä ei olisi enemmistö päätös. Kyseessä ei myöskään voi olla taulukon 1 kaltainen tilanne, koska tällöin koalitioiden 10-18 kriittiset poistumat tulisi huomioida pelaajille b ja c (koalitiot 10, 11 ja 13). Felsenthalin ja Machoverin esimerkki kuvaakin parhaiten ehkä YK:n turvallisuusneuvoston kaltaista tilannetta, missä pysyvien jäsenten

Taulukko 3. TVG -diktaattoripeli (4, 2, 1), jossa päätössääntönä on suhteellinen enemmistö annetuista äänistä

| | Lohko 1 | | | | | | | | | Lohko 2 | | | | | | | | | Lohko 3 | | | | | | | | |
|----|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| # | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 4 | + | + | + | + | + | + | + | + | + | o | o | o | o | o | o | o | o | o | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 2 | + | + | + | o | o | o | - | - | - | + | + | + | o | o | o | - | - | - | + | + | + | o | o | o | - | - | - |
| 1 | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - | + | o | - |
| W | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| A | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| B | x | x | x | | | | | | | x | x | x | | | | x | x | x | | | | | | | x | x | x |
| C | x | | | x | | | x | | | x | | x | | x | | | | x | | | x | | | x | | | x |
| A* | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| B* | | | | | | | | | | x | x | x | | | | | | | | | | | | | | | |
| C* | | | | | | | | | | | | | x | | | | | | | | | | | | | | |

Rivien selitteet: Rivit 2-4 = mahdolliset pelaajyhdistelmät 1-27 (+ = 'jaa', - = 'ei' ja o = 'tyhjä'); W = koalition status (+ = voittava ja - = häviävä); Rivit A, B, C: pelaaja vs. koalition status (x = yhtenevä); Rivit A*, B*, C*: kriittiset poistumat (x).

hyväksyntä jollekin ehdotukselle on oltava. Pysyvä jäsen ei ole diktaattori, koska muut jäsenet kykenevät yhdessä estämään pysyvän jäsenen esityksen, mutta toisaalta pysyvä jäsen on ns. veto-pelaaja, koska hän kykenee vetollaan estämään haluamansa päätökset.⁴ Äskeinen esimerkki antaa kuitenkin kimmokkeen tarkastella tilannetta, jossa TVG-päätöksentekoielmässä on diktaattori.

SVG -kontekstissa diktaattoripeli on sellainen, jossa esim. aBz- ja sBz -indeksien arvo on diktaattorille aina yksi ja kaikille muille pelaajille aina nolla. Tässä mielessä taulukon 3 esimerkissä seikka on helppo havaita, koska yksinkertaisen enemmistön vallitessa neljän äänenä pelaajalla on yksin voittoon tarvittava äänimäärä, eivätkä muiden pelaajien yhteenlasketut äänet riitä voittoon. Sen sijaan TVG -peleissä, jotka on määritelty taulukon 1 esimerkin tavoin, diktaattorin läsnäoloon liittyy piirteitä, mitä SVG -peleissä ei esiinny. Taulukossa 3 pelaajan A EPW -indeksi-arvo on yksi, koska A:n ilmaistessa preferenssinsä koalitiolohkoissa 1 ja 3 hän on aina samaa mieltä koalition statuksen kanssa. Muille pelaajille tulee toisistaan poikkeavat EPW -indeksi-arvot B: 12/18 ja C: 10/18. Vaikuttaisi siltä, että myös muilla pelaajilla on diktaattorin läsnä ollessa äänestysvaltaa. Itse asiassa näin onkin, sillä aBz -indeksi-arvot ovat A: 9/9 = 1, B: 3/9 =

0,3333 ja C: 1/9 = 0,1111. Seikka johtuu koalitiolohkon 2 pelaajyhdistelmistä, joissa diktaattori äänestää tyhjää (tai jättää äänestämättä) siirtäen näin äänestettävän asian ratkaisun muille. Tilanne on SVG -peleistä poikkeava myös sBz -indeksin suhteen. EPW indeksi-arvot ovat A: 9/13 = 0,6923, B: 3/13 = 0,2308 ja C: 1/13 = 0,0769. Toisin sanoen, diktaattorin äänivalta ei ole yksi ja tämän lisäksi muillakin pelaajilla on äänestysvaltaa. Kun pelaajyhdistelmiä ja sBz -indeksin laskutapaa pohtii hieman tarkemmin, on helppo huomata, että sBz -indeksin osalta kaikilla pelaajilla on aina väistämättä vähintään yksi kriittinen poistuma tilanteessa, jossa kaikki muut pelaajat äänestävät tyhjää. Näin TVG- ja SVG -pelien välillä ei ole suoraa analogiaa ns. dummy -pelaajien suhteen. Päätöksentekoielman pelaajamäärän kasvaessa dummy -tyyppisen pelaajan sBz -indeksi-arvo kylläkin lähenee (nopeasti) nollaa. Diktaattoria ajatellen tämän indeksi-arvo ei sBz -mielessä myöskään voi koskaan olla yksi, koska kaikilla muilla on vähintään yksi kriittinen poistuma. Päätöksentekoielman koon kasvaessa diktaattorin sBz -äänestysvalta lähestyy kuitenkin ykköstä.

Vertailun vuoksi taulukossa 4 näkyvät edellisten esimerkkipelien tulokset. Tärkein havainto on se, että eri pelien tulokset poikkeavat toisistaan. Kol-

Taulukko 4. Äänestyspelin (2, 1, 1) SVG- ja TVG -versioiden sekä TVG -diktaattoripelin (4, 2, 1) aBz- ja sBz -valtaindeksi-arvot

| Äänet | SVG | | TVG taulukko 1 | | TVG taulukko 2 | | TVG diktaattori | |
|-------|------|-----|----------------|--------|----------------|--------|-----------------|--------|
| | aBz | sBz | aBz | sBz | aBz | sBz | aBz | sBz |
| 2 | 0,75 | 0,6 | 0,8889 | 0,5714 | 0,5556 | 0,5556 | 1 | 0,6923 |
| 1 | 0,25 | 0,2 | 0,3333 | 0,2143 | 0,2222 | 0,2222 | 0,3333 | 0,2308 |
| 1 | 0,25 | 0,2 | 0,3333 | 0,2143 | 0,2222 | 0,2222 | 0,1111 | 0,0769 |

mannen äänestysstrategian lisäämisellä on merkitystä äänivallan jakautumisen kannalta. Mikäli vertaamme SVG- ja suhteellisten TVG -peliin tuloksia toisiinsa huomaamme, että aBz -indeksillä mitaten kahden äänen pelaajan äänivalta on suurempi kolmen strategian peleissä. Vastaavasti myös yhden äänen pelaajien äänivalta kasvaa. Suhteellisella indeksillä sBz mitaten puolestaan kahden äänen pelaajan indeksi-arvo laskee ja yhden äänen pelaajien vastaavasti marginaalisesti kasvaa. Mikäli päätössääntö on kiinteä, huomaamme, että tulokset ovat yhtenevät kummallakin indeksillä mitaten. Verrattuna kahteen edelliseen muunnokseen indeksi-arvot ovat kahden äänen pelaajalla pienempiä ja yhden äänen pelaajilla marginaalisesti suurempia. TVG -diktaattoripelin tulokset on analysoitu jo yllä.

Tarkastelen lopuksi yksittäisten pelaajien äänestysvallan ohella vielä Colemanin (1971) päätöksentekokoelimen kokonaisuutena päätöksentekoon mittaavaa indeksiä. SVG -kontekstissa indeksin minimi on tilanteessa, jossa päätökseen vaaditaan yksimielisyys ja jolloin vain yksi pelaajajyhdistelmä joukosta 2^n-1 (jossa n on pelaajien lukumäärä ja jossa tyhjää koalitiota ei huomioida) on voittava. Indeksien maksimi on puolestaan siinä hypoteettisessa tilanteessa, jossa kaikki pelaajajyhdistelmät ovat voittavia. Luonnollisesti vaikkapa parlamenttien päätöksenteossa on niin, että äänestyksissä voi olla vain yksi voittava koalitiio kerrallaan. Tämän vuoksi päätössääntönä käytetäänkin yksinkertaista tai laadullista enemmistöä. Edellinen rajoite huomioiden indeksi ei voi saada korkeampia arvoja kuin 0,5. Aiempana esittämäni SVG -esimerkin kollektiivi-indeksien arvo saadaan jakamalla voittavien yhdistelmien lukumäärä kaikkien yhdistelmien lukumäärällä, ts. $3/(2^3-1) = 0,4286$. Suora analogia TVG -peleihin on suorittaa sama lasku-

toimitus, mutta huomioida nimittäjässä pelaajajyhdistelmien suurempi määrä (3^n-1). Näin saamme taulukon 1 esimerkissä TVG kollektiivi-indeksin arvoksi $11/(3^3-1) = 0,4231$. Taulukon 2 esimerkissä saamme vastaavasti $3/(3^3-1) = 0,1154$, joten taulukon 2 esimerkissä päätöksentekokoelimen päätöksentekokyky on huomattavasti edellistä vaatimatonta. Yllä mainitun maksimiarvonsa Colemanin kollektiivi-indeksi saa taulukon 3 diktaattoripelissä, koska $13/(3^3-1) = 0,5$.

Yhteenveto

Tutkimuksen tulokset, jotka ovat kolmen strategian äänestyspeliin perustutkimusta, voidaan kiteyttää seuraavasti: Aiemmassa kirjallisuudessa esitettyä (Morrissin) TVG -laskentaperiaatetta kehitettiin kahden esimerkin valossa siten, että aiemmin puuttuneet kriittisten poistumien määrittely ja tähän liittyen sBz ja aBz valtaindeksien laskentatapa havainnollistuivat. Esitetyistä esimerkeistä, jotka ovat artikkelin keskeinen kontribuutio, ilmeni, että Morrissin laskentatapa vaikuttaisi olevan identtinen Felsenthalin ja Machoverin toisaalla esittämän ja formalisoiman laskentatavan kanssa. Poiketen SVG -peleistä TVG -peleissä päätössääntö voitiin määrittellä ainakin kahdella tavalla, joko suhteellisena enemmistönä annetuista äänistä tai eräänlaisena kiinteänä päätössääntönä päätöksentekokoelimen kaikista äänistä. Nyt esitettyjä yksinkertaisia taulukkomuotoisia TVG -analyysyjä en ole tavannut aiemmassa tutkimuskirjallisuudessa. Muihin havaintoihin kuuluu se, että SVG -kontekstissa toimivat muuntokaavat ns. EPW- ja aBz -indeksien välillä toimivat myös TVG -kontekstissa. Havaittiin myös, että TVG -diktaattoripelissä on ominaisuuksia, joita ei SVG -kontekstissa esiinny. Diktaattorin

äänivalta ei välttämättä ole yksi, eikä muiden pelaajien äänivalta vastaavasti nolla. Lopuksi esitettiin suora analogia ja laskentaesimerkki Colemanin päätöksentekoaikojen kokonaiskykyä päätöksentekoon mittaavasta indeksistä TVG-kontekstissa.

Mitä tulokset merkitsevät äänestysvallan mittaamisen kannalta? Ensinnäkin on selvää, että tyhjän äänestämisen kolmantena äänestysvaihtoehtona on teknisessä mielessä merkitystä, koska eri laskentaesimerkkien tuottamat äänestysvallan jakaumat poikkesivat toisistaan. Toiseksi, nyt esitettyjen esimerkkien myötä ilmeni muutamia kolmen strategian äänestyspelien ominaisuuksia, joita ei aiemmin ole raportoitu. Eräs mielenkiintoinen tulos liittyy juuri diktaattoripeleihin, koska diktaattorin ja dummy-pelaajien luonne näyttäisi poikkeavan TVG-kontekstissa aiemmin totutusta. En tässä tutkimuksessa käsitellyt ns. valtaaindeksien paradokseja (ks. esim. Felsenthal ja Machover 1998) TVG-pelien yhteydessä. Myöskään kirjallisuudesta ei löydy mainintoja asiasta. Paradokseihin ja TVG-peleihin liittyvät kysymykset ovat näin toistaiseksi avoimia. Aiheen kartoittaminen vaatisi epäilemättä oman tutkimuksensa.

Vaikkapa eduskuntaa ja useita muita parlamentteja ajatellen äänestysvallan mittaaminen TVG-pelinä on perusteltua, koska tavallisissa lakiäänestyksissä tyhjän äänestäminen on sallittua. Oletin yllä, että kaikkien kolmen äänestysvaihtoehdon todennäköisyys äänestäjillä olisi yhtä suuri. Eduskunnan osalta tiedämme kuitenkin käytännössä, että tyhjän äänestäminen on verrattain harvinaista. Tähän perustuen Morriss esittää, että eri äänestysvaihtoehdoille pitäisi määrittellä jotenkin käytännön osoittamat todennäköisyydet. Tämä on varsin luonnollinen ajatus, mutta näin menetellen siirrytään pois puhtaan *a priori* tarkastelun piiristä.

Yllä tarkastellulla, varsin vähän tutkitulla äänestysvallan osa-alueella on edelleen avoimia ongelmia ja kysymyksiä. Eräs niistä on se, miten läheistä sukua Felsenthalin ja Machoverin TVG-pelit sekä Brahamin ja Steffenin AVG-pelit ovat toisilleen. Pelien määrittelyt poikkeavat melkoisesti toisistaan, mutta on mahdollista, että molemmat pelityypit laskevat lopulta samoja kriittisiä poistumia. Itse asiassa alustava analyysi TVG-valtaaindeksejä laskevan tietokoneohjelman parissa sekä Lindnerin (2008) tulokset ovat antaneet viitteitä tähän suuntaan. Myös jonkinlainen kolmen strategian valtaaindeksien laskentaohjelma olisi hyvä olla olemas-

sa, koska jo eduskunnan kokoinen päätöksentekoaikojen (8 eduskuntaryhmää eli pelaajaa) on TVG-mielessä laskennallisesti hyvin haastava tehtävä suuren pelaajajyhdistelmämäärän vuoksi. Mikäli TVG- ja AVG-pelien välillä on mainittu yhteys, voitaisiin ehkä selvittää sillä, että AVG-peleinä analysoituna ao. ohjelman ei tarvitsisi laskea kuin joukko tavallisia SVG-pelejä, mihin laskentaongelmaan on nykyisin olemassa tehokkaat työkalut. Ongelmaksi saattaa tosin muodostua se, että analysoitavien SVG-pelien joukko kasvaa räjähdysmäisesti. Toisaalta, TVG-pelejä saatettaisiin mahdollisesti kyetä ratkomaan tehokkaasti, mikäli formaalien potenssisarjojen joukosta löytyisi generoiva funktio, jonka avulla mahdollisten pelaajajyhdistelmien analysointia ei tarvitsisi tehdä, kuten tilanne on nykyisin SVG-pelien suhteen.

LÄHTEET

- Banzhaf, J. 1965. Weighted Voting Does not Work: A Mathematical Analysis. *Rutgers Law Review* 35, 317–343.
- Braham, M. ja Steffen, F. 2002. Voting Power in Games with Abstentions. Teoksessa Holler, M., Kliemt, H. Schmidtchen, D. ja Streit, M. (toim.), *Power and Fairness*, Jahrbuch für Neue Politische Ökonomie, vol. 20. Tübingen: Mohr Siebeck, 333–348.
- Coleman, J. 1971. Control of Collectivities and the Power of a Collectivity to Act. Teoksessa Lieberman (toim.) *Social Choice*. New York: Gordon & Breach, 269–300.
- Dubey, P. ja Shapley, L. 1979. Mathematical Properties of the Banzhaf Power Index. *Mathematics of Operations Research* 4:2, 99–131.
- Felsenthal, D. ja Machover, M. 1997. Ternary Voting Games. *International Journal of Game Theory* 26:3, 335–351.
- Felsenthal, D. ja Machover, M. 1998. *The Measurement of Voting Power*. Cheltenham: Edward Elgar.
- Felsenthal, D. ja Machover, M. 2001a. The Curious Case of the Absent Abstention. Teoksessa Holler, M. ja Owen, G. (toim.), *Power Indices and Coalition Formation*. Boston/Dordrecht/London: Kluwer.
- Felsenthal, D. ja Machover, M. 2001b. Misreporting rules. *Homo oeconomicus* 17:4, 371–390.
- Felsenthal, D. ja Machover, M. 2002. Comment on Braham and Steffen. Teoksessa Holler, M., Kliemt, H. Schmidtchen, D. ja Streit, M. (toim.), *Power and Fairness*, Jahrbuch für Neue Politische Ökonomie, vol. 20. Tübingen: Mohr Siebeck, 349–353.
- Fishburn, P. 1973. *The Theory of Social Choice*. Princeton: Princeton University Press.
- Freixas, J. ja Zwicker, W. 2003. Weighted voting, abstention, and multiple levels of approval. *Social Choice and Welfare* 21, 399–431.
- Lindner, I. 2004. Power Measures in Large Weighted Voting Games. Väitöskirja. Hampurin yliopisto.
- Lindner, I. 2008. A Special Case of Penroses's Limit Theorem when Abstention is Allowed. *Theory and Decision* 64, 495–518.

- Morriss, P. 1987. *Power: A Philosophical Analysis*. Manchester: Manchester University Press.
- Nevison, C. 1979. Structural Power and Satisfaction in Simple Games. Teoksessa Brams, S. J, A. Schotter ja Schwödiauer, G. (toim.), *Applied Game Theory: Proceedings of a Conference at the Institute for Advanced Studies*. Vienna, June 13-16, 1978. Physica-Verlag: Wurtsburg-Wien, 39–57.
- Nevison, C., Zicht, B. ja Schoepke, S. 1978. A Naive Approach to the Banzhaf Index of Power. *Behavioral Science* 23, 130–131.
- Pajala, A. 2002. *Expected Power and Success in Coalitions and Space: Empirical Voting Power in 17 European Parliaments and the Council of the EU*. Annales Universitatis Turkuensis, Ser. B, Tom. 253.
- Penrose, L. S. 1946. The Elementary Statistics of Majority Voting. *Journal of the Royal Statistical Society* 109, 53–57.
- Rae, D. 1969. Decision-Rules and Individual Values in Constitutional Choice. *American Political Science Review* 63, 40-56.
- Shapley, L. 1953. A Value for n-Person Games. *Annals of Mathematics Study* 28, 307–317.
- Shapley, L. ja Shubik, M. 1954. A Method of Evaluating the Distribution of Power in a Committee System. *American Political Science Review* 48:3, 787–792.

VIITTEET

- 1 Kiitän artikkelin anonyymiä arvioijaa lukuisista korjaus- ja parannusehdotuksista käsikirjoituksen aiempaan versioon.
- 2 Neuvoston äänestyksissä käsiteltävänä on ainoastaan yksi ehdotus. Ponnnet, jotka eduskunnassa äänestytettäisiin ensin toisiaan vastaan, on neuvostossa käsitelty jo alemman tason neuvotteluissa.
- 3 Felsenthal ja Machover (1998, 289, teoreema 8.3.9) esittävät lähes vastaavan muuntokaavan. Teoreemalle esitetään myös todistus. Erona on, että muuntokaavassa käytetään pelaajan A osalta kaikkia taulukon 1 koalitiolohkoja. Näin Felsenthalin ja Machoverin EPW -versiossa huomioidaan myös koalitiolohko 2, jonka Morriss sulkee tarkastelun ulkopuolelle.
- 4 Felsenthal ja Machover (1998) analysoivat nimenomaan YK:n turvallisuusneuvostoa TVG –kontekstissa.