Kenttätykistön ammunnan tarkkuudesta

Kirjoittanut yleisesikuntaeverstiluutnantti L K a j e

1. Johdanto

Toimiessani ampumateknillisen toimiston päällikönä katsoin välttämättömäksi aloittaa eräitä ampumamenetelmien kehittämisen kannalta tarpeellisia, teoreettiselta pohjalta lähteviä perustöitä, joiden valmistuminen kuitenkin on toisiin tehtäviin siirtymisen vuoksi viivästynyt. Tämän kirjoituksen yhteydessä esitetty teoria sisältyy pääpiirteissään laatimaani tutkielmaan "Kenttätykistön tarkistusammunnan teoria". Laskelmien pohjana käytetty materiaali löytyy joko em tutkielmasta tai osittain myös tutkimuksesta "Sää ja ammunta."

Tarkastelun ensimmäisenä kohteena on ammunnan valmistelun virheellisyyden tutkiminen ja siihen liittyen myös iskemäkeskipisteen virheiden tutkiminen ilman tarkistusammunnan suorittamista. Toisena pääkohteena ovat hajontakysymykset. Taulukkojen muodossa esitetyt tulokset on tarkoitettu koskemaan meikäläistä kenttätykistöä keskimääräisissä sodanmukaisissa olosuhteissa. Tulokset eivät siis voi päteä tarkoin minkään tykkimallin suhteen, mutta antanevat riittävän tarkan yleiskuvan tutkimuskohteina olevista seikoista.

Voidaan kysyä, onko teoreettiselta pohjalta lähtevä em seikkojen tutkiminen lainkaan tarpeellista. Tähän on vastattava, että pitkäaikaiseen kokemukseenkin perustuvat käsitykset ovat vajavaisia ja virheellisiäkin ilman teoreettista, matemaattista pohjaa. Vasta sen avulla saavutamme keinot ratkaista, mihin tarkkuuteen voimme päästä ja mihin siis kannattaa myös pyrkiä. Nimenomaan parannusten suunnitteleminen ja kehittäminen edellyttää teoreettisten perusteiden tuntemista. Helposti syntyvistä harhakäsityksistä otettakoon yksinkertainen esimerkki. Alempana osoitetaan, että ammunnan valmistelun (ja vastaavan iskemäkeskipisteen) virhe on patteristolla keskimäärin pienempi kuin patterilla ja tällä taas pienempi kuin tykillä. Useat henkilöt näyttävät aluksi epäilevän tällaista väitettä, joka teoriaan tutustuttua on aivan ilmeinen. Jos kysyisimme, miten jollekin yksityiselle patterille ominainen lähtönopeusvirhe vaikuttaa patteriston iskemäkeskipisteen virheeseen ja miten patteriston hajontaan, emme melko varmasti saisi vastausta, joka todella valaisisi asiaa. Tätä ei sovikaan ihmetellä. Alempana esitettyihin kaavoihin syventymällä on vastaus kuitenkin helposti muovailtavissa.

Teoriaa ei ole laajennettu koskemaan suurempaa yksikköä kuin patteristoa. Lisäksi on laskelmissa oletettu, että patteriston asema-alue on suppea, joten patterien ampumasuunnat eivät poikkea kovin paljon toisistaan. Taulukoissa esitetyt tulokset muuttuvat ainakin jossain määrin, jos patterit on sijoitettu maastoon hyvin hajalleen.

Tarkistusammuntojen suorittamista pidetään säännönmukaisena vaatimuksena ennenkuin ryhdytään vaikutusammuntoihin. Tarkistuskorjausta käyttäen suoritettujen ammuntojen virheellisyyttä emme tässä yhteydessä kuitenkan voi käsitellä. Hajontaa koskevat laskelmat kelvannevat kuvaamaan tilannetta silloinkin, kun tarkistusammunnat on suoritettu. Kuitenkin on tähdennettävä, että yleistarkistus on omiaan tehokkaasti eliminoimaan pois ne tapaukset, jolloin esiintyisi tavallista suurempia patteriston hajontoja.

Suomen kielen matemaattinen ja tilastosanasto on toistaiseksi osittain vakiintumaton. Eräitä sotilaskieleen hyvin sopivia määritelmiä on V J Oinosen v 1953 valmistuneessa "Sotilaskielen sanakirjassa". Edelleen on v 1954 ilmestynyt "Pohjoismainen tilastosanasto". Kumpainenkaan ei ole sotilastarkoituksiin riittävän täydellinen. Tässä kirjoituksessa käytetään nimityksiä keskivirhe, keskimääräinen virhe ja todennäköinen virhe puhuttaessa valmistelun ja ammunnan iskemäkeskipisteen virheistä, jotka mitataan maalipisteestä. Hajonnan yhteydessä käytetään vastaavasti nimityksiä keskipoikkeama, keskimääräinen poikkeama ja todennäköinen poikkeama. Nämä poikkeamat mitataan iskemäkeskipisteestä. Em. virheistä tai poikkeamista käytetään yhteisenä nimityksenä sanontaa tilastollinen virhe tai poikkeama. Keskivirheen (m), keskimääräisen virheen (k) ja todennäköisen virheen (t) sekä vastaavien poikkeamien kesken vallitsee, jos jakautuma on normaali, seuraava yleisesti tunnettu likimääräinen yhteys

$$t = 0.845\,k = 0.675\,m$$

Tästä seuraa, että alempana esitetyt keskivirheille tai -poikkeamille johdetut kaavat sopivat myös muille tilastollisille virheille tai poikkeamille, sillä em. ehtoa (normaali jakautuma) voimme pitää täytettynä. Virheiden määritelmät selvenevät liitteestä.

Edellisten lisäksi tarvitsemme eräitä uusia käsitteitä, joiden havainnollistaminen vaatii lisäselvityksiä.

Keskimääräisiin sodanmukaisiin olosuhteisiin katsomme kuuluvan, että patteristot ovat osallistuneet taisteluihin jo pitemmän ajan. Ne ovat tehneet parhaansa saadakseen tulensa tarkaksi, mittauksia on jatkuvasti tarkistettu, ampumatarvikkeita on yritetty suojella kosteuden vaikutukselta ja lämpötilan vaihteluilta, tulen koossapysymiseen kiinnitetty huomiota jne. Tästä huolimatta on selvää, ettei täysin virheettömiä ammuntoja pystytä suorittamaan edes tarkistusammuntojenkaan perusteella, jos käytämme ankaria arvosteluperusteita. Ruudista johtuvia lähtönopeuseroja ei voida tarkasti selvittää; usein on erien suuren lukumäärän vuoksi tyydyttävä varsin likimääräisiin tuloksiin. Säätiedot ovat sitä virheellisempiä, mitä vanhempina patteristot joutuvat niitä käyttämään. Taistelutilanne vaatii osallistumista ammuntoihin riippumatta siitä, mikä aste koordinaattimittausten tarkuudessa on saavutettu. Luetteloa lienee tarpeetonta jatkaa. Kaikista näistä ja monista muista syistä johtuu, että ampumatarkkuudella on käytännössä rajansa, joiden alittaminen vaatii kohtuuttomasti ponnistuksia, on taloudellisesti kannattamatonta, kuluttaa liiaksi aikaa tai on suorastaan mahdotontakin. Tässä yhteydessä lienee paikallaan sananen luonnollisesta hajonnasta, joka asettaa rajat kaikille tarkkuuspyrkimyksille muuallakin. Valaisevana esimerkkinä ampumatoiminnan alalta on tykkikohtainen hajonta. Ennen ammuntoja voimme siihen jossakin määrin vaikuttaa mm erinäisillä huoltotoimenpiteillä, mutta ampuva patteristo on sen suhteen täysin voimaton. "Hajonnan perässä ei saa juosta", on vanha sääntö, jota usein rikotaan. Tämä sääntö on syytä muistaa kaikessa muussakin.

Tarkastelemme patteristoa, joka on suorittanut valmistelut jonkin tietyn maalin ampumista varten. Koko patteristo käyttää samaa ruutierää ja samaa sääsanomaa. Mahdollinen virhe ruutierän lähtönopeuserossa ja sääsanomassa aiheuttaa ilmeisesti sen, että koko patteristo ampuu samalla tavoin virheelisesti. Nimitämme tällaista koko patteristolle yhteistä virhettä p a t t e r i s t o n o m i n a i s v i r h e e k s i ko maalissa. Ominaisvirhe voi ilmetä sekä m a t k a v i r h e e n ä, jos käytetty matka (korotus) on virheellinen, että myös s i v u v i r h e e n ä. Kunkin tulipatterin puitteissa esiintyy vastaava ilmiö. Kullakin patterilla on siis edellisen lisäksi p a t t e r i k o h t a i n e n ominaisvirheensä, ja ennakolta voimme pitää selvänä, että nämä patterien ominaisvirheet ovat toisistaan riippumattomia, sillä kaikki komponentit, joiden suhteen tällaista riippuvuutta esiintyy, on sisällytettävä patteriston ominaisvirheeseen. Edelleen voimme päätellä, että myös t y k k i k o h t a i s i a ominaisvirheitä täytyy esiintyä, ja nekin ovat riippumattomia toisistaan sekä myös edellä esitetyistä muista ominaisvirheistä.

Jos vastaava ampumatehtävä kuin edellä annetaan joukolle muita patteristoja, jotka sijaitsevat kukin eri paikassa, ja ammunta tapahtuu erilaisissa säätiloissa, käytetään toisia ruutieriä jne, esiintyvät edellä luetellut ominaisvirheet myös kaikissa näissä tapauksissa, mutta ymmärrämme hyvin, että nämä virheet ovat täysin riippumattomia alussa käsitellyn patteriston ominaisvirheistä.

Edellä käsitellyillä ominaisvirheillä on niiden satunnaisluonteesta huolimatta asteettain lisääntyviä systemaattisia piirteitä, eniten patteriston ominaisvirheellä. Jäljellä on vielä virhelaji, jota voimme kaikissa suhteissa pitää täysin satunnaisena. Se on t y k k i k o h t a i n e n h a j o n t a, johon emme voi millään tavoin vaikuttaa. Ammunnan valmistelun virheeseen ei tämä hajonta vaikuta, mutta iskemäkeskipisteen virheessä se kylläkin tuntuu sitä enemmän, mitä vähäisempi on käytetty laukausmäärä.

Kukin edellä lueteltu ominaisvirhe on koostunut lähtönopeusvirheiden, säävirheiden, koordinaattivirheiden jne vaikutuksista, jotka jälleen ovat toisistaan riippumattomia. Virheiden yleinen, ainakin tietystä asteesta alkava satunnaisuus helpottaa huomattavasti seuraavassa alkavaa matemaattista käsittelyä.

2. Teoria

a) Ammunnan valmistelu

Käytämme alempana virheistä yleisesti sekä myös niiden tilastollisista arvoista (keskivirhe, keskimääräinen virhe ja todennäköinen virhe) seuraavia merkintöjä:

patteriston	ominaisvirhe	A
patterin	—„—	B
tykin	—„—	C
tykkikohtainen hajonta		d

Hajontaa merkitsemme pienellä kirjaimella erotukseksi ominaisvirheistä, jotka em puitteissa ovat yhdessä ammunnassa systemaattisia, muuten satunnaisia (muuttuminen satunnaiseksi tapahtuu todellisuudessa asteittain, mikä ei kuitenkaan vaikuta alempana esitettyihin tuloksiin). Tarvitsemme vielä seuraavia merkintöjä:

patteriston	patterien luku	m
—„—	tykkien —„—	n

Käsittelemme tässä vain matkavirheitä. Liitteessä esitetyn johdon perusteella saamme valmistelun keskivirheelle lausekkeen

$$(1) \quad \Delta X = \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{m} + \frac{C^2}{n}}$$

Yhtälö pätee myös muille tilastollisille virheille. Patteriston matkavirheen ($\Delta X'''$), patterin matkavirheen ($\Delta X'$) ja tykin matkavirheen (ΔX_{tki}) saamme yksinkertaisimmin merkitsemällä: patteristo m = 3, n = 12, patteri m = 1, n = 4 ja tykki m = n = 1. Tällöin saamme seuraavat valmistelun tilastolliset virheet:

$$\Delta X''' = \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{3} + \frac{C^2}{12}}$$

$$(1)' \quad \Delta X' = \sqrt{A^2 + B^2 + \frac{C^2}{4}}$$

$$\Delta X_{tki} = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

Patteriston virhe on siis pienempi kuin patterin ja tämä taas pienempi kuin tykin virhe.

Patteriston kannalta katsottuna on kokonaisvirheen pienentämiseksi tärkeintä saada patteriston ominaisvirhe (A) mahdollisimman pieneksi. Tykkien ominaisvirheillä (C) ei ole mainittavaa vaikutusta lopputulokseen.

Patterin kannalta tarkastellen on patteriston ja patterin ominaisvirheillä yhtä suuri merkitys lopputuloksessa. Tykkien ominaisvirheillä on vähäisempi mutta kuitenkin suurempi merkitys kuin edellisessä tapauksessa.

Yhden tykin kannalta katsoen on kaikilla virheillä (A, B ja C) yhtä suuri merkitys lopputuloksessa.

Jos valmistelun perusteella myös ammutaan, kasvavat virheet tykkikohtaisen hajonnan vuoksi. Jos ammuttujen laukausten lukumäärä on 1, saadaan ammunnan iskemäkeskipisteen matkavirheelle yleinen lauseke

$$(2) \quad \Delta X_i = \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{m} + \frac{C^2}{n} + \frac{d^2}{l}}$$

Jos laukausten lukumäärä on hyvin vähäinen, voi virhe hajonnan vuoksi kasvaa edelliseen tapaukseen verrattuna tuntuvasti. Ero on yleensä kuitenkin pieni. Yhden laukauksen matkavirheeksi saamme erikoisesti (m = n = 1 = 1)

$$(3) \quad \Delta X_{1s} = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + d^2}$$

Valmistelun virheitä esittäviä lausekkeita voimme sieventää ja on tämä suotavaakin, sillä nimenomaan patteriston puitteissa emme yleensä halua kiinnittää suurempaa huomiota yksityisiin tykkeihin. Merkitsemällä

$$(4)\qquad B' = \sqrt{B^2 + \frac{C^2}{4}}$$

saamme uuteen patterin ominaisvirheeseen sisältymään myös tykkien ominaisvirheiden vaikutukset. Sijoittamalla saamme

$$(1)''\qquad \begin{aligned} \Delta X''' &= \sqrt{A^2 + \frac{B'^2}{3}} \\ \Delta X' &= \sqrt{A^2 + B'^2} \end{aligned}$$

Tässä huomautettakoon, että myös ominaisvirhe A on käsitettävissä yhdistämisen tulokseksi. Jos laajentaisimme teorian tykistöryhmää käsittäväksi, olisi osa A:sta lohkaistava ryhmän ominaisvirheeseen liitettäväksi.

Täydennämme vielä käsittelyä iskemäkeskipisteen virheen osalta. Jos se määritetään havaintojen perusteella, tulee mukaan lisävirhe (f), mikä johtuu joko suoranaisista havaintovirheistä tähystettäessä tai myös maaston epätasaisuuksista. Lauseke (2) saa tässä tapauksessa muodon

$$(5)\qquad \Delta X_h = \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{m} + \frac{C^2}{n} + \frac{d^2 + f^2}{l}}$$

Tällöin on edellytetty, että jokainen laukaus mitataan erikseen ja käytetään keskiarvoa. Keskeisarvon (keskusarvon) käyttö johtaa hyvin mutkikkaisiin virhelaskelmiin, jotka tässä ottaisivat liiaksi tilaa.

Emme käsittele tarkemmin sivuvirheiden teoriaa. Yllä esitettyjä kaavoja voidaan soveltaa myös niihin.

b) Hajonta

Valmistelun tai iskemäkeskipisteen virhe ja hajonta ovat tilastollisina suureina riippuvuussuhteessa keskenään. Riippuvuus ei kuitenkaan ole täydellinen, sillä suure A ei vaikuta hajontaan (paitsi siirryttäessä tykistöryhmän puitteisiin). Valmistelun virhe taas on riippumaton suureesta d, mikä tyypillisimmin edustaa luonnollista hajontaa, johon korjauksilla ei pystytä. Suureet B ja C vaikuttavat sekä valmistelun virheeseen että hajontaan. Riippuvuuden laatu selvenee tarkemmin alempaa.

Hajontailmiöllä tarkoitamme yleisesti iskemien ominaisuutta jakautua iskemäkeskipisteen (tarkemmin: ammunnan valmistelun määrittämän iskemäkeskipisteen, joka on laukausluvusta riippumaton) ympärille ns hajonta-alueelle. Numerollisesti hajonta voidaan ilmaista, paitsi keski-, keskimääräisenä tai todennäköisenä poikkeamana, myös laukausluvusta ym seikoista riippuvana hajonta-alueen keskimääräisenä pituutena (kokonaishajontana).

Patteristossa on "valitettavasti" vain 3 patteria, patterissa vain 4 tykkiä ja patteristossakin vain 12 tykkiä. Tästä on seurauksena ,että yhdessä ammunnassa, myös tuli-iskussa, pyrkii ominaisvirheiden vuoksi näkymään 3-jakautuma patterien luvun mukaan, edelleen patterin puitteissa 4-jakautuma tykkien luvun mukaan. Iskemien sivujakautumaa tasoittaa yhdensuuntaisen viuhkan käyttö. Yhdessä ammunnassa ei siten voida väittää esiintyvän normaalia iskemäjakautumaa, vaikkakin tämä jakautuma ilmeisesti tulee esille lukuisien, eri patteristoilla suoritettujen ammuntojen yhteistuloksena. Y h d e n a m m u n n a n h a j o n t a k u v i o o n e p ä m ä ä r ä i n e n. Siinä on iskemätihentymiä jokseenkin sattumanvaraisesti, kuitenkin iskemäkeskipisteen ympäristössä useammin kuin muualla. Tulen tehoa arvioitaessa voidaan jopa olettaa, että hajonta-alueen keskiosassa on osuman saamisen mahdollisuus sama koko alueella (joka paikassa on yhtä vaarallista tai vaaratonta oleskella).

Pituushajonnalle (sen keskipoikkeamalle) saadaan johdettua seuraava lauseke

$$(6) \quad h = \sqrt{\frac{m-1}{m} B^2 + \frac{n-1}{n} C^2 + d^2}$$

Merkinnät ovat edellisen perusteella tunnettuja. Sijoittamalla arvot m ja n saamme patteriston (h'''), patterin (h') ja tykin (h_{tki}) hajonnoiksi

$$h''' = \sqrt{\frac{2}{3} B^2 + \frac{11}{12} C^2 + d^2}$$

$$(6)' \quad h' = \sqrt{\frac{3}{4} C^2 + d^2}$$

$$h_{tki} = d$$

Tilanne on nyt päinvastainen kuin edellisessä kohdassa esitettyjen valmistelun virheiden suhteen sikäli, että patteriston hajonta on suurempi kuin patterin ja tämä taas suurempi kuin tykin hajonta. Kuten näemme puuttuu patteriston ominaisvirhe yhtälöistä kokonaan (ja valmistelun virheistä taas puuttuu tykkikohtainen hajonta d). Tykkikohtainen hajonta on sitä vastoin kaikissa sellaisenaan mukana. Virheiden B ja C suhteen on asiallisesti oikein yhteenvetona mainita:

Patterin ominaisvirheestä B vaikuttaa

— patteriston valmistelun virheessä kolmannes ja hajonnassa kaksi kolmannesta
— koko virhe patterin ja tykin valmistelun virheissä, mutta ei lainkaan näiden hajonnoissa.

Tykin ominaisvirheestä C vaikuttaa

— patteriston valmistelun virheessä kahdestoista osa ja muut yksitoista osaa hajonnassa
— patterin valmistelun virheessä neljännes ja kolme neljännestä hajonnassa
— koko virhe tykin valmistelun virheessä, mutta ei lainkaan hajonnassa.

Virheistä (muodollisesti niiden neliöistä) sisältyy siis aina tietty murto-osa valmistelun virheeseen ja loput hajontaan. (Virheiden neliöt antavat vertailussa oikean kuvan niiden "massasisällöstä", eivät virheet itse). Valmistelun virheen ja hajonnan riippuvuus voidaan (1)':n, (3):n ja (6)':n perusteella ilmaista myös seuraavasti

$$(7) \qquad \Delta X'''^2 + h'''^2 = \Delta X'^2 + h'^2 = \Delta X^2_{tki} + d^2 = \Delta X^2_{ls}$$

Valmistelun virheen ja hajonnan neliöiden summa on siis aina yhtä suuri kuin yhden laukauksen virheen neliö (kysymyksessä tilastolliset virheet). Viimeksi mainittu sitoo yhteen kaikki muut. Tulitoiminnan pienimmän elementin, valmistelun perusteella ammutun laukauksen virhe sisältää ikäänkuin pelkistettynä, yksinkertaisimmassa muodossaan kaikki osavirheet.

Sivuhajonta ei ole yksinomaan varsinaista hajontaa, koska esim yhdensuuntaisen viuhkan käyttö merkitsee tulen keinotekoista, tahallista hajottamista. Edellä esitetyt yhtälöt eivät päde sellaisinaan sivuhajonnan suhteen enempää kuin pituushajonnankaan suhteen siinä tapauksessa, että ammutaan tulipeitteitä. Tavotteena tulee olla, että sekä matkavirhe (ja sivuvirhe) että hajonta saadaan mahdollisimman pieniksi. Tarpeen mukaan suoritettaisiin tulen hajottaminen keinotekoisesti ja mahdollisimman tasaisesti. Jos tämä tavote likimäärin saavutetaan, merkitsee se tulen tehon kasvamista ammuttaessa sekä piste- että aluemaaleja.

Hajonta-alueiden pituuksille (kokonaishajonnalle) emme voi esittää täsmällisiä lausekkeita. Viitaten alempana esitettyihin laskelmiin voimme patteriston ja patterin iskujen hajonta-alueiden k e s k i m ä ä r ä i s i l l e pituuksille (H''' ja H') 10—30 sek lentoajoilla esittää seuraavat likimääräiset lausekkeet:

$$(8) \quad \begin{aligned} H''' &= 150 + 7{,}5\ T \\ H' &= 100 + 6\ T \end{aligned}$$

Edellä on T = lentoaika (sek) ja tulokset saamme metreinä.

Hajonta-alueiden leveydet riippuvat vain vähän ampumaetäisyydestä. Patteriston hajonta-alueen leveys näyttää mittausten perusteella olevan n 140—150 m ja patterin n 100 m. Edellä esitetyissä lausekkeissa (8) voimme siis katsoa ensimmäisten jäsenten esittävän hajonta-alueiden likimääräisiä leveyksiä.

Valmistelun tai korjatun tulen iskemäkeskipisteen virhe ja hajonta määrittävät yhdessä tulen peittoprosentin (osoittaa kuinka monta prosenttia aluemaalin pinta-alasta peittyy tulella) aluemaaleissa. Tämän seikan tarkasteleminen ottaisi liiaksi tilaa. Tyydymme seuraaviin yleisiin toteamuksiin :

— Mitä kootumpi tuli on (pieni hajonta), sitä suurempi osa iskemistä osuu maalialueelle (tilastollisessa mielessä, ei suinkaan kaikissa tapauksissa).

— Mitä hajotetumpi tuli on, sitä varmemmin koko maalialue peittyy tulella (joka tosin voi olla hyvin harvaa).

Edellä on esitetty kaksi eri suuntiin vaikuttavaa tekijää, joiden painavuus tulee pohdittavaksi harkittaessa esim tulipeitteiden käyttöä. Erikseen on arvosteltava, onko tulta levitettävä pituussuuntaan vaiko sivuille. Tällaisiin seikkoihin emme tässä voi kajota.

3. Laskelmat

a) Ominaisvirheiden arvot ja tykkikohtaisen hajonnan suuruus

Virhearvioinnin perusteiden yksityiskohtiin emme voi tässä puuttua. Ne on saatu tilastojen, haastattelujen ja omakohtaisen kokemuksen ja harkinnan nojalla. Tarkemmin voidaan asiaan perehtyä alussa mainittujen tutkielmien perusteella. Ominaisvirheiden koostuminen selvenee taulukosta 1, jossa virheiden yhdistäminen on suoritettu neliösummina.

Taulukko 1

Ominaisvirheitten koostuminen

(Keskimääräinen vaikutus matkassa, metreinä)

Virhekomponentti	Vaikutus eri lentoajoilla				
	10 sek	15 sek	20 sek	25 sek	30 sek
Pston ominaisvirhe					
Lähtönopeus	37	42,5	48	53,5	59
Sää	14	21	28	34,5	42
Koordinaatit	25	25	25	25	25
Korkeus	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5
Koko virhe (A)	49,5	56	63	70,5	78
Ptrin ominaisvirhe					
Lähtönopeus	23,5	27	30	33,5	37
Koordinaatit	16	16	16	16	16
Korkeus	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
Koko virhe (B)	29,5	32	35	38	41
Tykin ominaisvirhe					
Lähtönopeus	23,5	27	30	33,5	37
Koordinaatit	5	5	5	5	5
Korkeus	2	2	2	2	2
Koko virhe (C)	24	27,5	31	34	37,5

Kuten taulukosta 1 näemme, on varsinaisten koordinaattivirheiden ja korkeusvirheiden vaikutus otettu lentoajasta riippumattomaksi. Tämä edellyttää, että toimitaan ainakin jossain määrin pätevien karttojen varassa tai että mittaukset on suoritettu tyydyttävällä tarkkuudella. Korkeusvirheiden kannalta edellytetään panos valituksi siten, että tulokulma on suunnilleen sama kaikilla lentoajoilla (korkeusvirheen vaikutus sama). Edelleen kiinnittänee huomiota, että sään vaikutus näkyy vain patteriston ominaisvirheessä. Tämä johtuu siitä, että kaikki käyttävät samaa sääsanomaa ja piirroksista sekä tasoitteluista johtuvat lisävirheet on sisällytetty koordinaattivirheisiin.

Lähtönopeusvirheiden vaikutusten ylivoimaisuus ilmenee taulukosta selvästi. Mikäli pidämme niitä suurina, voimme olettaa näihin virheisiin sisältyvän osaksi tuntemattomia virhetekijötä, joiden vaikutus on suunnilleen saman tapainen kuin lähtönopeusvirheidenkin. Tällainen olettamus on puolustettavissa. Arvioinnissa ei nim ole voitu ottaa huomioon eräitä lähinnä ballistiseen kertoimeen vaikuttavia tekijöitä kuten esim ns tehdaserojen vaikutusta siitä yksinkertaisesta syystä, ettei tässä suhteessa ole riittävää kokemusta. Sikäli kuin ne vaikuttavat tykkikohtaiseen hajontaan, tulevat ne kuitenkin mukaan sen yhteydessä. Tuntemattomien virhetekijöiden vaikutuksesta lienee tässä yhteydessä syytä mainita muutama sana. Niiden mukaan ottamiseksi on yksinkertainen ja usein tehokas keino. Jos lopullinen kokonaisvirhe on esim tilaston perusteella tunnettu mutta osavirheet ovat epämääräisiä, on niitä koko ajan arvostellen suurennettava tai pienenettävä, kunnes kokonaisvirhe saa oikean suuruuden. Kaikki osavirheet on näin ollen tavallaan otettu huomioon, myös tuntemattomat. Kysymys on enää siitä onko ne otettu huomioon oikealla tavalla. Mitä enemmän osavirheitä on, sitä paremmin pienet erehdykset kompensoituvat ja varsinkin silloin, kun virheiden vaikutukset eivät kovin paljon poikkea toisistaan.

Mitä tykkikohtaiseen hajontaan (d) tulee, toteamme aluksi, että sen likiarvona (todennäköinen poikkeama) pidetään yleensä n 0,5 % ampumaetäisyydestä. Venäläisten taulukoiden mukaan (evl Torttilan tilasto) on todennäköinen poikkeama runsaan 3 km ampumaetäisyydellä 0,5 % pieneten senjälkeen 0,35 %:iin n 8 km ampumaetäisyydellä. Tässä kirjoituksessa käytetyissä laskelmissa vastasi eri lentoaikoja seuraavat ampumaetäisyydet: 10 sek — 3,7 km, 15 sek — 5,1 km, 20 sek — 6,4 km, 25 sek — 7,5 km ja 30 sek — 8,3 km. Venäläisten taulukkojen keskiarvot olivat n 0,5 km pienempiä paitsi viimeinen arvo, joka oli miltei sama. Katsomme alempana tykkikohtaisen hajonnan (todennäköisen poikkeaman) pienenevän arvosta 0,5 % 10 sek lentoajalla arvoon 0,4 % ampumaetäisyydestä 30 sek lentoajalla. Venäläisiin arvoihin menemiselle ei ole riittäviä perusteita meikäläisten ammusten vaihtelevien valmistusmenetelmien vuoksi. Pitämällä viherarvioinnissa perustana lentoaikoja (juuri ne esiintyvät oheisissa taulukoissa) eikä ampumaetäisyyksiä, mitkä sitäpaitsi vaihtelevat paljon, tulee yleiseen virhearviointiin vieläkin hieman "varmuutta" lisää (virheet suurenevat, koska hajonnan laskemisessa käytetyt keskimääräiset ampumaetäisyydet ovat suurempia kuin venäläisillä). Tykkikohtaista hajontaa emme tosin ota alempana mukaan matkavirheitä laskettaessa, koska pyrimme ilmaisemaan nimenomaan valmistelun virheet. Tykkikohtaisesta hajonnasta johtuvan ammunnan iskemäkeskipisteen heilahtelun esitämme eri taulukossa.

Johdannossa esitetyn periaatteen mukaisesti voidaan todennäköinen virhe laskea keskimääräisen perusteella ja päinvastoin. Taulukossa 2 esitetään yhteenvetona taulukosta 1 saatavat ominaisvirheet ja edellä sovitun tavan mukaan lasketut hajonnat sekä keskimääräisinä että todennäköisinä poikkeamina.

Taulukko 2

Ominaisvirheet ja tykkikohtainen hajonta (m)

a = keskimääräinen virhe
t = todennäköinen virhe

Komponentti	10 sek		15 sek		20 sek		25 sek		30 sek	
	a	t	a	t	a	t	a	t	a	t
A	49,5	42	56	47	63	53	70,5	59,5	78	66
	29,5	25	32	27,5	35	29,5	38	32	41	34,5
	24	20,5	27,5	23,5	31	26	34	28,5	37,5	31,5
d	22	18,5	28,5	24,5	34	29	37,5	32	39,5	33

Kuten taulukosta 2 näemme, on patteriston ominaisvirhe suurempi kuin muut. Komponenttien B, C ja d suuruudessa ei ole suuria eroja.

Seuraavat laskelmat suoritamme taulukon 2 perusteella.

b) Valmistelun virheet ja laukauksen virhe

Valmistelun virheet laskemme (1)':n perusteella ja laukauksen virheen (3):n perusteella. Tulokset näkyvät taulukosta 3.

Taulukko 3

Ammunnan valmistelun ja yhden laukauksen keskimääräinen (a) ja todennäköinen (t) matkavirhe metreinä

Yksikkö	10 (3,7)		15 (5,1)		20 (6,4)		25 (7,5		30 (8,3)	
	a	t	a	t	a	t	a	t	a	t
Psto	53	44,5	59,5	50	66,5	56,5	74,5	62,5	82,5	69.5
Ptri	59	50	66	56	73,5	62	82	69	90	76
Tki	62,5	52,5	70	59,5	78,5	66	87	73,5	96	81
Ls	66	56	76	64	85,5	72	94,5	80	103,5	87,5

Virheet jäävät yhtä poikkeusta lukuunottamatta alle 100 metrin. Virheiden suurentuminen yksikön pienentyessä näkyy selvästi, vaikka erot eivät olekaan suuria. Patteriston virhe on keskimäärin 67 m ja patterin 74 m, tykin 79 m ja laukauksen 85 m.

Saadaksemme käsityksen siitä, missä määrin iskemäkeskipiste heilahtelee tykkikohtaisen hajonnan vaikutuksesta erilaisilla laukausluvuilla, esitämme taulukon 4. Sen arvot lasketaan (2):n perusteella jättämällä pois kaikki muut juuren alla olevat jäsenet paitsi viimeistä. Kysymyksessä ovat tyypillisen iskun laukausmäärät: patteristo 72 ls, patteri 24 ls ja tykki 6 ls.

Taulukko 4

Tykkikohtaisesta hajonnasta johtuva iskemäkeskipisteen keskimääräinen (a) ja todennäköinen (t) heilahtelu ampumasuunnassa tuli-iskua vastaavilla laukausmäärillä metreinä

Yksikkö	10 sek		15 sek		20 sek		25 sek		30 sek	
	a		a	t	a	t	a		a	t
Psto	2,5	2	3,5	3	4	3,5	4,5	4	4,5	4
Ptri	4,5	4	6	5	7	6	7,5	6,5	8	7
Tki	9	7,5	11,5	10	14	12	15,5	13	16	13,5
(Ls)	(22)	(18,5)	(28,5)	(24,5)	(34)	(29)	(37.5)	(32)	(39,5)	(33)

Patterin virhe on puolet tykin virheestä ja patteriston vain noin kolmasosa samasta virheestä. Näiden virheiden merkitys taulukon 3 virheisiin liitettyinä on jokseenkin vähäinen. (Laukauksen virheisiin ei tule lisäyksiä).

Yhden laukauksen suurin todennäköinen virhe (87,5 m) taulukossa 3 kerrottuna 6:lla (tavanomainen 4:llä kertominen ei tässä riitä), siis n 500 m, on valmistellussa ammunnassa yleensä katsottava kaikilla lentoajoilla riittäväksi takeeksi siitä, ettei tulen avauksessa tätä varmuusetäisyyttä käyttäen saada lyhyitä laukauksia omaan etulinjaan. Täyttä varmuutta ei tämäkään anna (eikä sitä ehdottomassa mielessä ole olemassakaan), mutta lisäksi tulee kulloinkin avuksi kokemukseen perustuva patteriston tykkien ominaisuuksien ja tilanteen tuntemus. Edellä teoreettisesti saatu likiarvo (500 m) vastaa n 6 % ampumaetäisyydestä (8,3 km), kun taas kenttätykistön todennäköisyysopissa on vastaavana lukuna 5 %. Eroa voidaan pitää makuasiana. Virheen johto on todennäköisyysopissa toinen ja sen suhteen on mm huomautettava, että lähtönopeusvirheiden vaikutus (paitsi hajontaan liittyvä osa) on jätetty kokonaan huomioon ottamatta. Jos se otetaan mukaan, kasvaa %-luku suuremmaksikin kuin edellä saatu 6 prosenttia.

Sivuvirheitä emme tässä ryhdy tarkemmin laskemaan. Summittaisesti virheet ovat puolta pienempiä kuin ampumasuunnassa esiintyvät. Sivuvirheitä aiheuttavat tekijät ovat harvalukuisia ja tästä seuraa, että virheiden suuruus ja luonne riippuu paljon olosuhteista. Edellyttäen, ettei tuliasemissa esiinny suurehkoja suuntavirheitä, voitaneen sivuvirheeksi panna n 25—35 m; riippuvuus ampumaetäisyydestä on tässä tapauksessa vähäinen.

Lopuksi olisi arvioitava syntyvien sädevirheiden likimääräinen suuruus. Keskimääräisten virhekomponenttien yhdistämisessä pätee melkoisella tarkkuudella seuraava "nyrkkisääntö": Sädevirhe saadaan lisäämällä suurempaan virheeseen puolet pienemmästä virheestä. Jos erikoisesti kummatkin virheet ovat yhtäsuuria, on keskimääräinen sädevirhe 0,5 π (= 1.57) kertaa komponenttivirhe. Keskivirheet yhdistetään neliösummina. Taulukossa 5 on patteriston ja patterin ammunnan valmistelun sädevirheet esitetty tasoitettuina, keskimääräisinä arvoina.

Taulukko 5

Ammunnan valmistelun keskimääräinen sädevirhe (m)

Yksikkö	Lentoaika (sek)		
	10	20	30
Patteristo	65	80	95
Patteri	75	90	105

Nämäkin virheet jäävät siis yleensä alle 100 metrin. Patteriston virheet ovat n 10 m pienemmät kuin patterin.

c) Hajonta

Käytämme laskuissa kaavoja (6)'. Tulokset näkyvät taulukosta 6. Sulkeissa on vertailun vuoksi esitetty arvot, jotka saadaan panemalla tykkikohtaisen hajonnan todennäköiseksi poikkeamaksi kaikilla lentoajoilla 0,5 % ampumaetäisyydestä.

Taulukko 6

Hajonta keskimääräisenä (a) ja todennäköisenä (t) poikkeamana metreissä. (Sulkeissa olevat tulokset laskettu pitäen tykkikohtaisen hajonnan todennäköisen poikkeaman arvona 0,5 % ampumaetäisyydestä).

Yksikkö	10 sek		15 sek		20 sek		25 sek		30 sek	
	a	t	a	t	a	t	a	t	a	t
Psto	40 (40)	33,5 (33,5)	47 (48)	39,5 (40,5)	53,5 (56)	45 (47)	59 (63)	49,5 (53,5)	63 (69,5)	53 (59)
Ptri	30 (30)	25,5 (25,5)	37 (38,5)	31,5 (32,5)	43 (46,5)	36,5 (39)	48 (53,5)	40.5 (45)	51 (59)	43 (50)
Tki	22 (22)	18,5 (18,5)	28,5 (30)	24,5 (25,5)	34 (38)	29 (32)	37,5 (44,5)	32 (37,5)	39,5 (49)	33 (41,5)

Patterin hajonta on taulukon 6 perusteella keskimäärin 1,3 (1,25) kertaa tykin hajonta ja patteriston hajonta 1,6 (1,5) kertaa tykin hajonta. Kenttätykistön todennäköisyysopissa esitetty patteriston kerroin (1,2) on ilmeisesti liian pieni.

Tämän jälkeen ryhdymme tarkastelemaan kysymystä hajonta-alueiden pituudesta (kokonaishajonta). Tehtävä on teoreettisesti vaikea, mikäli pyrimme täydelliseen ratkaisuun. Jos olisi kysymyksessä tavallinen normaali jakautuma, olisi tehtävä ratkaistavissa helposti taulukoiden avulla, joita on alaa käsittelevien kirjojen liitteinä. Mutta nyt ei olekaan kysymyksessä tällainen jakautuma vaan usean harvoihin tapauksiin perustuvan jakautuman kerrostuma: kolme patterin ominaisvirhettä, kuhunkin liittyy neljä tykin virhettä ja lopuksi tykkikohtainen hajonta. Tapausten (tässä laukausten) luku ei yksinään ratkaise hajonnan pituutta samalla tavoin kuin tavallisessa normaalijakautumassa. Jos otamme esimerkkinä tapauksen, jolloin d on hyvin pieni verrattuna B:hen ja C:hen, ymmärrämme helposti, ettei hajonta-alueen keskimääräinen pituus riipu juuri lainkaan laukausten luvusta. Suureet B, C ja d eivät kuitenkaan suuruudeltaan eroa paljon toisistaan. Tällaista tapausta on kirjoittaja tutkinut alkeellisella tavalla konstruoimalla koesarjoja. Erillinen, perusteellisempi tutkimus olisi kuitenkin tarpeen. Tulokset joka tapauksessa osoittavat, että voimme käyttää miltei samoja sääntöjä, mitkä pätevät tavallisessa normaalijakautumassa. Patteriston iskun hajonta-alueen pituudeksi voimme ottaa 6,5 todennäköistä poikkeamaa (tavallisessa normaalijakautumassa 7.) Patterin hajonta-alueet voimme laskea kuten tavallisessa normaalijakautumassa, samoin tykin hajonta-alueet, koska silloin jo onkin kysymyksessä tavallinen jakautuma. Kerroin patterille on 6 ja tykille 4. Patteriston iskuun on oletettu sisältyneen 72 laukausta (patteri 24 ls, tykki 6 ls). Todennäköiset poikkeamat kutakin yksikköä varten saamme taulukosta 6 (t-sarakkeet).

Edellä on todettu, että patteriston hajonta (todennäköinen poikkeama) on n 1,5—1,6 kertaa tykin hajonta (käytämme alempana arvoa 1,55) ja patterin 1,25—1,3 kertainen (käytämme lukua 1,3). Hajonta-alueen pituutta arvioitaessa saatiin patteriston kertoimeksi 6,5 ja patterin 6. Kertomalla (1,55x6,5 = 10 ja 1,3x6 = 8) saamme patteriston hajonta-alueen pituudeksi 10 ja patterin tasaluvuin 8 tykkikohtaisen hajonnan todennäköistä poikkeamaa. Tämä merkitsisi patteristolla 4—5 % ampumaetäisyydestä ja patterilla 3—4 %. Alarajat koskisivat pitkiä ampumaetäisyyksiä. Kysymyksessä ovat siis iskua vastaavat laukausmäärät. Tykkimallista ja panoksesta riippuu tietenkin paljon.

Oheinen taulukko 7 on laadittu ottamalla todennäköiset poikkeamat taulukosta 6 ao yksikön kohdalta. Poikkeamat on kerrottu patteriston osalta luvulla 6,5 ja patterin osalta luvulla 6. Tykin 6 laukauksen kerroin on 4.

Taulukko 7

Patteriston ja patterin iskujen sekä tykin 6 laukauksen hajonta-alueiden keskimääräinen pituus (m) (Sulkeisiin merkittyjä arvoja koskee sama huomautus kuin taulukossa 6)

Ääriarvot merkitty %:na muiden sarakkeiden arvoista.

Yksikkö	Lentoaika (sek)					Käytännössä esiintyvä	
						Pienin arvo	Suurin arvo
	10	15	20	25	30	%	%
Psto	220 (220)	260 (265)	295 (305)	325 (350)	345 (385)	70	150
Ptri	155 (155)	190 (195)	220 (235)	245 (270)	260 (300)	60	170
Tki	75 (75)	100 (105)	115 (130)	125 (150)	135 (165)	25 [30]	225

Sodan aikana todettiin runsaasti tapauksia, jolloin tykin hajonta-alue oli jopa huomattavastikin suurempi kuin taulukon 7 arvot edellyttävät. Tähän vaikuttivat sekalaiset ja lajittelemattomat ammuserät, panosten kostuminen nimenomaan sadeaikoina, sopimaton lähtönopeus (= panos, sillä tykin hajonta riippuu paljon käytetystä panoksesta), putkien kuluminen ym.

On korostettava, että taulukko 7 pyrkii antamaan likimääräisen kuvan hajonta-alueiden keskimääräisistä pituuksista. Poikkeamia niistä sattuu puoleen ja toiseen eri tykkimalleilla ja eri ammunnoissa. On kuitenkin syytä pyrkiä selvittämään minkälaiset poikkeamat ovat mahdollisia. Teoreettisesti moitteeton ratkaisu on tässäkin vaikeasti saavutettavissa, joten jälleen on käytetty apuna keinotekoisesti konstruoituja koesarjoja.

Ensinnäkin on todettava, että hajonta-alueiden pituudet vaihtelevat suhteellisesti sitä enemmän, mitä pienemmästä yksiköstä on kysymys. Keskimääräistä (= taulukon arvoja) hieman pienempiä hajonta-alueen pituuksia esiintyy teoreettisesti enemmän kuin muita, mutta aivan pienet arvot ovat hyvin harvinaisia (kysymyksessä on ns vino jakautuma). Käytännöllisten rajojen vetäminen, vaikka se perustuukin jakautuman tutkimiseen, on uskallettua ja tulkinnanvaraistakin. On tietenkin helppo panna esim hajonta-alueen pienin saavutettavissa oleva pituus niin alas, ettei sitä varmasti voida saavuttaa, ja mainita se sitten alarajaksi. Tällaisella ei kuitenkaan ole mitään merkitystä. On kokonaan eri asia määrittää sellainen käytännöllinen alaraja, jota lähelle varsin usein päästään ja joka joskus alitetaankin mutta kuitenkin niin harvoin, ettei sitä käytännössä kannata ottaa huomioon. Vastaava koskee ylärajaa. Tällainen rajan vetäminen on uskallettu suorittaa taulukon 7 kahdessa viimeisessä sarakkeessa prosentteina edellisten sarakkeiden lukuarvoista. Esim 20 sek lentoajalla ei näin ollen olisi toiveita päästä patteristolla pienempään hajonta-alueeseen kuin n 200 m eikä patterilla alle 130 m tai tykillä (6 ls) alle 30 (35) m. Toiselta puolen ei em lentoajalla saisi esiintyä suurempia hajonta-alueita kuin n 450 m patteristolla, patterilla n 400 m ja tykillä vajaat 300 m (paitsi loppuun kuluneella tykillä). Huolellisella tarkistuksella voidaan, ainakin yhtä maalia ammuttaessa, ominaisvirheet B ja C (ja myös A) miltei kokonaan poistaa, jos ammuksia uhrataan riittävästi, ja rajojen alittaminen käy siten mahdolliseksi, parhaiten patteriston osalta. Taulukko edellyttää, että hajonta-alueen keskimääräinen pituus on oikea, ja pieni hajonta johtuu edullisesta virhekasautumasta. Minimiarvot kelvannevat enimmältään kuitenkin yleisiksi tavotteiksikin. Tykin alaraja, 25 %, lienee muita vaikeammin saavutettavissa, joten sulkeisiin merkitty arvo (30 % ja sekin runsaasti) on ehkä sopivampi. Tykkikohtaiseen hajontaanhan voimme vaikuttaa suhteelisen vähän, ominaisvirheisiin tarpeen vaatiessa paljonkin.

Patteriston ja patterin hajonta-alueen minimiksi tulisi edellisen perusteella tasaluvuin 3 % ja vastaavasti 2 % ampumaetäisyydestä. Tykin minimi 6 laukauksella olisi runsaat 0,5 %. Maksimit olisivat: patteristo 8 %, patteri 7 % ja tykki (6 ls) 5 %. Eräässä sodanaikaisessa koesarjassa, johon sisältyi 86 tykkikohtaista ammuntaa, alitettiin alaraja vain yhdessä tapauksessa. Yläraja sensijaan ylitettiin kuudesti, siis 7 %:ssa tapauksista. Syynä näytti olevan kostea ruuti, kuluminen ja ainakin yhdessä tapauksessa selvästi sopimaton panos. Tykeillä, jotka käyttivät patruunalaukauksia tai joiden panokset säilytettiin tiiviissä astioissa, ei rajan ylityksiä näyttänyt esiintyvän (yhtä poikkeusta lukuunottamatta, jossa panos oli sopimaton). Joka tapauksessa esimerkki osoittaa, etteivät esitetyt ylärajat ole ainakaan liian korkealla. Rajojen alittaminen on ainakin tykin osalta vaikeata.

Aikaisemmin on jo mainittu, että patteriston ja patterin hajonta-alueen osaksi keinotekoinen leveys on edellisellä n 140—150 m ja jälkimäisellä n 100 m. Tykistöryhmän puitteissa pituus- ja sivuhajonta osittain yhtyvät riippuen siitä, missä määrin ampumasuunnat poikkeavat toisistaan.

Lausekkeiden (8) suhteen ei esitetä laskelmia. Ne on muodostettu taulukon 7 arvoihin nojautumalla ja käytetty muuttujana lentoaikaa. Edellä on arviointi suoritettu myös ampumaetäisyyksien perusteella, joten vertailu on tarpeen mukaan mahdollista. Esimerkki: Ampumataulukossa n:o 1524 vastaa 20 sek lentoaikaa ampumaetäisyys 5,85 km. Ottamalla patteriston hajonta-alueen pituudeksi 4,5 % ampumaetäisyydestä saamme tulokseksi n 265 m. Laskemalla (8):n perusteella saamme arvon 300 m, mikä vastaa n 5 % ampumaetäisyydestä.

4. Loppusanat

Edellä esitetyssä on uutta nimenomaan teoria ominaisvirheistä ja niiden vaikutuksista ammunnassa. Siirryttäessä tutkimaan esim tarkistusammuntoja teoreettiselta pohjalta on ominaisvirheet vielä jaettava pienempiin osiin, joten virheanalyysi vaikeutuu melkoisesti. Joudumme harkitsemaan miten korjata ennakolta jonkin maalin ampumaperusteita käyttäen hyväksi toiseen maaliin (tarkistusmaaliin) suoritetun ammunnan tuloksia. Tällaisen probleeman ratkaisemisessa voidaan soveltaa korrelatiolaskennon periaatetta. Teorian yksityiskohdat muodostuvat kuitenkin nyt mutkikkaiksi ja vaikeiksikin, mutta samalla paljastuu myös matemaattisia lainmukaisuuksia, jotka ovat odottamattoman yksinkertaisia. Kirjoituksessa esitetty teoria auttaa suhteellisen helpolla tavalla pääsemään tällaisten vaikeampien probleemien käsittelyyn ja on siten ikäänkuin johdantona myös niille. Kuitenkin teoria muodostaa täysin itsenäisen kokonaisuuden.

Liite

1. Määritelmiä

Iskemäkeskipiste	Iskemäkuvion painopiste. Jos laukausmäärä on hyvin suuri, se riippuu vain valmistelun virheistä. (Tällöin on iskemäkeskipisteen virhe = valmistelun virhe). Laukausmäärän ollessa pieni vaikuttaa tykkikohtainen hajonta iskemäkeskipisteen sijaintiin. (Jos maaston muoto maalissa jyrkästi vaihtelee, voi olla oikeampaa määritellä iskemäkeskipiste keskilentoradan avulla.)
Virhe	Iskemäkeskipisteen (nimenomaan ammunnan valmistelun määrittämän iskemäkeskipisteen) tai iskemän ero maalipisteestä seuraavasti:
Matkavirhe	Ampumasuuntaan lankeava virhekomponentti
Sivuvirhe	Kohtisuoraan ampumasuuntaa vastaan lankeava virhekomponentti (tai myös kulmayksiköissä ilmaistu ero oikeasta ampumasuunnasta)
Sädevirhe	Maalin ja iskemäkeskipisteen tai iskemän lyhin väli
Ominaisvirhe	Tuliyksikön kaikille tykeille yhteinen, siis koko yksikölle ominainen virhe samassa ammunnassa seuraavasti:
Pston ominaisv	Pston kaikille tykeille yhteinen virhe
Ptrin ominaisv	Virhe, joka esiintyy edellisen lisäksi ja on yhteinen vain ao ptrin kaikille tykeille
Tykin ominaisv	Edellisten lisäksi esiintyvä virhe, joka toistuu samalla tykillä samanlaisena joka laukauksella mutta on kullakin tykillä erilainen

(Johdonmukaisesti voitaisiin laukauksen ominaisvirhe määritellä lisävirheenä, joka koskee vain yhtä laukausta. Käsite ei kuitenkaan olisi mielekäs. Käytämme siitä nimitystä tykkikohtainen hajonta.)

Tilastollinen virhe	Keskivirhe, keskimääräinen virhe ja todennäköinen virhe seuraavasti:
Keskivirhe	Yksityiset virhearvot, joiden lukumäärä oletetaan hyvin suureksi, korotetaan neliöön, summa jaetaan virheiden lukumäärällä ja osamäärästä otetaan neliöjuuri
Keskimääräinen v	Virheiden itseisarvot lasketaan yhteen ja summa jaetaan virheiden lukumäärällä
Todennäköinen v	Virhe, jota itseisarvoltaan suurempia on puolet kaikista tapaukseen liittyvistä virheistä, pienempiä vastaavasti toinen puoli
Hajonta	Iskemien pyrkimys levittäytyä tietylle maastoalueelle iskemäkeskipisteen ympäristöön sekä ampumasuunnassa (pituushajonta) että sivulle (sivuhajonta). Hajonnan suuruus ilmaistaan tilastollisena poikkeamana tai hajonta-alueen keskimääräisenä pituutena sekä leveytenä
Hajonta-alueen pituus	Pisimmän ja lyhimmän iskemän väli ampumasuunnassa
Hajonta-alueen leveys	Äärimmäisinä oikealla ja vasemmalla olevien iskemien väli mitattuna ampumasuuntaa vastaan kohtisuoraan
Tykkikohtainen hajonta	Se osa tykin ammuntavirheestä, joka vaihtelee täysin satunnaisesti laukauksesta toiseen = poikkeama tykin iskemäkeskipisteestä, erikoisesti tämän poikkeaman tilastollinen arvo
Poikkeama	Iskemän tai pienemmän tuliyksikön iskemäkeskipisteen ero suuremman yksikön iskemäkeskipisteestä (nimenomaan ammunnan valmistelun määrittämästä iskemäkeskipisteestä): Matkapoikkeama = pituuspoikkeama, sivupoikkeama ja sädepoikkeama. Käytetään hajonnan yhteydessä. Ptrin ja tykin ominaisvirheet ovat samalla poikkeamia, sillä ne vaikuttavat patteriston ja patterin hajontaan.
Tilastollinen poikkeama	Keskipoikkeama, keskimääräinen poikkeama ja todennäköinen poikkeama vastaavasti kuin edellä virheiden suhteen. Käytetään erikoisesti hajonnan mittalukuina

2. Valmistelun keskivirheen laskeminen

Laskemme esimerkkinä virheiden yhdistämisestä valmistelun keskivirheen patteristoa varten.

Tarkastelemme yhtaikaa monia ammuntoja, joiden matkavirheet sekä niiden komponentit erotamme toisistaan alaindekseillä. Ammunnat olkoot 1, 2, ..., v, ... Patteriston ominaisvirhe v:nnessä ammunnassa olkoon A_v, patteriston i:nnen patterin ominaisvirhe B_{vi} ja i:nnen patterin j:nnen tykin ominaisvirhe C_{vij}. Näin ollen on v:nnen ammunnan i:nnen patterin j:nnen tykin valmistelun virhe kokonaisuudessaan

$$A_v + B_{vi} + C_{vij}$$

Kun tarkastetaan hyvin suurta joukkoa ammuntoja (v suuri), on em suure satunnaissuure, jonka keskiarvo on = 0. Myös sen komponentit ovat toisistaan riippumattomia satunnaissuureita, joiden keskiarvot ovat nollia. Patteriston valmistelun virhe v:nnessä ammunnassa saadaan ilmeisesti tykkien valmistelun virheiden keskiarvona ja se on siten (m = patterien ja n = tykkien lukumäärä pstossa)

$$A_v + \frac{\sum\limits_i B_{vi}}{m} + \frac{\sum\limits_i \sum\limits_j C_{vij}}{n}$$

Tällöin on edellytetty, että tykit ampuvat kukin yhtä monta laukausta. Todennäköisyyslaskun tunnettujen keskivirheen neliön laskusääntöjen mukaan saamme lopuksi ammunnan valmistelun keskivirheelle lausekkeen

$$\Delta X = \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{m} + \frac{C^2}{n}}$$

Juuren alla olevat suureet ovat myös keskivirheitä.