

# Tykistön massatulen tehon tilastolliset laskemisperusteet tuli-iskuittain arvioituina

Kirjoittanut yleisesikuntaeverstiluutnantti T E Kallio

## A JOHDANTO

Joukon taistelukykyä arvioitaessa voidaan se hajottaa osatekijöihin, joihin kuuluu toisaalta joukon materiaallinen ja toisaalta sen elävä voima. Väljästi tulkiten voi sanoa joukon tulivoiman edustavan sen materiaalista voimaa etenkin silloin, kun sitä käytetään massoina, kuten tykistön ja kranaatinheittimistönkin tulen suhteen tehdään. Käytettävissä olevan kaluston määrä ja laatu edustavat puhtaasti materiaalisessa mielessä tätä. Sellaisenaan ne kuitenkin ovat vasta tulivoiman mahdollisuutena olemassa. Vasta sinä hetkenä, jolloin tulivoima realisoituu ammusten iskemänä ja räjähdyksinä maalissa, se todellisuudessa esiintyy taisteluun vaikuttavana voimana. Tässä vaiheessa kuitenkin pelkän materiaalin lisäksi tulee mukaan inhimillisenä tekijänä joukon ja johdon taito sekä taistelumoraali, joista puolestaan ratkaisevasti riippuu tulivoiman todellinen arvo. Tästä inhimillisestä tekijästä riippuu, pääseekö kalustoon sisältyvä latenttinen voima ollenkaan purkautumaan, tai missä määrin, mihin ja milloin se purkautuu. Taisteluryhmittäminen, tehtävä, organisaatio sekä niihin liittyvinä ohjesääntöjen määrittämät ampumamenetelmät muodostavat käytännössä puitteet tälle tulivoiman purkautumistapahtumalle. Ne myös mahdollistavat tulivoiman jatkuvan johtamisen ja valvonnan. Näihin toimintoihin liittyy kuitenkin aina tietynlaisia riskejä, jotka pahimmassa tapauk-

nessa saattavat aiheuttaa epäonnistumisen. Yhteydet voivat mennä epä-kuntoon, ammuskuljetukset eivät suju, tehdään virheitä itse ammun-nassa, ammutaan väärää maalia, tai tuhlataan vähiä ammuksia tois-arvoisiin maaleihin jne. Mitä enemmän näitä riskejä voidaan poistaa tai pienentää sekä mitä paremmin ne tunnetaan, sen suuremmat ovat edellytykset ottaa ne huomioon ja mahdollistaa siten tulen järkipäri-nen käyttö. Tällöin tulee pyrkimyksenä toisaalta olla riittävän varmuuden saavuttaminen tehtävän suorittamisesta sekä toisaalta tuh-lauksen välttäminen.

Ammuntaan liittyviä riskejä tarkasteltaessa voidaan siinä ensiksi erottaa omana ryhmänä sellaiset riskit, jotka liittyvät itse materiaa-lissa oleviin virheisiin. Nämä aiheuttavat ammunnan "luonnollisen hajonnan". Tärkeimmältä osaltaan tämä luonnollinen hajonta johtuu ampumatarvikkeiden laadusta, joskin itse aseella sekä ammunnan aikana vallitsevan sään vaihtelevaisuudellakin on siinä osansa. Tämän luonnollisen hajonnan luonne sekä suuruus on sangen täsmällisesti määriteltävissä koeammuntojen, materiaalin laadun takaavien han-kintahtojen sekä vastaanottotarkastusten perusteella.

Toisena ryhmänä esiintyvät riskit, jotka aiheutuvat inhimillisen tekijän mukana olosta ampumatoiminnassa. Virheitä saattaa esiintyä suuntauksessa, kaluston tarkistuksessa, taulukoita ja asteikkoja luet-taessa, mittauksissa jne. Karkeat systemaattiset virheet pyritään eli-minoimaan varsinaista ammuntaa edeltävin tarkistusammunnoin. Pik-kuvirheitä ei kuitenkaan voida kokonaan poistaa, joten suuren tykki-ryhmän, esim patteriston, hajonta on aina suurempi kuin yksityisen tykin. Hyvällä koulutuksella tällaiset "rutiinivirheet" ovat kuitenkin rajoitettavissa minimiinsä sekä hallittavissa. Esillä olevassa tutkimuk-sessa tullaan osoittamaan, että näin todella on asianlaita. Seurauksena siitä on, että niinkin suuren tykkiryhmän kuin patteriston ammuntaa voidaan vielä pitää normaalin jakautumislain mukaisena. Tämä mer-kitsee tilastollisesti sitä, että patteriston ammuntaa kokonaisuutena, esim sen tuli-iskua, voidaan pitää täsmällisesti määriteltynä tehoyksik-könä, jonka arvo on numeroin ilmaistavissa. Näin voidaan sekä varsinaiseen kalustoon että sen rutiinimaiseen käsittelyyn liittyvät hajontatekijät patteriston puitteissa ilmaista yhdellä ainoalla koko pat-teriston hajontaa luonnehtivalla parametrillä, joka on keskihajonta. Var-

sinaiseen toiseen ryhmään jäävät tämän jälkeen ne riskit, jotka johtuvat enemmän tai vähemmän onnistuneiden tarkistusammuntojen jälkeensä jättämistä systemaattisista virheistä. Näistä johtuvalla iskemäkeskipisteiden vaihtelulla on oma hajontansa, joka ei ole yhtä täsmällisesti hallittavissa kuin edellisen ryhmän aiheuttama. Riittävästi tilastotietoja kokoamalla on kuitenkin mahdollista hallita tätäkin ilmiötä. Kolmantena ryhmänä ovat muut useinkin laskemattomat riskit, jotka vaikeammin antautuvat matemaattiseen käsittelyyn. Esillä olevassa tutkimuksessa rajoitumme tarkastelemaan ammuntaa vain kahden ensimmäisen ryhmän puitteissa, ts. tarkastelemme, mitä tapahtuu yhden tai useamman patteriston tullessa sen jälkeen, kun tarkistusammunta on suoritettu.

Everstiluutnantti L. Kaje on aikaisemmin mm Sotilasaikakauslehdessä ja Tiede ja Ase-julkaisussa käsitellyt samoja asioita osaksi samaan aineistoon nojautuen<sup>1</sup>. Tulokset, joihin tässä sekä hänen tutkimuksessaan on tultu, eivät käytännössä sanottavasti eroa toisistaan. Pääasiallinen ero on itse menetelmässä, jota standardisoimaan seuraavassa pyritään, samalla kun halutaan perehdyttää lukija niihin keinoihin ja kriteerioihin, joita uudempi tilastomatematiikka tarjoaa tämän laatuisten tehtävien ratkaisemiseksi.

Pohjimmaltaan kaikki ennakoita tapahtuva tulen arviointi sekä sen mukaan laadittu tulisuunnitelma nojautuu todennäköisyyteen. Todennäköisyyslaskelmien pohjana on aina joku määrätty jakautumislaki. Erilaisten ampumatehtävien yhteydessä tulevat kysymykseen kolme tärkeintä ja yleisimmin tunnettua, jotka ovat normaalinen, binominen ja Poisson'in jakautuma. Tuntiessamme yleisesti kysymyksessä olevan ilmiön luonteen voimme jo ennakoita jotakin ennustaa tulevasta tapahtumasta. Niinpä voimme itsestään selvänä pitää sitä, että yksityisellä tykillä samanlaisin ampumatarvikkein ja samoin perustein suoritettu ammunta tulee seuraamaan normaalista jakautumislakia. Samoin voidaan itsestään selvänä pitää, että iskusytyttimen vastaanottoammunnassa räjähtämättömiksi jäävien luku seuraa binomista tai siitä pienille suhdeluvuille sopivana johdettua

<sup>1</sup> Sotilasaikakauslehden numerot 6/50 ja 1/51, Tiede ja Ase N:o 13. Lukijan on myös syytä huomata, että evl Kajeen käsite tappioalue on sama kuin kirjoittajan käyttämä vaikutusalue.

Poisson'in jakautumislakia jne. Yleinen jakautumislaki tulee kuitenkin kuhunkin yksityistapaukseen liittyvänä määritetyksi täsmällisesti vasta sitten, kun riittävän havaintomateriaalin perusteella on vaadittavalla tarkkuudella voitu laskea jakautumislakia luonnehtivat parametrit. Esim. normaalijakautuman ollessa kysymyksessä niistä tärkeimmät ovat keskiarvo ja keskihajonta, Poisson'in jakautumassa vastaavasti vain keskiarvo jne.

Sikäli kuin kulloinkin esillä olevaa havaintoaineistoa voidaan pitää vain eräänä satunnaisnäytteenä jostakin suuremmasta perusjoukosta, jota se edustaa, tulevat tästä perusjoukosta eri kerroilla otetuista näytteistä lasketut parametrit edelleen vaihtelevaan tietyllä tavalla. Tämä parametrien vaihtelu riippuu oleellisesti näyte-erän suuruudesta tai paremminkin "vapausasteista". Mitä suurempi satunnaisnäyte on, sitä paremmin sen perusteella lasketut parametrit yleensä edustavat perusjoukon jakautumaa luonnehtivia todellisia parametreja, jotka sellaisenaan täysin täsmällisinä suureina jäävät aina tuntemattomiksi. Vapausasteisiin nojautuen on normaalijakautumasta johdettu muita jakautumislakeja, joita näiden parametrien vaihtelu seuraa. Ne antavat mahdollisuuden arvioida eri kerroilla saatujen parametrien luotettavuutta. Näihin johdettuihin jakautumiin nojautuvat mm seuraavat tässäkin tutkimuksessa esiintulevat testit:

$\chi^2$ -testi,

t-testi eli Student'in jakautuma,

F-testi ja

Bartlett'in testi<sup>1</sup>

Tykistön päätulimuodoksi on meillä omaksuttu tuli-isku, joka ammutaan yhdellä tai useammalla patteristolla samanaikaisesti samaan maaliin. Käytännössä tuli-iskun tehokkaana vaikutusalueena pidetään 1 ha:n aluetta maalin keskipisteen ympäristössä. Tulisunnitelmissa tämä seikka ilmenee myös siinä, että tätä tulimuotoa silmälläpitäen maalit maastossa valitaan 1 ha:n suuruisina. Esillä olevassa tutkimuksessa rajoitutaan tutkimaan tykistön massatulen probleemaa yhden tai useamman patteriston tuli-iskuna ja sen vaikutusta maalihehtaarilla.

<sup>1</sup> Tarvittavat jakautumataulukot ovat useimpien tilastomatematiikan oppi- ja käsikirjojen liitteinä, mm. Brownlee, K A: *Industrial Experimentation*, London, 1949.

Kun patteriston tuli-isku käytännössä peittää suuremman alueen kuin yksi hehtaari, syntyy myös tappioita varsinaisen maalihehtaarin ulkopuolella, mikäli sielläkin on vihollisia. Tällä voi olla huomattavakin merkitys, silloin kun maalit tulisuunnitelmassa ovat lähellä, jolloin saadaan "ylijäämäiskemiä" naapurimaaleihin. Tuntemalla patteriston hajonnan sekä tuli-iskujen iskemäkeskipisteiden vaihtelun suuruus on tämäkin "lisäteho" arvioitavissa, vaikkakin se on enemmän vaihteluille altis kuin teho itse maalissa. Viimeksi mainitusta syystä tuli-iskujen vaikutus naapurimaaleihin teholaskelmissa onkin varmaan syytä jättää kokonaan pois ja pitää sitä tarkemmin määrittelemättömänä, vain varmuutta lisäävänä tekijänä. Esitettävä tutkimusmenetelmä voidaan käytännössä soveltaa koskemaan muitakin tulimuotoja, kuten tulipeitettä, tulisulkua jne samoin kuin kranaatinheittimistöäkin, niihin kuitenkin tässä yhteydessä enempää kajoamatta.

Tutkimusaineistona käytetään tässä Tykistökoulun Niinisalossa vuosina 1948—53 suorittamia ammuntoja, jotka käsittivät 10 keveän haupitsipatteriston tuli-iskua (105 H/37) avomaastoon kesäaikana. Liitteessä 1 esitetään tärkeimmät tiedot näistä ammunnoista. Kaikki ammunnat suoritettiin ampumaradan pituussuuntaan vaihtelevin ampu-maetaisyyskein melkoisen kapealta tuliasema-alueelta, leveys kaikkiaan n 500 m. Tämä on syytä pitää mielessä ammunnan tuloksia arvioitaessa.

Ammunnoissa on käytetty standardisoitua maalipihaa, jossa sirpalevaikutuksen arvioimiseksi maalihehtaarille on ollut sijoitettuna 36 suojatonta, maahan heittäytyntä miestä kuvaavaa maalikuviota. Maalimiehet ovat olleet sijoitettuina suoriin riveihin (6x6) tasaisin välimatkoin ampumasuuntaan heittäytyneinä. Miehen pinta-ala on ollut edestä katsoen n. 0,1 m<sup>2</sup> ja sivuilta n. 0,27 m<sup>2</sup>, joiden suurin piirtein voidaan katsoa vastaavan maahan heittäytyneen miehen haavoittuvaa pinta-alaa. Tilastolliselta kannalta tuskin voidaan ylläkuvattua standardipihaa pitää onnistuneena, koska tykin kranaatin sirpaleviuhkan pääosan vaikuttaessa suoraan sivuille, tulee edullisesti juuri riviin sijoituneen iskemän sirpalevaikutus normaalia suuremmaksi, kun taas rivien väliin jäävät iskemät voivat jäädä kokonaan ilman vaikutusta. Tulos on näin ollen enemmän vaihteluille altis kuin olisi suotavaa. Paremmalta tuntuisi sellainen standardipiha, jossa maalit olisi sijoit-

tettu hehtaarin eri kohtiin esim arpomalla, jolloin voitaisiin sallia jopa 2—3 miehen maaliryhmien syntyminen, kuten todellisuudessakin tapahtuu.

Kunkin maalimiehen ympärille on rajoitettu n 19 m<sup>2</sup>:n alue vastaamaan korsua tms laitetta. Ammunnan pöytäkirjoihin on merkitty kaikki osuman saaneet korsut sekä sirpaleiden lävistämät kuviot, joiden lukumäärät ilmenevät liitteestä 1.

#### B TYKISTÖN MASSATULEN HAJONTA JA MAALIHEHTAARIN OSUMATODENNÄKÖISYYS

Suurten tykistöryhmäin iskemäin jakautumisista ei ole täsmällisiä pöytäkirjoja käytettävissä. Havaintomateriaalimme perusteella voimme kuitenkin paperilla keinotekoisesti luoda tällaisen tilanteen latomalla tuli-iskuja päällekkäin maalipisteet yhdistäen. Oheisissa liitteissä 2 ja 3 esitetään kaksi tällaista massatuli-rakennelmaa. Edellisessä on yhdistäminen suoritettu sekä maalipisteet että ampumasuunnat yhdistäen, jälkimmäisessä tuliasemat leveyteen ryhmittäen siten, että ampumasuunnat leikkaavat toisensa. Joskin edellinen yhdistelmä sinänsä on todellisuudessa mahdoton, se antaa selvän kuvan erikseen matkaja sivuhajonnasta, joista seuraavassa käytetään osuvampia nimityksiä pituus- ja leveyshajonta.

Kuviossa on maalin alue yhteisestä maalipisteestä lähtien jaettu sekä pituus- että leveyssuunnassa 20 m:n levyisiin kaistoihin, jotka on numeroitu. Numerointi näkyy ruudukon vasemmassa ja yläreunassa. Kuhunkin ruutuun on merkitty siihen osuneet eri tuli-iskuihin kuuluneet iskemät pienillä tuli-iskun järjestysnumeroa ilmaisevilla numeroilla, jolloin nollalla (0) on merkitty 10:nnen tuli-iskun iskemät. Suuremmat numerot oikealla ja alhaalla esittävät reunajakautumina, paljonko iskemiä yhteensä on osunut kuhunkin pituus- tai leveyskaistaan. Kuvassa on edelleen mustin pistein esitetty eri tuliskujen iskemäkeskipisteet maalin suhteen. Tästä yhdistelmästä voidaan siis haluttaessa kukin tuli-isku poimia erikseen erikoistarkastelua varten.

Tällä tavalla ovat iskemät tulleet luokitelluiksi. Jokainen iskemä on sijoitettu kuulumaan määrättyyn 20 m:n levyiseen kaistaan

eli luokkaan sekä pituudessa (u) että leveydessä (v). Siirryttäessä täten tavanomaisesta pituus- ja leveyskoordinaatistosta uuteen koordinaatistoon, jonka keskipiste on maalissa ja jonka akselien mittayksikkönä käytetään luokkaväliä, nimetään se uv-koordinaatistoksi. Tällainen menettely on eduksi kahdestakin syystä. Ensiksikin, kun on kysymys suurista havaintomassoista, helpottuvat laskutoimitukset suuresti. Toiseksi, ainoastaan luokkien avulla käy mahdolliseksi suorittaa jakautuman  $\chi^2$ -testi.

Kuvioon on täten merkitty 715 iskemää. Kun kaikkiaan on ammuttu 720 laukausta, puuttuu havainnoista 5 kpl eli 0,7 %. Ne ovat mahdollisesti olleet räjähtämättömiä tai ei niitä muuten ole löytynyt. Vähäisyyden vuoksi ei niillä ole suurta merkitystä koko jakautuman kannalta, joten tässä suhteessa aineistoa voidaan pitää luotettavana.

## 1. Pituusjakautuma

### a. Kokonaispituusjakautuman tarkastelu, $\chi^2$ -testi

Silmämääräisesti tarkastellen näyttää kokonaisjakautumaa luonnehtivan normaalin jakautumislaki. Reunajakautumasta voidaan helposti laskea jakautumislain täsmentävät parametrit, keskiarvo ja keskihajonta. Kun ne on laskettu, voidaan normaalijakautuman taulukon avulla laskea teoreettinen jakautuma, ts laskea normaalilain perusteella kuhunkin luokkaan odotettavissa oleva iskemäluku. Vertaattaessa tätä teoreettista eli odotusarvoa todella saatuun arvoon kussakin luokassa, voidaan arvostella, missä määrin saatu aineisto noudattaa jakautuman pohjaksi asetettua jakautumislakia. Jos saatu jakautuma ei riittävällä tarkkuudella yhdy tunnettuun jakautumaan, ei kyseinen laki sovellu käyttöön eikä niin muodoin kykene luonnehtimaan todellista jakautumaa. Tässä vertailussa käytetään hyväksi  $\chi^2$ -testiä.

Oheisesta taulukosta 1 ilmenee, millä tavoin luokiteltuja suureita käyttäen jakautumaan liittyvät parametrit lasketaan. Siinä on myös esitetty ne kaavat, joita tarvitaan. Keskihajontaa laskettaessa käytetään vapausastelukuna  $N - 1$  silloin, kun laskujen pohjana käytetään aineiston perusteella määrättävää keskiarvoa. Jos sen sijaan todelli-

Taulukko 1: Yhdistetyn pituusjakautuman parametrien laskeminen luokitelluista arvoista

Luokka ( $u_i$ )	Iskemä- luku $f(u_i)$	Tulo $u_i f(u_i)$	Neliö- tulo $u_i^2 f(u_i)$	
+ 15	1	+ 15	225	<b>Kaavat:</b> 1) keskiarvo: $\bar{u} = \frac{\sum u_i f(u_i)}{N}; \text{ jossa}$ $N = \sum f(u_i)$ 2) keskihajonta $s_u = \sqrt{\frac{\sum u_i^2 f(u_i) - \frac{[\sum u_i f(u_i)]^2}{N}}{N - 1}}$
+ 14				
+ 13				
+ 12	1	+ 12	144	
+ 11	1	+ 11	121	
+ 10	3	+ 30	300	
+ 9	3	+ 27	243	
+ 8	1	+ 8	64	
+ 7	8	+ 56	392	
+ 6	13	+ 78	468	
+ 5	37	+ 185	925	
+ 4	41	+ 164	656	
+ 3	67	+ 201	603	
+ 2	82	+ 164	328	
+ 1	87	+ 87	87	
0	87			
- 1	76	- 76	76	
- 2	65	- 130	260	
- 3	42	- 126	378	
- 4	33	- 132	528	
- 5	20	- 100	500	
- 6	22	- 132	792	
- 7	2	- 14	98	
- 8	7	- 56	448	
- 9	9	- 81	729	
- 10	2	- 20	200	
- 11				
- 12	3	- 36	432	
- 13	1	- 13	169	
<b>Yht</b>	<b>714</b>	<b>+ 122</b>	<b>9166</b>	

$$\bar{u} = + \frac{122}{714} = + 0,17 \text{ (josta } \bar{x} = +(20 \times 0,17) = +3,4 \text{ m).}$$

$$s_u = \sqrt{\frac{9166 - 21^2}{713}} = \sqrt{12,826} = 3,581 \text{ (josta } s_x = 20 \times 3,581 = 71,6 \text{ m)}$$



nen keskiarvo tunnetaan, asetetaan nimittäjäksi  $N$ . Keskihajonnan kaavan osoittajana oleva korjaustermi taas johtuu keskiarvon poikkeamisesta 0-luokan keskiarvosta.

Luokittelun ollessa kyseessä herää kysymys siitä, kuinka moneen luokkaan aineisto on ryhmitettävä, ts. mikä on otettava luokkavälin suuruudeksi. Mitä pienempää luokkaväliä käytetään, sen tarkemmin parametrit saadaan lasketuiksi, mutta sitä työläämmäksi käyvät laskut, samalla kun havainnollinen kokonaiskuva jakautumasta särkyi. Käytännössä pidetään sopivana sellaista luokittelua, joka jakaa kokovaihteluvälin 15—30 luokkaan. Toisaalta asettaa rajoituksensa se seikka, että  $\chi^2$ -testiä ei voi suorittaa, ellei odotusarvo kussakin luokassa ole vähintään 5. Niinpä pienehköjen havaintosarjojen ollessa kysymyksessä voidaan tyytyä vielä 5—10 luokkaan. Tässä valossa voidaan valittua luokkaväliä (20 m) pitää sopivana sekä pituudessa että leveydessä. Keskimäinen luokka merkitään laskuteknillisistä syistä nollassi.

Taulukossa esiintyy vain 714 laukausta. Tuli-iskuun 3 kuuluva 750 m lyhyt laukaus on selvänä "karkulaisena" jätetty pois.

Taulukossa 2 esitetään pituusjakautuman  $\chi^2$ -testi. Siinä on kunkin luokan kohdalla ilmaistu havaittu arvo,  $m_i = f(u_i)$ , sekä teoreettinen arvo,  $\tilde{m}_i$ , joka saadaan lasketuksi normaalijakautuman taulukosta. Näistä on luokittain laskettu testiarvo

$$\chi^2 = \frac{(\tilde{m} - m)^2}{\tilde{m}}$$

Sen jälkeen saadut  $\chi^2$ -arvot lasketaan yhteen sekä katsotaan  $\chi^2$ -jakautuman taulukosta ko vapausasteluvun kohdalta, minkä todennäköisyysarvojen väliin saatu arvo jää. Tämän todennäköisyys ilmaisee, millä todennäköisyydellä sellaiset poikkeamat teoreettisesta jakautumasta voivat esiintyä pelkästään hajonnasta johtuvina, jotka antavat kyseisen suuruuden omaavan testi-arvon  $\Sigma(\chi^2)$ . Jos tämä todennäköisyys on hyvin pieni (1 % tai 0,1 %), pidetään sitä tilastollisesti merkitseväenä. Käytäntöön vietyinä se osoittaa, ettei teoreettinen jakau-

tumislaki päde kyseisessä aineistossa. Joko koko laki on soveltumaton tai mukana on jakautumaan vaikuttavia lisätekijiötä, joiden vaikutus on erikseen tutkittava.

Testissä käytettävä vapausasteluku saadaan vähentämällä luokkien luvusta teoreettisia arvoja laskettaessa käytettyjen siteiden lukumäärä. Yhtä sidettä merkitsee havaintojen kokonaismäärä siten, että sen jälkeen kun kaikkien muiden luokkien odotusarvot on laskettu, viimeisen luokan odotusarvokin on samalla määräytynyt havaintojen kokonaismäärän perusteella. Käytettäessä kiinnekohtana aineistosta laskettua keskiarvoa menetetään niinkään yksi vapausaste, samoin aineistosta laskettu keskihajonta merkitsee yhtä sidettä. Näin ollen

Taulukko 2: Yhdistetyn pituusjakautuman  $\chi^2$ -testi

Luokka	Havaittu $m (= f(u_i))$	Odotusarvo $\tilde{m}$	Testiarvo $\chi^2 = \frac{\sum (m - \tilde{m})^2}{\tilde{m}}$
+ 9	9	7,14	0,485
+ 8	1	7,35	5,486
+ 7	8	13,07	1,967
+ 6	13	21,28	3,222
+ 5	37	32,06	0,761
+ 4	41	44,91	0,340
+ 3	67	58,05	1,380
+ 2	82	69,83	2,121
+ 1	87	77,11	1,268
0	87	79,11	0,787
- 1	76	75,04	0,012
- 2	65	66,33	0,026
- 3	42	53,69	2,545
- 4	33	40,41	1,359
- 5	20	28,13	2,350
- 6	22	18,21	0,789
- 7	2	10,78	7,151
- 8	7	5,93	0,193
- 9	15	5,57	15,965
Yht	714	714,00	48,207

$$P(\chi^2) \leq 0,001$$

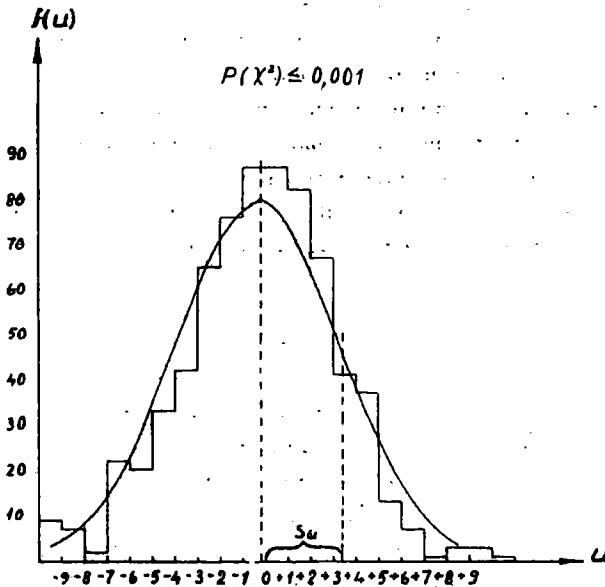
$$n = 16$$

normaalijakautuman testissä vapausasteluku on yhtä kuin luokkien lukumäärä vähennettynä kolmella.

Taulukossa 2 on reunaluokat,  $|u| \geq 9$ , yhdistetty yhdeksi luokaksi siten, että odotusarvoksi tulee suurempi luku kuin 5. Testitaulukosta nähdään, että todennäköisyys arvolle  $\sum (\chi^2) = 48,207$ , kun vapausasteita on 16, jää huomattavasti alle 0,1 %, joten erot ovat tilastollisesti merkitseviä.

Suurena kokonaisuutena ottaen tykistön massatulessa ei normaalin jakautuma toteudu. Ei siis voida tilastollisesti pätevästi käyttää teholaskemien pohjana yhtä ainoata keskimääräistä "tyyppituli-iskua", jota luonnehtisi yhteinen keskihajonnan arvo.

Joskin tilastollisesti asia on näin, ei ero käytännölliseltä kannalta ole yhtä jyrkkä. Testiä valaisee oheinen kuva 1, jossa histogrammana on esitetty saatu jakautuma sekä käyränä vastaava teoreettinen jakautuma. Kuitenkin huono testiarvo jättää havainto-ainekseen



Kuva 1

ja siitä tehtäviin johtopäätöksiin tietyn epävarmuuden tunteen, joka kehoittaa tunkeutumaan syvemmälle hajontaan vaikuttaviin tekijöihin. Tämä havainnollistaa myös sen, miten terävä ase  $\chi^2$ -testi on tilastollisissa analyyseissa.

#### b. Patteriston sisäinen hajonta ja iskemäkeskipisteiden hajonta

Massatulen hajontaa lähemmin arvioitaessa kiintyy huomio kahteen ilmiöön, patteristojen "sisäiseen" hajontaan sekä niiden iskemäkeskipisteen eli "ulkoiseen" hajontaan, mikäli näitä molempia ei voida samaistaa. Jos iskemäkeskipisteiden hajontaa voitaisiin pitää vain luonnollisena seurauksena sisäisestä hajonnasta, ei sitä itsenäisenä käsitteenä tarvittaisi ensinkään. Myöskin herää kysymys, onko patteriston tuli-iskun sisäistä hajontaa pidettävissä siinä määrin yhtenäisenä ja hallittuna, että koko hajontaa analysoitaessa voitaisiin pysähtyä tähän, tarvitsematta tunkeutua syvemmälle hajontaan vaikuttaviin tekijöihin, mahdollisesti aina yksityisiin tykkeihin asti. Edellisen probleeman selvittämiseen tarjoaa varianssianalyysi sangen tehokkaan keinon käytettäväksi. Sen edellytyksenä kuitenkin on, että kun sarjoja keskenään vertaillaan, eri sarjojen sisäinen hajonta on sama, koska siihen liittyvässä F-testissä mittapuuna käytetään juuri sarjojen sisäistä hajontaa. Näin ollen ensinnä kiintyy huomio patteristojen sisäiseen hajontaan, joka ensin on selvitettävä.

#### Patteristojen sisäinen hajonta

Oheiseen taulukkoon 3 on merkitty pituusjakautumat tuli-iskuittain luokiteltuina. Siinä on edelleen  $u$  -yksikköinä laskettu kustakin jakautumasta keskihajonta ( $s_u$  %). Joskin melkoista vaihtelevuutta ilmenee, voidaan suurin piirtein sanoa  $s_u$ :n arvon muuttuvan lineaarisesti ampumamatkan funktiona keskiarvon ollessa  $n$  % ampumamatkasta. Missä määrin tätä suhteellista keskihajontaa voidaan pitää vakaana, sitä arvioimaan käytetään Bartlett'in testiä.

Taulukko 3: Pituusjakautuma tuli-iskuittain (u = 20 m)

u	Tuli-iskut										Yht
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
+ 15		1									1
+ 14											
+ 13											
+ 12			1								1
+ 11			1								1
+ 10		1	2								3
+ 9			2			1					3
+ 8				1							1
+ 7	1	2	1	4							8
+ 6	2	2	3	4		1		1			13
+ 5	6		6	6		2	8	7	2		37
+ 4	7	4	2	6	1	4	4	7	5	1	41
+ 3	11	7	4	3	1	4	10	10	16	1	67
+ 2	13	12	10	3	2	7	8	5	12	10	82
+ 1	9	6	10	7	2	7	10	9	14	13	87
0	5	9	12	10	3	10	9	7	11	11	87
- 1	4	5	2	7	4	17	7	7	6	17	76
- 2	5	6	4	8	4	11	8	6	4	9	65
- 3	4	3	3	2	11	4	3	5	2	5	42
- 4	5	1	1	5	9	2	4	3		3	33
- 5		6	2	3	7			1		1	20
- 6		5	3	3	8		1	2			22
- 7			1		1						2
- 8		2			5						7
- 9			1		7	1					9
- 10					2						2
- 11											
- 12					3						3
- 13					1						1
u f (u)	72	72	71	72	71	71	72	70	72	71	714
$\frac{u}{u}$	+99	+12	+99	+54	-330	+6	+58	+55	+96	-27	+122
$u^2 f (u)$	+1,375	+0,167	+1,394	+0,750	-4,648	+0,084	+0,806	+0,786	+1,333	-0,380	+0,179
S <sup>2</sup>	683	1206	1401	1016	2498	512	562	663	376	249	9166
S <sub>u</sub> <sup>2</sup>	547	1186	1263	976	964	511,5	515	620	248	239	9145
S <sub>u</sub>	7,704	16,704	18,043	13,746	13,771	7,307	7,254	8,986	3,493	3,414	12,826
S <sub>u</sub>	2,776	4,087	4,248	3,707	3,711	2,731	2,693	2,998	1,869	1,848	3,581
S <sub>u</sub> %	1,000	1,283	1,216	0,951	1,100	1,686	1,141	0,878	0,890	0,753	(1,090)

Bartlett'in testissä lasketaan eräs testiarvo,  $\left(\frac{B}{C}\right)$ . Silloin, kun vapausasteiden  $(n_j - 1)$  määrä kussakin sarjassa sen keskihajontaa laskettaessa on sama, jona tässä tapauksessa voidaan pitää 70, saadaan B ja C lasketuiksi kaavoista:

$$B = k n \ln S^2 - n \sum \ln (S_i^2)$$

$$C = 1 + \frac{k + 1}{3 n k}, \text{ joissa}$$

$k$  = vertailtavien sarjojen lukumäärä  
 $n$  = yhteinen vapausasteiden luku eri sarjoissa  
 $s_i^2$  = i:nnen sarjan varianssi

$$S^2 = \frac{\sum s_i^2}{k} \text{ eli varianssien keskiarvo}$$

Suure  $\left(\frac{B}{C}\right)$  seuraa  $\chi^2$ -jakautumaa vapausasteiden ollessa  $(k - 1)$ .

Oheisessa taulukossa 4 on laskut suoritettu esillä olevaa tapausta varten. Vapausasteiden ollessa 9 havaitaan  $\chi^2$ -taulukosta, että näin suuren testiarvon todennäköisyys jää hyvin paljon alle 0,1 %.

Näin huono testituloks ei ole rohkaisevaa. Se asettaa kyseenalaiseksi, voidaanko patteriston ammuntaa pitää siinä määrin hallittuna, että sen hajonta noudattaisi tiettyä lakia. Tähän patteriston hajonnan epävakaisuuteen voidaan kylläkin löytää syitä, jotka tässä tapauksessa kuitenkin eivät ole täsmällisesti määritettävissä. Kun kaikki ammunnat on suoritettu eri aikoina, siis aina erilaisissa sääsuhteissa, saattaa tämä sään vaihtelu aiheuttaa eroja hajonnassa, jotka huonontavat testiarvoa. Muina hajonnan vaihtelevuuteen vaikuttavina tekijöinä voivat tulla kysymykseen kaluston tarkistusvirheet, tykeille annetut virheelliset tykki- ja patterikohtaiset korjaukset jne. Kuitenkin suurimmaksi vaihtelevuuden syyksi voidaan epäillä ampumatarvikkeiden laadun epätasaisuutta yleensä sekä erikoisesti tilannetta (harhaisuus), josta anglosaksisessa kirjallisuudessa käytetään nimitystä bias. Sillä tarkoitetaan mm koe-ammunnoissakin käytettyä menetelmää valikoida

Taulukko 4: Tuli-iskujen keskihajonnan Bartlett'in testi

Tuli-iskun		s <sub>i</sub> %	s <sub>i</sub> <sup>2</sup>	ln s <sub>i</sub> <sup>2</sup>
n:o	matka (km)			
6	3,24	1,686	2,8426	1,04470
9	4,20	0,890	0,7921	-0,23308
7	4,72	1,141	1,3019	0,26400
10	4,91	0,753	0,5670	-0,56738
1	5,55	1,000	1,0000	0,00000
2	6,37	1,283	1,6461	0,49840
5	6,75	1,100	1,2100	0,19062
8	6,83	0,878	0,7709	-0,26027
3	6,99	1,216	1,4787	0,39112
4	7,80	0,951	0,9044	0,10050
Yht	57,36	10,898	12,5186	1,22766
Keski- arvo	5,74	(1,090)	1,2514	

$$\ln 1,2514 = 0,44852 (= \ln S^2)$$

Sijoittamalla saadaan

$$\frac{B}{C} = \frac{10 \cdot 71 \cdot 0,44852 - 71 \cdot 1,22766}{1 + \frac{1}{3 \cdot 10 \cdot 71}} = 231,2$$

$$P(\chi^2) < 0,1 \%$$

käytettävissä olevista ammuksista kokeeseen vain tietynlaiset ammuksset, esim kaikki samaa painoluokkaa olevat. Näin voidaan joskus huolellisella valinnalla saavuttaa varsin edullinen hajonta, kuten tuli-iskussa 10, joka ei mitenkään edusta yleistä käytännöllistä hajontaa. Jotta näyte voisi edustaa perusjoukkoa, tulee siihen poimitujen yksilöiden (ammukset, panokset) olla satunnaisesti, esim arpomalla, valittuja koko perusjoukosta, ts jokaisella perusjoukon jäsenellä tulisi olla sama todennäköisyys tulla poimituksi näytteeseen. Jos suljettaisiin pois 3 tuli-iskua, 6. ja 2. liian huonoina ja 10. liian hyvänä, saavutettaisiin jo teorian kanssa siedettävästi yhtyvä tulos,  $\chi^2$ -arvon todennäköisyyden jäädessä 2–5 % välille.

Epättydyttävästä testistä huolimatta ei ole syytä hylätä yleistä olettamusta patteriston keskihajonnan lineaarisesta riippuvuudesta ampumamatkasta. Pyöristäen hiukan tulosta voidaan patteriston keskihajonnan arvona pitää 1,1 % ampumamatkasta. Samalla tavalla kuin taulukossa 2 voidaan  $\chi^2$ -testi suorittaa nyt kullekin tuli-iskulle erikseen, lähtien kunkin tuli-iskun omasta keskipisteestä sekä pitäen odotusarvoja laskettaessa pohjana keskihajontaa 1,1 %.

Taulukkoon 5 on koottu tämän testin tulokset. Viimeisessä sarakkeessa ilmenee  $\chi^2$ -testin ilmaisema kyseisen tuli-iskun jakautuman todennäköisyys. Vapausasteluvuksi kussakin iskussa on saatu luokien lukumäärä kahdella vähennettynä, koska keskihajontaa ei nyt ole saatu kyseisestä tuli-iskusta. Kun yhteinen keskihajonnan arvo on kuitenkin laskettu koko aineiston perusteella, otetaan se huomioon koko vapausasteluvussa vähentämällä siitä yksi, yhteisen vapausasteluvun ollessa nyt 64.

Taulukko 5: Pituushajonnan  $\chi^2$ -testi tuli-iskuittain ( $s_i = 1,1$  %, iskemäkeskipisteet tuli-iskuittain)

T.iskun n:o	$\Sigma (\chi^2)$	Vapaus- asteet	P ( $\chi^2$ ) %
6	14,016	5	1 — 2
9	8,495	6	20 — 30
7	3,612	7	80 — 90
10	16,948	6	0,1 — 1
1	6,039	7	50 — 70
2	7,755	7	30 — 50
5	9,062	7	20 — 30
8	5,306	7	50 — 70
3	12,382	6	5 — 10
4	7,164	7	30 — 50
Yht	90,779	65	

Käyttäen hyväksi  $\chi^2$ -testin additiivisuutta voidaan kokonaisuus edelleen testata laskemalla yhteen  $\Sigma (\chi^2)$ -arvot vapausasteineen. Kun käytetty  $\chi^2$ -taulukko kuitenkin on laskettu vain vapausastelukuun 30 asti, voidaan testiä soveltaa suuremmille vapausasteluvuille, kun tiedetään, että  $\sqrt{2} \chi^2$  jakautuu tällöin normaalisesti, keskiarvon ollessa  $\sqrt{2} n - 1$ , saamme



$$\sqrt{2 \chi^2} = \sqrt{2 \times 90,779} = 13,47$$

$$\sqrt{2 n - 1} = \sqrt{2 \times 64 - 1} = 11,27$$

$$\text{ero} = 2,20$$

Näin suuren tai sitä suuremman poikkeaman todennäköisyydeksi normaalijakautumassa saadaan n. 3 %. Tulos ei siis kumoa olettamusta patteriston hajonnan normaalisuudesta ja sen keskihajonnan lineaarisesta riippuvuudesta ampumamatkasta, joskin parempi testiarvo olisi ollut suotava. Jättämällä aineistosta pois ainoastaan 10. tuli-isku, jonka keskihajonta Bartlett'in testissä osoittautui liian hyväksi, saadaankin jo varsin tyypillinen tulos, todennäköisyyden ollessa n. 25 %.

Patteriston ammuntaa sinänsä voidaan täten käytännössä pitää siinä määrin hallittuna, että se noudattaa hajonnassaan normaalista jakautumaa ja keskihajonta kasvaa lineaarisesti ampumamatkan mukana.

#### Iskemäkeskipisteiden hajonta

Missä määrin käytännössä tarkistusammuntojen perusteella korjattujen tuli-iskujen iskemäkeskipisteiden poikkeamat ehkä ovat vain luonnollisen hajonnan tulos, voidaan nyt selvittää varianssianalyysin avulla. Tässä varianssianalyysin yksinkertaisimmassa tapauksessa (yhden tekijän koe) hajoitetaan koko neliösumma kahteen osaan, joista toinen edustaa havaintosarjan keskiarvojen vaihteluista johtuvaa ja toinen sarjojen sisäisestä hajonnasta johtuvan neliösumman osaa. Jakamalla kukin termi vastaavilla vapausasteiluvuilla saadaan niille kuuluvat "varianssit", joita voidaan verrata keskenään.

Käytännössä työ suoritetaan oheisen mallikaavion mukaan.

Varianssin syy	neliösumma	vapausasteet	"varianssi"
sarjojen kesken	$\sum n_j (x_{\cdot j} - x_{\cdot \cdot})^2$	$k - 1$	$\frac{\sum n_j (x_{\cdot j} - x_{\cdot \cdot})^2}{k - 1}$
sarjojen sisällä	$\sum (x_{ij} - x_{\cdot j})^2$	$N - k$	$\frac{\sum (x_{ij} - x_{\cdot j})^2}{N - k}$
yhteensä	$\sum (x_{ij} - x_{\cdot \cdot})^2$	$N - 1$	$\frac{\sum (x_{ij} - x_{\cdot \cdot})^2}{N - 1}$

Käytetyt merkit tarkoittavat:

$x_{ij}$  = yksityisen iskemän matka (j:nnen tuli-iskun i:s iskemä)

$x_{.j}$  = j:nnen tuli-iskun iskemäkeskipisteen matka

$x_{..}$  = yhteisen iskemäkeskipisteen matka

$N$  = koko iskemäluku ( =  $\sum n_j$  )

$n_j$  = j:nnen tuli-iskun iskemäluku

$k$  = tuli-iskujen lukumäärä

Tämä yleinen kaavio sopii käytettäväksi silloin, kun todellista yhteistä keskipistettä ei ennakoita tunneta. Jos se on tunnettu, kuten tässä tapauksessa yhteisenä maalipisteenä, muuttuvat taulukon vapausasteluvut siten, että  $(N-1)$ :n paikalle tulee  $N$  sekä  $(k-1)$ :n paikalle vastaavasti  $k$ .

Koska tuli-iskujen sisäinen hajonta otetaan testiin suhteellisenä, on iskemäkeskipisteiden poikkeamat yhteisestä keskiarvosta myös ilmais-tava suhteellisina ampumamatkaan. Näin meneteltäessä edellytetään, että iskemäkeskipisteiden poikkeamat ovat myös suhteelliset ampuma-matkaan. Edellytys on tietenkin oikea, mikäli tämä vaihtelu suorastaan johtuu luonnollisesta hajonnasta, jota seikkaa juuri testillä halutaan selvittää. Taulukossa 6 on lopullista varianssianalyysia varten tuli-iskuittain laskettu tarvittavat neliösummat suhteellisia yksikköjä käyttäen.

Taulukko 6: Neliösummat suhteellisten keskihajonta-arvojen mukaan laskettuina

T.iskun n:o	$s_j$ (%)	$(n_j-1)s_j^2$	$u \cdot j$ %	$n_j (u_j)^2$	$n_j$
6	1,686	198,9817	+ 0,051	0,1847	71
9	0,690	56,2391	+ 0,635	29,0327	72
7	1,141	92,4836	+ 0,342	8,4214	72
10	0,753	39,6906	- 0,156	1,7058	71
1	1,000	71,0000	+ 0,495	17,4992	72
2	1,288	116,8723	+ 0,052	0,1947	72
5	1,100	84,7000	- 0,377	134,6252	71
8	0,878	53,1840	+ 0,230	3,7030	70
3	1,216	103,5059	+ 0,399	11,3033	71
4	0,951	64,2125	+ 0,192	2,6542	72
Yht	10,898	880,8197	+ 0,829	209,2237	714

Taulukko 7: Pituusjakautuman varianssianalyysi

Varianssin syy	Neliösumma	Vapausasteet	Varianssi	(keski-hajonta)
Iskemäkeskipisteet	209,2237	10	20,922	
Tuli-iskut (sisäinen)	880,8197	704	1,251	(1,118)
Yhteensä	1090,0434	714	(1,527)	(1,236)

Varsinainen varianssianalyysi on esitetty taulukossa 7. Mikäli iskemäkeskipisteiden vaihtelun syynä olisi vain normaalin hajonta, tulisi taulukossa näkyvien kolmen "varianssin" arvon olla keskenään suunnilleen saman suuruiset, ts. jokainen niistä antaa oman arvionsa koko jakautumaa luonnehtivasta varianssista, mikä paremmin, mikä huonommin onnistuen. F-testin avulla todetaan, missä määrin iskemäkeskipisteiden hajonnasta laskettu varianssi ( $s_1^2$ ) ja tuli-iskujen sisäisestä hajonnasta saatu ( $s_0^2$ ) yhtyvät.

Testiä varten lasketaan suhde

$$F = \frac{s_1^2}{s_0^2}; \text{ jossa } s_1^2 > s_0^2, \text{ jonka jälkeen testitaulukoista, vapausasteet}$$

huomioionottaen, katsotaan mikä on tällaisen tapauksen todennäköisyys. Nyt saamme

$$F = \frac{20,922}{1,251} = 17,05; \text{ vapausasteiden ollessa 10 ja 704, jota vas-}$$

taava todennäköisyys jää paljon pienemmäksi kuin 0,1 %. Huono testiarvo osoittaa, että iskemäkeskipisteiden vaihtelun syynä ovat muut syyt kuin luonnollisesta hajonnasta johtuvat, ts niillä on oma varsinainen ammunnoista riippumaton hajontansa, jonka luonne ja suuruus tulisi pyrkiä selvittämään.

Karkeasti yleistäen voidaan varianssitaulukosta kuitenkin havaita, että vaikka olisimme onnistuneet erittäin hyvin järjestetyillä ja valmistetuilla ammunnoilla tuli-iskuista eliminoimaan kaikki ulkopuoliset systemaattiset virheet, ts. jos olisimme onnistuneet sijoittamaan eri tuli-iskujen todelliset iskemäkeskipisteet maalipisteeseen, ei kokonaishajonta olisi parantunut kovinkaan paljon. Ihannetapausta-

han kuvaa tuli-iskujen sisäistä hajontaa edustava varianssi (1,251) kokonaisvarianssin tässä ollessa 1,527. Ottamalla niistä neliöjuuret saadaan keskihajonnan arvoiksi vastaavasti 1,118 % ja 1,236 %. Tämän käytännöllistä merkitystä valaisee taulukko 8, jossa eri ampumamatkoille on laskettu maalissa 100 m:n kaistalle pituudessa odotettavissa oleva iskemäluku prosentteina.

Taulukko 8: Iskemätodennäköisyys 100 m:n kaistalle maalissa

Amp.matka (km)	Iskemätodennäköisyys (%)	
	s = 1,11 %	s = 1,23 %
3 km	86,5	82,3
4	73,8	68,8
5	63,0	58,2
6	54,6	50,0
7	57,8	43,7
8	42,5	38,7

Ampumamatkan vaikutus odotettavissa olevaan tehoon nähden on siis ilmeinen ja varteenotettava tekijä. Sen sijaan tarkistusammuntojen jälkeensä jättämällä suhteellisen pienillä virheillä ei keskimäärin ottaen näytä olevan ratkaisevaa merkitystä. Näin on tietenkin asiantaita, jos suoritetaan paljon ammuksia. Yksityistapauksissa tarkistusammunnan virhe voi kylläkin koitua kohtalokkaaksi ammunnan onnistumiselle, kuten aineistossamme 5. tuli-iskun kohdalla. Siinähan isku jäi n. 100 m lyhyeksi, jolloin maalikaistalle osui vain 15 iskemää eli 21 %. Kun meidän oloissamme parhaimmillaankin massatulenkäytössä aina on kysymys vain muutamista harvoista patteriston tuli-iskuista kerrallaan, on suuremman vakavuuden saavuttamiseksi syytä kiinnittää suurempaa huomiota iskemäkeskipisteiden jakautumiseen ja koetettava löytää keinoja sen pienentämiseksi.

Varianssitaulukkoon palataksemme, siinä esiintyvä iskemäkeskipisteiden vaihtelun tilille merkitty "varianssi" ( $s_1^2$ ) muodostuu sekä luonnollisesta hajonnasta ( $s_0^2$ ) että keskipisteiden todellisesta hajonnasta oheisen kaavan mukaan:

$s_1^2 = n (s')^2 + s_0^2$ ; jossa  $s'$  on iskemäkeskipisteiden todellisen vaihtelun keskihajonta ja  $n =$  laukausero kussakin sarjassa (tässä 71).

Sijoittamalla arvot ja ratkaisemalla yhtälö saadaan

$$(s')^2 = \frac{s_1^2 - s_0}{n} = \frac{21,190 - 1,241}{71} = 0,281 \text{ eli}$$

$$s' = \sqrt{0,281} = 0,53 \text{ (\%)} \text{ ampumamatkasta}$$

Täten ratkaistuna tulee iskemäkeskipisteiden todellinen keskihajonta lausutuksi suhteellisenä ampumamatkaan. Onko asia todellisuudessa näin, voidaan asettaa kysymyksen alaiseksi. Pahasti erehtymättä tähän voidaan yhtyä pitämällä ilmeisenä, että amunnastakin riippumattomina syntyvillä teknillisillä tarkistusammuntavirheillä on taipumus kasvaa ampumamatkan (kannan) kasvaessa.

Tutkiaksemme yleensä missä määrin jonkin havaintosarjan, esim 5. tuli-iskun, keskiarvo on teorian puitteissa odotettavissa, käytetään t-testiä. Testiarvo t lasketaan kaavasta

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{x}}{s_k}; \text{ jossa } \bar{x} = \text{havaittu keskiarvo}$$

$$\bar{x} = \text{todellinen keskiarvo} \\ \text{(tässä 0)}$$

$$s_k = \text{keskiarvon keskihajonta, yleensä}$$

$$(s_k = \frac{s_0}{\sqrt{n}})$$

Kun käytännössä  $s_k$  muodostuu sekä luonnollisesta hajonnasta ( $s_0$ ) että ulkopuolisista virheistä ( $s'$ ), sen kaavan ollessa muotoa

$$s_k = \sqrt{(s')^2 + \frac{s_0^2}{n}} = 0,55 \%$$

on tässä luonnollisella hajonnalla vain vähän vaikutusta. Niinpä tässä tapauksessa t-testiä ei voi soveltaa, koska yksityisen tuli-iskun iskemäkeskipisteitä täytyy pitää vain yksityishavaintoina. Jos kuitenkin todellinen keskiarvo, tässä yhteinen maalipiste, tunnetaan ja jos todellinen keskihajonta tunnetaan, voidaan yksityisen havainnon todennä-

köisyys saada normaalijakautumasta. Niinpä jos saatua arvoa,  $s_k$  voidaan pitää todellisena, saadaan kun 5. tuli-iskun poikkeama on 93 m  $= 1,39 \%$ ,

$$t = \frac{1,39}{0,55} = 2,53$$

jota normaalijakautumassa vastaa puoleen tai toiseen todennäköisyys n. 1 %. Se tuntuisi oikeuttavan sulkemaan pois 5. tuli-iskun muusta aineistosta, todeten sen tarkistuskorjauksen olevan karkeasti virheelinen. Ennenkuin näin menetellään, on kuitenkin syytä arvioida, missä rajoissa  $s_k$ :n todellinen arvo saattaa olla. Merkitsemällä  $s_k$ :n todellista arvoa  $s_k'$  voidaan sen konfidenssirajat laskea  $\chi^2$  jakautuman avulla seuraavasti. Kaavaan

$$(s_k')^2 = \frac{n}{\chi^2} \sigma^2$$

sijoitetaan

$\sigma$  = aineistosta saatu

variassi =  $s_k^2$  ( $= 0,55^2$ )

n = vapausasteiden luku ( $= 9$ )

$\chi^2$  = valittua merkitsevyytastaso ja vapausaste lukua vastaava  $\chi^2$ -arvo

Valitsemalla 95 % tason saadaan  $\chi^2$ -taulukosta 9 vapausasteen kohdalta 3,325, jonka sijoittamalla saamme

$$(s_k')^2 = \frac{9 \cdot 0,55^2}{3,325} = 0,817; \text{ eli } s_k = 0,904$$

(ylempi konfidenssiraja)

sekä vastaavasti 5 % tasolle  $\chi^2 = 16,919$ , eli

$$(s_k')^2 = \frac{9 \cdot 0,55^2}{16,919} = 0,161; \text{ eli } s_k' = 0,401$$

(alempi konfidenssiraja)

Näin voidaan arvioida, että 90 % todennäköisyydellä iskemäkeskipisteiden todellinen keskihajonta on välissä 0,40—0,90. Sijoittamalla vm arvo, saadaan

$$t = \frac{1,39}{0,904} = 1,53 \text{ jota vastaava todennäköisyys nor-}$$

maalijakautumassa onkin jo n. 13 %. Toistaiseksi ei siis ole aihetta jättää "poikkeukselliselta" tuntuva 5. tuli-iskua pois.

#### Maalin 100 m:n pituuskaistan iskemä- todennäköisyys

Iskemätodennäköisyyttä arvioitaessa on iskemäkeskipisteiden vaihtelulla ratkaiseva merkitys. Mitä useampia iskuja maaliin ammutaan, sen paremmin kokonaisjakautuma pyrkii saamaan normaalian jakautuman muodon maalin keskipisteen ollessa jakautuman todellinen keskipiste. Totaalinen keskihajonta, joka muodostuu tuli-iskujen sisäisestä hajonnasta ja iskemäkeskipisteiden todellisesta hajonnasta, tulee sitä paremmin luonnehtimaan kokonaishajontaa sekä sallii ennustamisen tarkoin arvioitavalla tarkkuudella. Kun käytännössä aina ollaan kuitenkin tekemisissä kerrallaan vain muutaman harvan tuli-iskun kanssa, tulee esiin ratkaiseva kysymys iskemäkeskipisteiden vaihtelusta.

Kun on vain kysymys yhdestä patteristosta ja yhdestä tuli-iskusta, tuntuu luonnolliselta valita tehon arvioimisen pohjaksi sellainen "tyypillinen" tuli-isku, jonka keskimäärin voidaan katsoa edustavan normaalista tuli-iskua. Luonnollinen valinta kohdistuu ilman muuta sellaiseen tuli-iskuun, jonka iskemäkeskipiste poikkeaa maalista yhden todennäköisen poikkeaman verran ( $r_k = 0,6745 \times s_k$ ) eli 0,37 %. Haluttaessa suurempi varmuus tehon suhteen voidaan käyttää  $s_k$ :n ylempää konfidenssirajaa, jolloin  $r_k$ :n arvoksi tulee 0,61 %.

Yksityisen tuli-iskun tehon jonkinlaiseksi minimiarvoksi saadaan se todennäköisyys, johon päästään, kun annetaan iskemäkeskipisteen poiketa maalista vieläkin enemmän. Jos annetaan tuli-iskun poiketa

maalista  $1,5 \times s_k$ :n verran saadaan n. 87 % eli lähes 90 % todennäköisyys sille, että ammunnan iskemäkeskipiste tulee tätä lähemmäksi maalia sekä odotettavissa oleva teho täten vastaavasti tätä minimiarvoa suuremmaksi.

Oheiseen taulukkoon 9 on eri ampumamatkoille laskettu osumatodennäköisyydet sekä tyypillistä että minimituli-iskua varten käytäen pohjana aineiston antamaa  $s_k$ :n keskiarvoa  $s_k = 0,55$  % sekä sen mahdollista maksimiarvoa 0,90 %.

**Taulukko 9:** Yksityisen tuli-iskun iskemätodennäköisyys maaliin 100 m:n pituuskaistalla (%)

Matka km	Odotusarvot		Minimiarvot	
	$s_k = 0,55$ %	$s_k = 0,904$ %	$s_k = 0,55$ %	$s_k = 0,904$ %
3	84,88	81,43	76,48	60,35
4	71,87	67,59	62,23	45,50
5	60,67	56,60	51,41	35,14
6	52,49	48,59	43,57	29,28
7	46,06	42,28	37,94	25,09
8	40,96	37,29	33,52	21,63
9	36,42	33,55	29,96	19,49

Useampien tuli-iskujen yhdistelmää varten voimme tietenkin saada karkean arvion kertomalla yksityisen tyypillisen tuli-iskun todennäköisyyden tuli-iskujen luvulla. Ehkä tarkempi tulos tällöin kuitenkin saadaan, jos tässä tapauksessa tyypilliseksi tuli-iskuksi valitaan sellainen tuli-isku, jonka iskemäkeskipiste poikkeaa maalista iskemäkeskipisteiden yhteisen keskiarvon todennäköisen poikkeaman verran, samalla kun hajonnan mittana käytetään totaalista keskihajontaa ( $s_{tot} = 1,24$  %) luonnehtimaan iskemäin jakautumaa. Tyydymme kuitenkin tässä ottamaan teholaskelmien pohjaksi ensiksi määritellyn tyypillisen iskun.

Tältä pohjalta voimme laskea odotusarvot maaliin aineistostamme sekä suorittaa tuloksen testauksen (taul. 10).



Taulukko 10: Maalin 100 m:n kaistalle osuneet iskemät.

Tuli-iskun n:o	Teor.iskemä- luku	Havaittu iskemäluku	$\chi^2$
6	58,8	52	0,786
9	50,0	47	0,180
7	46,1	42	0,365
10	44,5	60	5,399
1	40,2	36	0,439
2	36,0	38	0,111
5	34,3	15	10,860
8	33,9	34	0,000
3	33,2	38	0,694
4	30,0	35	0,833
Yht	407,0	397	19,667

Vapausasteiden luvun ollessa 10 vastaa testiarvoa  $\chi^2$  taulukossa todennäköisyys 2—5 %. Tulos on odotuksenmukainen, sillä testiarvoa suurentavat juuri 5. tuli-isku, jonka mukaanotto oli jo aikaisemmin asetettu kysymyksenalaiseksi, sekä 10. tuli-isku, jolla Bartlett'in testissä oli liian pieni hajonta. Muiden iskujen kohdalla tulos on varsin tyyppillinen eikä kumoa asetettua teoreettista perustaa.

## 2 Leveysjakautuma

Koska yksityisen tykin leveyshajonta on pieni pituushajontaan verrattuna, ei sillä leveyden kokonaisjakautumassa ole ratkaisevaa merkitystä. Sen sijaan sillä menetelmällä, jolla tuli-isku ammutaan, on määräävä vaikutus. Tuli-iskuahan ammutaan pattereittain yhdensuuntaista tuliviuhkaa käyttäen siten, että perustykki (2. tykki vasemmalta lukien) suunnataan maalihehtaarin keskipisteeseen. Tykkien ollessa n. 20—25 m:n välein asemissa muodostuu tulitettavan alueen leveys n. 100 m:ksi, jolloin mm sillä seikalla, miten huolellisesti yhdensuuntainen tuliviuhka on muodostettu, on merkityksensä tulen koossa pysymiseen myöskin ampumamatkan pidetessä. Ammuttaessa paljon perussuunnasta poikkeavilla sivukulmilla tuliviuhka kapenee, esim 1000<sup>v</sup>:n sivukulmalla n puoleen, jolloin kohtalaistenkin virheiden ollessa kysymyksessä tuli kohdistuu maalin laitaan tai menee maalista kokonaan ohi. Samalla, johtuen tykkien porrastuksesta ampumasuun-

nassa, pituushajonta kasvaa. Iskemäkeskipisteen sijainnilla maalin suhteen on leveysjakautumassa myös tärkeä merkityksensä.

Mielenkiintoista on, että liitteen 2 reunajakautumaa leveydessä silmälläpitäen myös sen jakautuma näyttää saavuttavan normaalin jakautuman muodon. Siihen voidaan kohdistaa samanlainen tarkastelu kuin edellä pituusjakautumaan.

#### a. Kokonaisjakautuma leveydessä

Suorittamalla laskut saadaan jakautumasta

$$- \text{keskiarvo } (\bar{v}) = + 0,9 \text{ v } (= +18 \text{ m})$$

$$- \text{keskihajonta } (s_v) = 2,01$$

Keskiarvon näin tuntuva poikkeaminen oikealle ei voi olla sattumanvarainen, vaan se johtuu tietenkin tuliviuhkan toispuolisesta suuntaamisesta maalin keskipisteeseen. Oheinen testi (taulukko 11), joka em syystä on suoritettu havaitun keskipisteen ( $\bar{v} = + 0,9$ ) suhteen, osoittaa, että jakautuminen on sangen lähellä normaalijakautumaa. Niinpä jos käytetään yllälaskettuja parametrejä, saadaan maalin 100

Taulukko 11: Leveyden reunajakautuman  $\chi^2$ -testi ( $\bar{v} = + 0,9$ ;  $s_v = 2,01$ )

Luokka (v)	Havaittu isk.luku (m)	Teoreettinen isk.luku (m)	$\chi^2$
$\geq + 6$	10	7,87	0,576
+ 5	21	18,30	0,398
+ 4	32	43,76	3,160
+ 3	95	82,44	1,914
+ 2	119	121,12	0,037
+ 1	128	140,43	1,100
0	125	126,34	0,014
- 1	97	91,66	0,311
- 2	61	50,69	2,097
- 3	24	22,16	0,153
$\leq - 4$	3	10,22	5,101
	715	714,99	14,861

$$P(\chi^2) \sim 5-10 \% \text{ (vap.aste} = 8)$$

m:n leveyden odotusarvoksi 530,24 havaitun arvon ollessa 530. Näin hyvä yhteensattuvuus on tietenkin sattuman ansiota eikä niin muodoin kelpaa teorian pohjaksi sellaisenaan, kuten eri iskujen lähempi tarkastelu osoittaa.

b. Tuli-iskujen sisäinen hajonta ja iskemäkeskipisteiden vaihtelu

Oheinen taulukko 12 osoittaa leveysjakautuman tuli-iskuittain. Siinä on myös laskettu valmiiksi iskemäkeskipisteet ( $\bar{v}$ ) sekä kunkin iskun sisäinen keskihajonta  $s_{v_i}$  v- yksikköinä. Joskin keskihajonta testissä osoittautuu liian vaihtelevaksi, voidaan sen keskiarvoa  $s_1 = 1,67 = 33,4$  m käyttää pohjana ennustettaessa keskeiselle 100 m:n leveyskaistalle tuleva iskemäluku, kuten oheinen  $\chi^2$ -testi (taul 13) osoittaa. Testi on suoritettu ottamalla kunkin iskun oma keskipiste jakautumaan perustaksi. Oman keskipisteensä suhteen otetulle 100 m:n kaistalle leveydessä voidaan siis odotusarvona pitää 86,6 eli n 87 %, kun keskimääräisenä keskihajontana pidetään arvoa 33,4 m.

Taulukko 12: Leveysjakautuma tuli-iskuittain ( $v = 20$  m)

t.isku	f (v <sub>ij</sub> )													Yht.	$\bar{v}$	s <sub>v<sub>i</sub></sub>
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7				
1					5	7	13	20	15	10	2			72	+2,986	1,50
2	2	10	11	13	10	9	4	8	5					72	-0,167	2,23
3	1	3	14	11	26	12	4	1						72	-0,403	1,38
4		8	8	14	10	11	8	7	5	1				72	+0,264	2,14
5				1	6	11	17	13	5	10	7	1		71	+2,345	1,90
6				5	13	7	16	15	15					71	+0,958	1,60
7				1	18	6	21	17	8	1				72	+0,875	1,42
8		2	5	8	17	13	12	12	1					70	+0,707	1,66
9		1	10	10	23	19	5	4						72	+0,111	1,37
10				7	9	15	9	24	7					71	+0,775	1,52
Yht.	3	24	61	97	125	128	119	95	32	21	9	1	715	+0,898	2,02	
Keskiarvo														(1,67)		

**Taulukko 13:** Keskeiselle 100 m:n kaistalle tuli-iskuittain osuneiden iskemien lukumäärän testi

Tuli-isku n:o	Odotusarvo $\sim$ m	Havaittu (m)	$\chi^2$
1	62,4	65	0,108
2	"	45	4,852
3	"	66	0,208
4	"	53	1,416
5	"	53	1,416
6	"	66	0,208
7	"	69	0,698
8	"	60	0,092
9	"	67	0,339
10	"	64	0,041
	62,4	608	9,378

$$P(\chi^2) \sim 30 - 50 \% ; n = 10$$

Kun todellisena iskemäkeskipisteenä leveydessä voidaan pitää +10 m johtuen perustykin paikasta, saadaan eri iskujen iskemäkeskipisteille leveydessä keskihajonta

$$s_k = 31,0 \text{ m}; (r_k = 0,6745 \times s_k = 21 \text{ m})$$

Yhteisen iskemäkeskipisteen poikkeaman todennäköisyys tästä arvosta voidaan testata t-testin avulla. Saadaan

$$t = \frac{+18 - 10}{31 / \sqrt{10}} = 0,82.$$

Vapausasteiden ollessa 10 on tämän todennäköisyys runsaasti yli 10 %, siis varsin tyypillinen. Tuli-isku 1:n suurehko sivupoikkeama 50 m on normaalijakautumassa puoleen tai toiseen n 11-prosenttisesti todennäköinen, joten sen samoin kuin 5. tuli-iskun mukaanottoa on pidettävä selviönä.

d. Maalin 100 m:n leveyskaistan iskemätodennäköisyys

Voimme kuten edellä valita tyypillisen tuli-iskun, ts sellaisen tuli-iskun arviointien pohjaksi, jonka poikkeama todellisesta keskipisteestä

$\bar{v} = +10$  m) on yksi todennäköinen poikkeama, ( $r_k = 21$  m). Todellisen iskemäkeskipisteen toispuolisuudesta maalin suhteen johtuu, että saadaan erilainen iskemätodennäköisyys silloin, kun iskemäkeskipiste poikkeaa vasemmalle, ja silloin, kun se poikkeaa oikealle todellisesta iskemäkeskipisteestä. Kun etukäteen ei voida tietää, kummalle puolelle tuli-isku tulee poikkeamaan, lienee syytä valita ennustusravoksi näiden kahden keskiarvo. Yksityiseen iskuun nähden tämä tietenkin heikentää ennustamistarkkuutta. Parempi olisi, jos patterin alkupiste, johon tasoviivotin asetetaan, asetettaisiin tykkirintaman keskelle, jolloin suurena kokonaisuutena leveysjakautuma tulisi symmetriseksi maalin keskipisteen suhteen.

Ennustuksen täsmällisyyden arvioimiseksi on syytä laskea myös leveydessä iskemäkeskipisteiden keskihajonnan ylempi konfidenssiraja, joksi saadaan

$s_{kmax} = 51,0$  m (eli  $r_{kmax} = 34$  m). Siis 90 % todennäköisyyden ollessa kysymyksessä voimme vain sanoa, että iskemäkeskipisteiden todellinen keskihajonta saattaa leveydessä olla näin suuri. Kun edelleen yksityisen iskun ollessa kysymyksessä laskemme vielä iskemätodennäköisyyden silloin, kun iskemäkeskipiste poikkeaa maalista puoleen tai toiseen  $1,5 s_k$ :n verran, saadaan jonkinlaiset minimiarvot odotettavalle teholle.

Taulukko 14 esittää täten lasketut odotusarvot eri tapauksissa. Luvut osoittavat, miten herkästi kohtalaisetkin virheet sivusuunnassa heikentävät tulen tehon maalissa.

**Taulukko 14:** Iskemätodennäköisyys (%) maalin 100 m:n leveyskaistalle iskemäkeskipisteen keskihajonnan ollessa a) 31 m ja b) 51 m

Todellinen iskemäkeskipiste	$s_k = 31$ m		$s_k = 51$ m	
	Iskemäkeskipisteen		Iskemäkeskipisteen	
	$\bar{y} = 21$ m (tyypillinen)	$\bar{y} = 46$ m (minimi)	$\bar{y} = 34$ m (tyypillinen)	$\bar{y} = 76$ m (minimi)
+10 m	77,7	54,3	66,9	17,6
0	79,1	54,6	67,8	21,8

Taulukossa 15 on suoritettu eri tuli-iskujen havaittujen arvojen testi. Tulos on huono, sillä testiarvo jää pienemmäksi kuin 0,1 %. Se osoittaa, että ainoastaan hyvin sattuumanvaraisesti voidaan ennustaa tulen teho maaliin leveydessä. Tulos ei rohkaise laatimaan mitään täsmällisiä odotusarvoja patteriston tuli-iskun tehoa varten, paitsi aivan karkeina likiarvoina, joihin on suhtauduttava tietyin varauksin; nimenomaan silloin, kun on kysymys vain yhdestä tai muutamasta harvasta tuli-iskusta kerrallaan.

Mikäli sen sijaan tarkistusammuntojen tekniikkaa ja luotettavuutta voitaisiin siinä määrin parantaa, että 1. ja 5. tuli-iskulle (taulukko 15) saadut 50 m:n suuruusluokkaa olevat virheet saatettaisiin sivusuunnassa välttää, voitettaisiin ammuntojen luotettavuudesta paljon. Jos aineistosta suljetaan tässä mielessä pois 5. ja 1. tuli-isku, saadaan muiden 8 tuli-iskun perusteella

Taulukko 15: Maalin 100 m:n kaistalle osuneet iskemät tuli-iskuittain;  $\chi^2$ -testi

Tuli-iskun n:o	Havaittu arvo	$\chi^2$	Huom
1	23	19,446	Odotusarvo kaikissa 56 (= 78 %)
2	47	1,446	
3	67	2,166	
4	51	0,446	
5	35	7,875	
6	56	0	
7	63	0,875	
8	55	0,018	
9	67	2,166	
10	64	1,143	
Yht	527	85,581	

$$P(\chi^2) < 0,1 \%$$

$$\bar{y} = +8 \text{ m}; s_k = 10 \text{ m}, \text{ josta } r_k = 7 \text{ m}$$

Näistä arvioista lähtien tulee odotusarvoksi 100 m:n kaistalle maalissa 84 % eli 60,6 iskemää. Suorittamalla  $\chi^2$ -testi eri iskujen maalin 100

m:n kaistalle osuneiden iskemien suhteen tulee  $\Sigma (\chi)^2 = 7,225$ , joka 8 vapausasteen perusteella vastaa 50—70 % todennäköisyyttä, ts tulos on jakautumaltaan varsin tyypillinen.

### 3. Iskemätodennäköisyys maalihehtaarille

Koska pituus- ja leveyshajonta ovat toisistaan riippumattomat, voidaan yhdistetty jakautuma ja sen todennäköisyydet laskea todennäköisyyksien kertomasäännön avulla. Näin saamme maalihehtaarin odotusarvot oheisen taulukon 16 mukaisiksi eri ampumamatkoille. Odotusarvot on laskettu seuraavia tapauksia varten.

a) Iskemäpisteen keskihajonta pituudessa on 0,55 %, leveydessä 31 m. Isku poikkeaa maalista yhden todennäköisen poikkeaman verran sekä leveydessä että pituudessa (tyypillinen isku koko aineiston perusteella).

b) Iskemäkeskipisteen keskihajonta pituudessa on 0,90 %, leveydessä 51 m. Isku poikkeaa maalista 1 todennäköisen poikkeaman verran sekä leveydessä että pituudessa (tyypillinen isku koko aineistosta iskemäkeskipisteiden keskihajonnan ylemmillä konfidenssirajoilla).

c) ja d) Yksityisten iskujen minimiarvot edellisistä.

e) Iskemäkeskipiste poikkeaa pituudessa a-kohdan mukaisesti, leveyden keskihajonta on 10 m (tyypillinen isku ideaalitapauksessa, 5. ja 1. tuli-isku aineistosta erotettuina). Liitteessä 5 on samat arvot esitetty graafisesti. Mitä itse käyriin tulee, ei esitettyjä minimikäyriä voida mitenkään soveltaa useampien tuli-iskujen yhdistelmiin, ne ovat

Taulukko 16: Iskemätodennäköisyys maalihehtaarille (%)

X (km)	Tyypilliset arvot		Vähimmäisarvot		Ihanteellinen
	a	b	c	d	e
3	66,0	54,5	41,5	10,6	71,8
4	55,8	45,2	33,8	8,0	60,4
5	47,1	37,9	27,9	6,2	51,0
6	40,8	32,5	23,7	5,2	44,1
7	35,8	28,3	20,6	4,4	38,7
8	31,8	24,9	18,2	3,8	34,4
9	28,3	22,4	16,3	3,4	30,6

ainoastaan yksityisen tuli-iskun raja-arvoja. Tyypilliset tehot taas ovat hiukan pessimistisiä, koska tyypillisen iskun poikkeamaksi on valittu yksi todennäköinen poikkeama sekä pituudessa että leveydessä, jolloin on odotettavissa, että 3/4 iskuista on tyypillistä iskua parempia ja 1/4 huonompia.

Taulukko 17: Maalihehtaarille osuneiden iskemien  $\chi^2$ -testi

Tuli-isku	Havaittu (m)	Teor arvo ( $\tilde{m}$ ) (a)	$\chi^2$ (a)	Teor. arvo ( $\tilde{m}$ ) (e)	$\chi^2$ (e)
1	14	31,4	9,642	—	—
2	26	28,1	0,157	30,4	0,637
3	32	25,8	1,490	27,9	0,603
4	24	23,5	0,011	25,4	0,077
5	4	26,8	19,397	—	—
6	40	45,9	0,758	49,5	1,823
7	38	35,6	0,162	38,6	0,009
8	28	26,4	0,097	28,6	0,013
9	44	39,0	0,641	42,1	0,086
10	54	34,5	11,022	37,3	7,477
Yht (5. ja 1. pl)	304 286	317,0	43,377	279,8	10,725 $P(\chi^2) = 20-30 \%$

Taulukossa 17 on suoritettu ikäänkuin yhteenvetona edellä olevasta tarkastelusta maalihehtaarille eri iskuissa osuneiden iskemien testi. Siitä ilmenee, että koko materiaalissa (tapaus a) ennustus toteutuu huononlaisesti. Luonnottoman suuret poikkeamat esiintyvät tuli-iskuissa 1 ja 5, joiden iskemäkeskipisteiden virhe on normaalia suurempi, sekä tuli-iskussa 10, jossa on poikkeuksellisen pieni keskihajonta (vrt Barlett'in testi). Jos aineistoa todellisuuteen nähden tulkitaan hieman optimistisemmin, voidaan tuli-iskut 1 ja 5 jättää pois sekä käyttää ennustuksen pohjana käyrää (e). Sitä vastaavaa testi-arvoa voidaankin jo pitää teorian mukaisena.

Yhteenvetona tarkastelusta mainittakoon patteriston tuli-iskun hajonnasta seuraavat seikat:

1. Matkassa voidaan patteriston sisäistä hajontaa pitää kontrolloituna, keskihajonta on n 1,1 % matkasta.



2. Leveyshajonta vaihtelee liiaksi eri iskuissa, keskimääräinen keskijajonta on 33,4 m. Tämän kontrolliin olisi syytä kiinnittää enemmän huomiota. Niinikään olisi harkittava keinoja tuliviuhkan kapenemisen ja matkan porrastumisen eliminoimiseksi suurilla sivukulmilla ammutaessa.

3. Iskemäkeskipisteiden vaihtelu on luvattoman suuri senkin jälkeen, kun tarkistusammunta on suoritettu. Erittäinkin sivusuuntavirheet ovat kohtalokkaat. Tarkistusammuntatekniikkaa olisi kehitettävä edelleen nykyisestäään suuremman varmuuden saavuttamiseksi.

4. Taulukko 16 antaa odotusarvot maalihehtaarille osuvista iskemistä tietyin varauksin, jotka johtuvat aineiston vähyydestä. Ns ideaalitapaus (e) tuntuu esittävän arvoa, johon erittäin huolellisessa ampumatoiminnassa voidaan päästä, nimenomaan silloin kun karkeat sivusuuntavirheet eliminoidaan.

#### 4. Iskemäin jakautuminen maalihehtaarilla

Eräät seikat edellisestä tarkastelusta viittaavat siihen, että suhteellisen pienellä alueella maalipisteen ympäristössä kokonaisjakautumassa todennäköisyys kaikkialla käytännössä muodostuu samanlaiseksi. Tällä alueella, joksi tässä tutkimuksessa on oletettu maalihehtaari, on siis sen jokainen kohta iskemätodennäköisyyden kannalta saman arvoinen. Ne seikat, joista tämä ennenkaikkea johtuu, ovat

- keskijajonnan vaihtelevuus ampumamatkan funktiona,
- iskemäkeskipisteiden suurehko, itse amunnasta riippumaton hajonta,
- leveyteen tarkoituksellisesti tasaisesti jaettu tuli (yhdensuuntainen tuliviuhka).

Että tällaiseksi alueeksi valittu 1 ha:n alue ei ole ainakaan liian suuri, vaan voisi sitä ehkä laajentaakin, ilmenee siitä, että ruotsalaiset tehokaskelmissaan edellyttävät tasaisen osumatodennäköisyyden  $150 \times 150$  m:n eli 2,25 ha:n alueelle. Suuren leveyden siinä ymmärtää, kun muistaa ruotsalaiseen patteriin kuuluvan 6 tykkiä.

#### Poisson'in jakautuma

Jakamalla maalihehtaari saman suuruisiksi, sopivan kokoisiksi osamaaleiksi (maaliyksikkö) saadaan osamaalia kohti tuleva odotusluku

iskemiä jakamalla koko hehtaarille tuleva iskemäluku osamaalien lukumäärällä, eli  $\lambda = \frac{N'}{n}$ , jossa  $N'$  = maalihehtaarille osuvien iskemien luku,  $n$  = osamaalien luku hehtaarilla. Tästä käsitteestä ( $\lambda$ ) käytetään seuraavassa nimitystä *iskemätiheys*.

Oheisessa ruudukossa (kuva 2) on liitteen 2 maalihehtaari jaettu ruutuihin ( $10 \times 10 \text{ m}^2$ ) sekä kuhunkin ruutuun merkitty alkuperäisten pöytäkirjojen mukaan siihen saatu iskemäin luku. Kun maalihehtaarille on kaikkiaan saatu 304 iskemää, tulee jokaiseen ruutuun keskimäärin

$$\lambda = \frac{304}{100} = 3,04 \left( \frac{\text{ls}}{\text{aari}} \right)$$

3	1	4	4	3	3	3	2	2	
4	2	3	6	3	5	4	3	3	
2	4	7	4	2	5	4	5	3	
1	4	2	4	7	6	3	4	5	2
1	2	3	2	5	6	3	4	2	5
3	1	4	2	5	8	4	3	1	3
1	2	1	6	2	5	2	2	4	6
1	3	3	2	3	2	4	1	9	
1	2	4	1	3	4	1	3		
2	3	1	2	1	4	6	5	1	

Kuva 2

Iskemäin jakautuminen maalihehtaarille, 10 tuli-iskun yhdistelmä.

Poisson'in jakautuman yhtälö täydellisenä on muotoa

$$P(k, \lambda) = e^{-\lambda} + \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1!} + \frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!} + \dots + \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} + \dots = 1$$

Sarjassa, jonka yleinen termi on muotoa  $\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ , ilmaisee kysei-

nen termi todennäköisyyden sille tapaukselle, että saadaan tasan  $k$  osua johonkin ruutuun, mihin tahansa, ts se ilmaisee niiden ruutujen

todennäköisyyden, joihin osuu tasan  $k$  osumaa. Niinpä 0-ruutujen, ts tyhjien ruutujen todennäköisyys on

$$P(0, \lambda) = e^{-\lambda}$$

sekä yhden tai useamman osuman saaneiden ruutujen todennäköisyys on

$$P(k \geq 1, \lambda) = 1 - e^{-\lambda}$$

Vm tulokseen on evl  $K$  a je toista tietä aikanaan päätynyt tutkimuksissaan.

Käytäntöä varten on oheisena liitteenä 4 graafisena esitetty valmiiksi laskettu käyrästä Poisson'in jakautumaa varten erilaisille  $k:n$  ja  $\lambda:n$  arvoille.

Mitä Poisson'in jakautumaan yleensä tulee, päädytään siihen binomijakautuman rajatapauksena, silloin kun binomijakautumassa, jonka yleinen termi on muotoa

$$\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k},$$

$n$  on suuri ja  $p$  pieni ( $p =$  löytöjen todennäköisyys,  $q = 1 - p$ ).<sup>1</sup> Poisson'in jakautuma, käytettynä binomijakautuman sijasta, antaa vielä riittävän tarkkuuden, kun sen kaavassa esiintyvä  $\lambda:n$  arvo on  $n$  10. Koska Poisson'in jakautumaa on laskuteknillisesti helppo käsitellä, pyritään sitä soveltamaan työläämmän binomijakautuman sijasta, milloin se on mahdollista.

Todetaksemme, missä määrin saatu jakautuma on todella Poisson'in jakautuman kanssa yhtäpitävä, suoritetaan  $\chi^2$ -testi (taulukko 18)

---

<sup>1</sup> "Löytö", esim kun vastaanotossa näyte-erästä ( $n$  kpl) löydetään virheellinen kappale. Virheellisten todennäköisyys  $p = \frac{\text{virheelliset}}{\text{kaikki}}$

Taulukko 18: Poisson'in jakautuman testi maalihehtaarilla ( $\lambda = 3,04$ )

Iskemä ruudussa (k)	Ruutujen luku		$\chi^2$
	Teoreettinen ~ (m)	(Havaittu) (m)	
0	4,78	21	0,146
1	14,54		
2	22,10	20	0,200
3	22,40	22	0,007
4	17,02	18	0,056
5	10,35	9	0,176
≥ 6	8,81	10	0,161
	100,00	100	0,746

Poisson'in jakautumassa on teoreettisten arvojen laskemiseen käytetty kahta sidettä, ruutujen lukumäärää ( $n = 100$ ) sekä keskiarvoa ( $\lambda = 3,04$ ), jotka on saatu itse aineistosta. Tämä huomioonottaen vapausasteiden lukumäärä on luokkien luku vähennettynä kahdella. Reunaluokat on jälleen yhdistetty, niin että odotusarvo kuhunkin luokkaan tulee suuremmaksi kuin 5. Testiarvon ( $\chi^2$ ) = 0,746 todennäköisyydeksi saadaan  $\chi^2$ -taulukosta, kun vapausasteita on 4,  $n$  90—95 %. Yhtäpitävyys on siis erinomainen, ellei ehkä liiankin hyvä, jos tyypillisenä ( $\chi^2$ )-arvona pidetään sitä, jonka todennäköisyys olisi 50 %. Testiarvohan merkitsee itse asiassa sitä, että toistettaessa koe Poisson'in jakautuman edellytysten ollessa voimassa, saataisiin 90—95 % tapauksia, joissa poikkeamiset odotusarvoista ovat suurempia kuin esillä olevassa tapauksessa.

Vaikkakin ylläolevan perusteella voidaan todeta maalihehtaarille osuneiden iskemäin puitteissa Poisson'in jakautuman olevan todella käyttökelpoinen kuvaamaan iskemäin jakautumista sille, herää kysymys siitä, miten on tehon ennustettavuuden laita. Yllä oli käytetty todella saatua iskemälukua 304  $\lambda$ :n laskemiseksi. Se voidaan laskea myös teoreettisena lukuna maalihehtaarille odotettavasta arvosta, joka edellisessä luvussa johdettiin. Niinpä taulukkojen 16 ja 17 perusteella saamme ideaalitapausta (e) varten, kun aineistosta on erotettu 5. ja 1. tuli-isku, odotusarvoksi maalihehtaarille 279,8 iskemää, kun todella on saatu 286 iskemää. Tätä jakautumaa kuvaa oheinen ruudukko (kuva 3) sekä siihen liittyvä testitaulukko 19.

											Yht.
3	1	4	4	3	3	3	3	2	1		27
	4	2	3	5	3	3	4	2	3		29
2	5	7	4		2	5	4	4	3		35
1	4	2	4	5	6	3	3	4	1		33
1	2	3	2	5	5	3	4	2	5		32
3	1	4	2	5	7	4	3	1	3		33
1	2	1	6	2	5	2	2	4	5		30
1		3	3	2	3	2	4				26
1	2	4		1	3	4	1				19
	2	3	1	2	1	4	5	4			22
Yht.	13	22	33	29	30	38	33	33	23	32	286

Kuva 3

Ideaalisen tapauksen iskemäin jakautuminen maalihehtaarille  
(5. ja 1. tisku pl).

Vapausasteiden ollessa 6 saadaan todennäköisyydeksi 70–80 %. Näyte on edelleenkin erinomaisen hyvin yhtäpitävä teorian kanssa.

Siitä huolimatta, että Poisson'in jakautuman testi näyttää erinomaisesti tukevan olettamusta iskemätodennäköisyyden samuudesta maalihehtaarin eri kohdissa, on siihen yhdyttävä vain varauksin. Oireellista on 0- ja 1-ruutujen pyrkimys sijoittua kuvion laitoihin, vasempaan ja alareunaan. Koska 5. ja 1. tuli-iskun tultua erotetuksi yhteisen iskemäkeskipisteen koordinaatit ovat  $\bar{X} = + 12$  m ja  $\bar{y} = + 8$  m, on tämä odotettavissakin. Ts maalihehtaarilla ei näytä tarkkaan ottaen

Taulukko 19: Poisson'in jakautuman testi maalihehtaarilla ( $\lambda_{\text{teor}} = 2,80$ )

Iskemiä ruudussa (k)	Ruutuluku		$\chi^2$
	Teoreettinen $\sim$ (m)	Havaittu (m)	
0	6,08	8	0,606
1	17,03	15	0,242
2	23,84	19	0,983
3	22,25	23	0,025
4	15,57	20	1,260
5	8,72	10	0,188
$\geq 6$	6,51	5	0,350
	100,00	100	3,654

vallitsevan samanlainen iskemätodennäköisyys kaikkialla, kuten Poisson'in jakautumassa edellytettiin.

Tämäkin seikka voidaan todeta  $\chi^2$ -jakautuman avulla. Tiivistämällä jakautumaa siten, että aina kaksi riviä sekä leveydessä että pituudessa yhdistetään sekä laskemalla näin uudet reuna-arvot, saadaan reuna-arvoiksi vasemmalta oikealle

35, 62, 68, 66, 55

sekä alhaalta ylös

41, 56, 65, 68, 56.

Edellyttäen tasaisen todennäköisyyden vallitsevan kaikkialla on kunkin rivin odotusarvo  $286/5 = 57,2$ .

Näin saadaan 5 reuna-arvon  $\Sigma (\chi^2)$  arvoksi leveydessä 12,497. Vapausasteiden ollessa 3 vastaava todennäköisyys jää välille 0,1—1 %. Pituudessa saadaan vastaavasti  $\Sigma (\chi^2) = 7,741$  ja vastaava todennäköisyys 5—10 %. Leveysjakautumaan vaikuttaa systemaattinen virhe, mikä johtuu perustyykin suuntaamisesta maalin keskipisteeseen, joten ylläoleva haitta leveydessä voidaan osaksi eliminoida huolehtimalla siitä, että patterin tykkirintaman keskipiste asetetaan suuntauksen lähtöpisteeksi. Korjaus vaatisi kuitenkin muutoksen ohjessäntöihin, ennenkuin se voidaan toteuttaa. Pituudessa testi ei anna aihetta huolestumiseen. Koska etukäteen ei voida arvioida, mihin suuntaan pituudessa iskemäkeskipisteet tulevat poikkeamaan, voidaan kaikesta huolimatta pienellä varauksella lähteä siitä, että siinä Poisson'in jakautuman edellytykset vallitsevat, ja ottaa tämä edellytys teholaskelmien pohjaksi. Tästä maalikuvion reunamilla vallitsevasta pyrkimyksestä tulen harvenemiseen voidaan kuitenkin tehdä se johtopäätös, ettei ole syytä olettaa tasaisen jakautumisen aluetta niin laajaksi kuin  $150 \times 150$  m, kuten ruotsalaiset tekevät (vrt Artilleritidskrift 2/57).

## C TULEN TEHON ARVIOIMINEN POISSON'in JAKAUTUMAN PERUSTEELLA

### 1. Alueeltaan tarkoin määritellyt maalit

Tässä yhteydessä tarkastelemme tehtävää ainoastaan osumatodennäköisyyden kannalta. Emme siis kiinnitä huomiota siihen, minkälainen on ammuksen teho maalissa tai millainen on maalin vastustus-

kyky. Lujat kenttävarustukset voivat vaatia raskaita kaliipereja, tietynlaisia sytyttimiä, suurta tunkeutumiskykyä jne. Lisäksi ne voivat vaatia useita osumia tuhoutuakseen. Näillä seikoilla on tietenkin merkityksensä, joka on otettava huomioon lopullisia tehonormeja määritettäessä. Sikäli kuin niitä tässä esityksessä tarvitaan, oletetaan ne tunnetuiksi.

Mikäli maalien haavoittuva pinta-ala tunnetaan, ajatellaan maalihehtaari jaetuksi vastaavankokoisiin lokeroihin, joiden pinta-ala on yhtä suuri kuin maalin haavoittuva pinta-ala. Nämä lokerot voimme muodoltaan kuvitella millaisiksi tahansa.

Tällaisiksi maaleiksi voimme ajatella vaikkapa miehen p o t e r o n, joka voi olla pyöreä, pinta-ala noin  $1,8 \text{ m}^2$ , edellyttäen, että käytämme sytyttimiä jäykkänä. Lokeroiden luku hehtaarilla ( $n$ ) olisi tällöin

$$n = \frac{10.000}{1,8} = 5550$$

Sellaisina voisivat olla myös ampumahaudan p ä t k ä t, jolloin kerrallaan tuhoutuvaksi pinta-alaksi voimme ottaa pituuden 5 m ja leveyden 2,5 m eli haavoittuvan pinta-alan  $12,5 \text{ m}^2$ . Lokeroiden lukumäärä olisi tällöin

$$n = \frac{10.000}{12,5} = 800$$

Lumeen kaivautuneen miehen haavoittuva pinta-ala voisi olla noin  $6 \text{ m}^2$ , jolloin lokeroita olisi

$$n = \frac{10.000}{6} = 1670$$

Lokeroiden suuri lukumäärä ylläolevissa esimerkeissä antaa aavistaa, että vähänkin tuntuviin reaalisiin tappiolukuihin päästäksemme on meidän käytettävä suuria laukausmääriä.

Halutessamme määräsuuruiset prosentuaaliset tappiot sijoitamme Poisson'in-kaavaan vastaavat arvot ja ratkaisemme siitä tarvittavan

iskemätiheyden ( $\lambda$ ). Jos maali on senlaatuinen, että yksi osuma riittää, käytämme kaavaa

$$P(0, \lambda) = e^{-\lambda}$$

joka ilmaisee tyhjien lokeroitten eli siis säästyneiden maalien todennäköisyyden. Tappiosuhde on silloin

$$1 - P(0, \lambda)$$

Graafisena ratkaisuna  $\lambda$  voidaan suoraan lukea liitteen 4 käyrästä siltä kohtaa, missä todennäköisyyttä ilmaiseva ordinaatta ja 0-käyrä leikkaavat toisensa.

Jos maali vaatii tuhoutuakseen vähintään 2, 3, jne osumaa, lasketaan tarvittava iskemätiheys  $\lambda$  kaavasta

$$P(k, \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Tällöin lasketaan kaavan avulla ensin todennäköisyydet saada 0, 1, ..... (m - 1) osumaa, jos maaliin vaaditaan m osumaa. Näiden summa vähennettynä yhdestä ilmaisee jälleen tuhoutumistodennäköisyyden. Iskemätiheyden ( $\lambda$ ) laskeminen on täten jonkin verran hankalaa, mutta se voidaan myös ratkaista graafisesti liitteen 4 avulla siten, että etsitään se  $\lambda$ :n arvo, jolla 0, 1, ..... (m - 1) käyrien ordinaattojen summa on vaadittu todennäköisyys.

**Esimerkki 1:** Maalin tuhoamiseksi tarvitaan vähintään 2 osumaa. Halutaan 30 %:n tappiot.

Tyhjiä tai 1 osuman saaneita laitteita tulee olla yhteensä 70 %. Haetaan käyrästä sellainen  $\lambda$  arvo, jolla 0- ja 1-käyrien ordinaattojen summa = 0,7. Näin on  $\lambda$ :n arvolla 1,05, joka on siis haettu iskemätiheyden arvo.

**Esimerkki 2:** Ps-vaunun haavoittuva pinta-ala epäsuorassa amunnassa on noin 17 m<sup>2</sup>. Vaunun saattamiseksi taistelukyvyttömäksi katsotaan 1 osuman riittävän. Patteriston (105 H) keskimääräinen ampumaetäisyys maaliin on 5,5 km.



- a) Mikä on se  $\lambda$  arvo, jolla saavutetaan 20 %:n tappiot maalihehta-  
rilla oleviin panssarivaunuihin?  
b) Paljonko laukauksia tarvitaan?

Ratkaisu:

Liitteessä 4 lueimme todennäköisyyden 0,8 ja  $k = 0$  käyrän leik-  
kauspisteen kohdalta  $\lambda$ :n arvon 0,23

Jaamme maalihehtaarin vaunun kokoisiin ruutuihin, joiden luku-  
määrä

$$n = \frac{10.000}{17} = 590$$

Maalihehtaarille vaadittava laukausmäärä on

$$N' = \lambda n = 0,23 \cdot 590 = 136$$

Etäisyyden ollessa 5,5 km osuu maalihehtaarille 47 % ammutuista lau-  
kauksista. Kaikkiaan on siis ammuttava 290 laukausta. Tarvitaan  
näinollen

$$\frac{290}{72} \sim 4 \text{ patteriston iskua.}$$

Tarkistettuun maaliin voisimme ammunnan suorittaa 4:n patteris-  
ton tuli-iskuna. Jos parhaassa tapauksessa maalihehtaarilla on 5 vau-  
nua, voimme näin ollen odottaa yhteen osumaa. Ammunta tuskin  
enää kannattaa.

**Esimerkki 3:** Vihollinen on kaivautunut syvään lumeen, jolloin  
miehen haavoittuva pinta-ala on noin 6 m<sup>2</sup>. Haluamme 25 % tappiot.  
Mikä on ammuskulutus 105 H patteristolla, kun ampumamatka on  
4 km?

Ratkaisu: Tappiosuhdetta 25 % vastaa  $\lambda$ :n arvo 0,28. Ruutuluku  
hehtaarilla

$$n = \frac{10.000}{6} = 1670.$$

Maalihehtaarille tarvitaan siis  $0,28 \cdot 1670 = 466$  iskemää.  
4 km:n matkalla osuu maalihehtaarille 60,5 %, joten tarvi-  
taan kaikkiaan 770 laukausta eli noin 11 patteriston tuli-  
iskua.

**Johtopäätös:** Syvässä lumessa ei iskuammunta elävää voimaa vastaan kannata. Ilmaräjähdykset tai kimmokkeet ovat ainoa järkevä ratkaisu. Laskelma ei kuitenkaan ota huomioon lumi-peitteen tiheässä tulessa vähitellen häviävää suojavaikutusta, joten se on jonkin verran pessimistinen.

## 2. Osumatodennäköisyyden testi 10 tuli-iskun perusteella alueeltaan rajoitettuihin maaleihin

Tutkimuksessa käsitellyissä tuli-iskuissa oli maalihehtaarille sijoitettuna 36 makaavaa mies-maalia, joiden ympärille oli kuviteltu korsu tai muu sellainen laite, jonka pinta-ala oli 19,1 m<sup>2</sup>. Yhdistämällä tuli-iskut saadaan oheisen kuvion mukainen tulos. Kuviossa yksi ruutu vastaa yhtä maalikuviota, jotka oli maalihehtaarille sijoitettu 6 × 6 riveihin.

	1		1		1
1	1				
			1	1	
				1	
		2	1	2	
		1	1	1	

Kuva 4

Osumat korsuihin (19,1 m<sup>2</sup>) 10 patteriston tuli-iskussa.

Kun hehtaarille mahtuu korsumaaleja  $n = \frac{10.000}{19,1}$  ja kun maali-

hehtaarille edellisessä saimme odotusarvoksi 10 tuli-iskussa kaikkiaan 323 iskemää, saamme iskemätiheyden

$$\lambda = \frac{323 \cdot 19,1}{10.000} = 0,62$$

Käyrästön (liite 4) avulla saamme oheisen taulukon vastaavine  $\chi^2$ -testeineen.

**Taulukko 10:**  $\chi^2$ -testi Poisson'in jakautuman perusteella 10 patteriston tuli-iskussa ( $\lambda = 0,62$ )

Iskemiä korsussa (k)	Korsujen luku		
	Teor. $\sim$ (m)	Hav. (m)	
0	19,4	22	0,348
1	12,1	12	0,407
$\geq 2$	4,5	2	
	36,0	36	0,755

Yhden vapausasteen perusteella saamme testiarvon 30—50 %:n välille. Testi ei näin vähien vapausasteiden perusteella ole varsin vakuuttava. Kuitenkin pelkästään teoreettisia ja havaittuja lukuja vertaamalla voimme todeta ennustettujen arvojen sangen hyvin toteutuvan. Tämä onkin luonnollista, koska näin pienillä  $\lambda$ :n arvoilla iskemät hyvin pienellä todennäköisyydellä peittävät toisiaan, ts osuvat samaan korsuun.

### 3. Suojaton elävä voima

#### a. Kranaatin vaikutusalue

Kun kysymyksessä on suojaton elävä voima, voidaan Poisson'in lakia soveltaa kuten edellä. Maalin haavoittuva pinta-ala on tällöin edullista korvata toisella käsitteellä, kranaatin vaikutus alueella. (A').

Voimme saada siitä jonkinlaisen käsityksen räjäyttämällä ammuksia paikallaan ja tutkimalla kranaattien sirpaleiden jakautumista ja tiheyttä erilaisilla etäisyyksillä. Tämä arvo ei kuitenkaan sellaisenaan kelpaa, koska

- sirpaleiden jakaantuminen on paitsi tulokulmasta myös ammuksen tulonopeudesta riippuvainen,
- sytyttimen toimintaherkkyys vaikuttaa asiaan,
- maaperä vaikuttaa sirpaleiden jakaantumiseen.

Näin ollen paras arvio ammuksen vaikutusalueesta saadaan ampumalla maalikenttään erilaisin panoksin ja tulokulmin erilaisissa maaperä- ja lumiolosuhteissa, jolloin maalien sijoitus ja suojautumistapa on järjestettävä mahdollisimman todenmukaisiksi.

Oheiseen taulukkoon 17 on koottu ne tiedot eri tuli-iskuista, joilla voi olla merkitystä tulen tehon arvioimiseksi.

Taulukko 17: Tuli-iskujen tehoon elävää maalia vastaan vaikuttavat tekijät

T.iskun n:o	X (km)	Panos	Tulokulma $\varphi_t$ (°)	Räj.kuopan syvyys (cm)	Iskemiä ha:lla	Osutut kuviot	
						kpl	%
6	3,24	2	11	32	40	18	50
9	4,20	2	17	40	43	20	56
7	4,72	2	20	46	38	16	45
10	4,91	2	20	35	54	17	47
1	5,55	2	23	35	14	7	19
2	6,37	4	23	40	26	13	36
3	6,99	4	29	25	32	16	45
4	7,80	4	32	41	24	17	47
5	6,75	2	34	73	4	2	6
8	6,83	4	26	65	28	8	25

Tuli-iskut 5 ja 8 ovat ammutut suolle. Tämä ilmenee taulukostamme räjähdyskuoppien suurempana syvyytenä (noin 70 cm) sekä heikentyneenä sirpalevaikutuksena. Rajoitumme seuraavassa määrittämään kranaatin vaikutusalueen keskimääräisen suuruuden tasaiseen hiekkaperäiseen maastoon ammuttuna ja jätämme pois tuli-iskut 5 ja 8.

Yksityisen kranaatin vaikutusalueen ( $A'$ ) suuruus lasketaan tuli-iskuittain seuraavasti:

Poisson'in-jakautuman kaavaan

$$P(0, \lambda) = e^{-\lambda}$$

sijoitetaan  $P(0, \lambda)$ :n paikalle amunnasta saatu tyhjien kuvioiden suhdeluku, minkä jälkeen käyrästä luetaan vastaava  $\lambda$ :n arvo. Esim tuli-iskun 6 tyhjien kuvioiden suhdetta 0,50 vastaa  $\lambda$ :n arvo 0,70.

Jos ajatellaan maalihehtaari jaetuksi kranaatin vaikutusalueen  $A'$ :n suuruisiin ruutuihin, saadaan näitä ruutuja hehtaarille

$$n = \frac{10.000}{A'}, \text{ jolloin iskemätiheys } \lambda \text{ on}$$

$$\lambda = \frac{10.000/A'}{N'}, \text{ jossa } N' \text{ on iskemien luku hehtaarilla.}$$

Tästä ratkaisemalla saadaan  $A'$

$$A' = \frac{10.000 \cdot \lambda}{N'}$$

Esim. tuli-iskussa 6 saamme täten

$$A' = \frac{10.000 \cdot 0,70}{40} = 175 \text{ m}^2$$

Näin menetellen saamme eri tuli-iskuissa seuraavat  $A'$ :n arvot.

Taulukko 18: Kranaatin vaikutusalue tuli-iskuittain

Tuli-iskun n:o	Kranaatin vaikutusalue ( $A'$ ) m <sup>2</sup>
6	175
9	195
7	158
10	119
1	157
2	173
3	188
4	267
Keskiarvo	179

Suurimmat poikkeukset keskiarvosta esiintyvät tuli-iskuissa 10 ja 4. Tuli-iskun 10 poikkeuksellisen pieni arvo johtunee iskemien edullisesta sijoittumisesta pituussuunnassa juuri maaliriveille. Tuli-iskun 4 poikkeuksellisen suuri arvo johtunee ensisijassa edullisesta tulokulmasta.

Aineiston vähyys ei salli pitemmälle meneviä johtopäätöksiä, joten toistaiseksi lienee yksinkertaisinta pitää kranaatin vaikutusaluetta vakiona ja ottaa siksi saatu keskiarvo 179 m<sup>2</sup>.

b. Johdettujen menetelmien pätevyys,  $\chi^2$ -testi osuttujen maalikuvioiden suhteen

Lähtökohtanamme ovat em 8 tuli-iskun ampumaetäisyydet, joiden perusteella maalihehtaarilla odotettavissa oleva iskemäluku ( $N'$ ) arvioidaan, sekä edellä laskemamme kranaatin vaikutusalue ( $A'$ ). Ennustamme tuli-iskuittain, millaiset tappiot ovat odotettavissa "elävään maaliin".

Liitteen 5 käyrästä a) luemme maalihehtaarille odotettavissa olevan prosentuaalisen laukausluvun patteriston tuli-iskusta, jonka muutamme iskemäluvuksi ( $N'$ ). Jakamalla iskemäluvun kranaatin vaikutusaluetta ( $A'$ ) vastaavalla ruutuluvulla (56) saamme iskemätiheyden ( $\lambda'$ ), jonka perusteella tappioprosentti on luettavissa käyrästä (liite 4) avulla. Kertomalla maalikuvioiden luku todennäköisyysarvolla saamme osuttujen kuvioiden odotusarvon. Näin menetellen saamme oheisen taulukon.

Taulukko 19: Osutut mieskuviot tuli-iskuittain

T.iskun n:o	Iskemiä ha:lla ( $N'$ ) teor.	Iskemä- tiheys ( $\lambda'$ )	Osutut kuviot		$\chi^2$
			Teor.	Hav.	
6	46	0,82	20,0	18	0,200
9	39	0,70	18,1	20	0,199
7	36	0,64	16,9	16	0,048
10	34	0,61	16,4	17	0,022
1	31	0,55	15,1	7	4,345
2	28	0,50	14,3	13	0,118
3	26	0,46	13,5	16	0,463
4	23	0,41	12,2	17	1,889
		Yht	126,5	124	7,284

Kun suoranaisesti ei ole käytetty yhtään sidettä teoreettisia arvoja määrättäessä, antaa  $\chi^2$ -testi 8 vapausasteen perusteella todennäköi-

syyden 50—70 % välille, joten jakautuma hyvin vastaa teoreettista jakautumaa. Välillisesti olemme kuitenkin, johtaessamme jakautumislakia sinänsä, käyttäneet samaa materiaalia, johon testiä on sovellettu. Näin ollen testi ei ole täysin vakuuttava yleispätevyyteensä nähden. Menetelmä tulisi todentaa muiden, materiaaliin sisältymättömien ammuntojen perusteella.

Sen jälkeen kun edellämainittu tutkimus oli tehty, sai tekijä käytettäväkseen tykistökoulun pöytäkirjat n:o 1, 5 ja 6 vuodelta 1947, joiden mukaan myös on suoritettu patteriston (105 H/37) tuli-isku hiekkaperäiseen maastoon.

Oleelliset näitä tuli-iskuja koskevat tiedot ovat:

Taulukko 20: v 1947 tuli-iskut

T.iskun n:o	Ampu- matka (km)	Iskemiä maali ha:lla	Osutut kuviot	Iskemäkeskipiste (m)	
				$\bar{x}$	$\bar{y}$
1/47	5,25	12	15	+ 1	+ 23
5/47	4,00	32	14	— 41	+ 24
6/47	3,28	53	27	— 9	— 5

Ampumamatkan perusteella saamme edelläesitetyn menetelmän mukaan osuttujen kuvioiden odotusarvoiksi oheisen taulukon antamat arvot:

Taulukko 21:  $\chi^2$ -testi v 1947 tuli-iskujen osutuille kuviolle

Tuli-iskun n:o	Osutut kuviot		$\chi^2$
	Teor.	Hav.	
1/47	13,2	15	0,245
5/47	18,6	14	1,138
6/47	20,0	27	2,450
			3,833

Kolmen vapausasteen perusteella saamme  $\chi^2$ -testin todennäköisyyden 20—30 %:n välille, joka ei mitenkään kumoa jakautuman pohjana olevaa hypoteesia.

#### 4. Tehokäyrät

Käyttöä varten kentällä on turhien laskujen välttämiseksi tulokset syytä esittää käyrästösarjoina erilaisia tapauksia varten. KTAO:ssa on esitetty tällainen tehokäyrästä, jossa on kaksi käyrää, toinen elävää voimaa vastaan 105 H-pston tehon perusteella, toinen sellaisia alueeltaan rajoitettuja ja kiinteitä tai kaivautuneita maaleja vastaan, joiden haavoittuva pinta-ala 155 H-pston tulessa on 29 m<sup>2</sup>. Verrattaessa niitä nyt esitetyn teorian antamiin tuloksiin voidaan todeta, että ne ovat eräänlaisina keskiarvoina oikeat. Edellinen 105 H-pston käyrä elävää voimaa vastaan sopii noin 7 km:n ampumaetäisyyttä vastaavana sellaisenaan edelleen käyttöön ja edustaa siten eräänlaista keskiarvoa, jos ampumamatkoihin ei kiinnitetä huomiota. Kiinteän maalin käyrä sensijaan sopii vain yhdellä edellytyksellä, nimittäin sellaisella ampumamatkalla, jossa hehtaarille voidaan ottaa 50 % ammutuista laukauksista, sekä kun maalin haavoittava pinta-ala on 29 m<sup>2</sup> (155 H). Erikoisesti juuri kiinteitä maaleja varten on syytä laatia kaliipereittain ja maali-tyypeittäin kullekin omat käyränsä.

Varsinkin silloin, kun massatulta käyttäen pyritään tiettyyn tehoasteeseen, merkitsee ratkaisevaa osaa tehon kannalta maalialueelle odotettavissa oleva iskemäluku. Se on taas oleellisesti riippuvainen ampumaetäisyydestä. Kun edelleen muistamme, että keskeiselle hehtaarille tuleva iskemäluku todennäköisen poikkeaman pienetessä kasvaa nopeammin kuin lineaarisesti, on selvää, että tulta suunniteltaessa ja tehoa etukäteen arvioitaessa on patteristojen ampumaetäisyydet otettava huomioon ja nimenomaan pyrittävä käyttämään hyväksi lyhyiden ampumamatkojen suurta iskemätiheyttä. On siis valittava tällaisiin tehtäviin ne patteristot, joiden hajonta on pieni, sekä tarvittaessa suoritettava asemanvaihdot tehtävän suoritusta varten.

Toinen tärkeä seikka tulitehtävän onnistumisen kannalta on tarkkuus, jolla tuli-iskujen iskemäkeskipisteet saadaan yhtymään maalin keskipisteeseen, ts tarkistusammunnan täsmällisyys. Mikäli tarkistusammunnan tarkkuutta voidaan lisätä siitä, mikä ylläolevassa tutkimuksessa oli menetelmän pohjana, voidaan tehokäyriä tuntuvasti parantaa. Liitteen 5 käyrä e) kuvanee ideaalitapausta.



Edellä olevan perusteella tarvitsemme tehokäyriemme laskemiseksi periaatteessa kaksi käyrää:

- a) Yksityisen patteriston iskemätodennäköisyyskäyrän maalihehtaarista varten, jossa on huomioitu iskemäkeskipisteen todennäköinen poikkeaminen maalin keskipisteestä (liite 5). Sen perusteella voidaan patteristoittain laskea todennäköinen suhteellinen iskemäluku maalihehtaarille. Se voidaan korvata toisella käyrästä, jossa on valmiina iskemäluku erisuuruista tuli-iskuista varten.
- b) Poisson'in-jakautuman käyrästä (liite 4). Tuntiessämme kranaatin vaikutusalueen tai maalin haavoittuvan pinta-alan suuruuden voimme laskea iskemätiheyden ( $\lambda$ ) iskemäluvun tai ampumamatkan funktiona, jolloin Poisson'in käyrästä avulla saadaan todennäköinen tappioprosentti. Mikäli haluamme, voimme työskentelyä varten laatia vielä käyrästä  $\lambda$ :n laskemiseksi. Tällainen käyrästä olisi laadittava erikseen eri kaliipereja ja maalityyppejä varten, koska kranaatin vaikutusalue sekä kiinteän maalin haavoittuva pinta-ala on riippuvainen kaliiperista.

Lopuksi piirrämme ns tehokäyrät. Aineistomme perusteella on laadittu oheinen tehokäyrästä (liite 6) elävää voimaa vastaan 105 H-pstoa varten sekä toinen käyrästä (liite 7) 155 H-pstoa varten kiinteään maaliin, jonka koko on 29 m<sup>2</sup>. Niissä on iskemätodennäköisyyden perustana käytetty liitteen 5 a) tapausta, jonka perusteissa ovat mukana karkeahkot tarkistusammunnan virheet. Näin ollen ne saattavat olla liian pessimistisiä eivätkä liian vähiin vapausasteisiin perustuvina voi olla muuta kuin suuntaa-antavina esimerkkeinä jatkotutkimuksia varten tällä alalla.

Elävän voiman tappiökäyrästä suhteen on huomattava, että se on laadittu yhtä patteristoa varten sillä edellytyksellä, että sen tuliasema-alue on jokseenkin yhtenäinen, ts eri patterien ampumamatkat ovat suunnilleen samat. Mikäli useammalla samanlaisella patteristolla on suunnilleen samat ampumamatkat, voidaan sitä ilman muuta soveltaa myös tällaisissa tapauksissa. Jos patteristojen kaliiperit ovat erilaiset, ei käyrästä sellaisenaan sovi. Tällöin olisi ensinnä patteristoittain las-

kettava maalihehtaarille odotettavissa oleva iskemäluku. Näin saatujen erikaliiperisten ammusten suhdeluvun perusteella on laskettava yksityisen kranaatin vaikutusalueen punnittu keskiarvo, jota perusteena käyttäen saadaan keskimääräinen iskemäluku. Tämän jälkeen voidaan Poisson'in käyrästöstä lukea odotettavissa oleva tappiosuhde. Tällainen menettely on tietysti hankalaa kentällä suoritettavaksi, mutta laskemalla valmiiksi sopivat käyrästöt voidaan suoritusta helpottaa. Tällöin joudutaan käyrästöt laatimaan erikseen kaikille käytännössä esiintyville erityyppisten patteristojen yhdistelmille, jolloin myös eri patteristojen ampumaetäisyyksien vaihtelu on otettava huomioon. Kuinka laajaksi tällainen käyrästöyhdistelmä on tarkoituksenmukaista laatia, on erikseen harkittava.

Yllä oleva koskee periaatteessa myös ns kiinteän maalin ammuntaa, jossa kranaatin vaikutusalueen sijasta laskelmain perusteena on maalin haavoittuva pinta-ala. Riippuen maalin lujuudesta vaihtelee tämäkin melkoisesti eri kaliiperien kesken. Lujia rakenteita ammuttaessa sulkeutuvat pienimmät kaliiperit pois tai ne vaativat useita täysosumia tuhoamisen aikaansaamiseksi. Toisaalta voidaan tähän ryhmään lukea myös sellaiset maalit kuin syvään lumeen tai poteroihin kaivautunut elävä voima, jolloin haavoittuva pinta-ala on selvästikin riippuvainen kaliiperista ja sytytintyyppistä. Näin ollen oheinen 155 H:n kranaatin tehoa silmälläpitäen laadittu tehokäyrästö ei suinkaan edusta jotakin kiinteän maalin ammunnan keskiarvoa yleensä, vaan on se vain eräs yksityistapaus.

## E LOPPUSANAT

Edellä esitetty tutkimus on pyrkinyt osoittamaan keinot, miten tilastomatematiikkaa hyväksi käyttäen voidaan teoreettisesti pitävälle pohjalle kehittää menetelmiä, joiden avulla kenttäolosuhteissa tykistön tulen teho voidaan arvioida ja siten kehittää tulisuunnitelmien laadinta luotettavalle pohjalle. Menetelmää voidaan tietenkin soveltaa myös krh-tulen tehon arviointiin.

Tutkimus on edelleen pyrkinyt selvittämään ne perusteet, joiden mukaan tarpeelliset vakiot ja muut karakteristiset arvot tulen tehon

laskemiseksi määrätään. Tämä tehtävä on tietenkin aselajien johdon laajan koemateriaalin perusteella suoritettava, eikä voida välttää sitä, että se vaatii paljon koeammuntoja ja paljon laskemistyötä.

Kun kokeet on suoritettu ja analysoitu, täytyy tulokset voida jakaa joukoille sopivina käyrästöinä tai taulukoina, jotta ne tulisuunnitelmiaan laatiessaan voisivat käyttää tuloksia hyväkseen. Tähän on edellä oleva selostus pyrkinyt antamaan vain viitteitä.

Tutkimuksen yhteydessä on tullut esiin eräitä seikkoja, joiden huomioonotolla varmuutta nimenomaan yksityisissä tuli-iskuissa voidaan lisätä. Erittäinkin kiinnittää huomiota se seikka, millä tarkkuudella tarkistusammuntojen perusteella iskemäkeskipiste saadaan maaliin. Tätä voidaan pitää kaikkein tärkeimpänä kohteena, johon tutkimus aluksi kannattaa kohdistaa. Niinkään voisi olla aiheellista tarkistaa ohjesäännön se kohta, jossa määrätään tuli-iskun ampumistapa. Mm patteritasoviivotin kannattaa sijoittaa tasolle patterin tykkirintaman keskelle sekä harkita, kannattaisiko suurille sivukulmille tuliviuhkaa levittää, samalla kun korjataan porrastus matkassa.

Tutkimuksessa ei ole lainkaan käsitelty kimmoke- ja aika-ammuntaa. Näiden tärkeyttä on omiaan korostamaan, kuten mukaan liitetyistä esimerkeistä ilmeni, iskuammunnan heikko teho kaivautuneeseen elävään voimaan, jopa silloinkin, kun se on sukeltautunut paksuun lumeen. Tällaiset tehtävät vaativat oman tutkimuksensa. Tässä yhteydessä viitattakoon tekstissä mainittuun ruotsalaiseen tutkimukseen (Artilleritidskrift n:o 2/57) jossa hyvin vakuuttavalla ja ansiokkaalla tavalla selvitetään tutkasytyttimen, aikasytyttimen ja iskusytyttimen vaikutusta.

Tämä ruotsalainen tutkimus osoittaa myös, että mm kaivautunutta vihollista vastaan patteriston maaliksi valitaan pienempi, 50x50 m:n alue. Kaventamalla tai yhdistämällä tuli "pistemaaliin" päädytäänkin suunnilleen tähän, kunhan täsmällisin tarkistusammunnoin on vakuutauduttu siitä, että iskemäkeskipiste todella on saatu maalin keskipisteeseen tai hyvin lähelle sitä.

## Yhteenvetotaulukko koe-materiaalin 10 tuli-iskuun liittyvistä tärkeimmistä tekijöistä ampumapöytäkirjojen perusteella

Tuli-iskun n:o	Tyk.K:n ptk n:o	A-tarv.	Amp.et (m)	Isk.keskipiste		Haj.arvot		Iskemiä maali- ha:lle	Osutut maalit	
				$\Delta x$ (m)	$\Delta y$ (m)	$s_{\bar{x}}$ (m)	$s_y$ (m)		mies	korsu
1	1/49	105 akr 50/60 VRT 2 p.	5550	+ 27,5	+ 59,7	55,5	30,0	14	7	0
2	2/49	” 4 p.	6370	+ 3,3	- 3,3	81,7	44,6	26	13	0
3	7/49	105 akr rj-50/60 VRT 4 p.	6985	+ 27,9	- 8,1	85,0	27,6	32	16	2
4	2/50	105 akr 50/60 VRT 4 p.	7800	+ 15,0	+ 5,3	74,1	42,8	24	17	2
5	4/50	105 akr rj-50/60 VRT 2 p.	6750	- 93,0	+ 56,9	74,2	38,0	4	2	0
6	6/50	105 akr 50/60 VRT 2 p.	3240	+ 1,7	+ 19,2	54,6	32,0	40	18	4
7	2/51	” 2 p.	4720	+ 16,1	+ 17,5	53,9	28,4	38	16	3
8	4/51	105 akr rj-50/60 VRT 4 p.	6830	+ 15,7	+ 14,1	60,0	33,2	28	9	0
9	8/51	” 2 p.	4200	+ 26,7	+ 2,2	37,4	27,4	44	20	2
10	1/58	105 akr 50/60 VRT 2 p.	4910	- 7,6	+ 15,5	36,3	30,4	54	17	3

10 psto:n tulli-iskun yhdistelmä yhteiseen maälipisteeseen

$\begin{matrix} V \\ U \end{matrix}$	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	$\Sigma/m$
+11						1								1
-10			1	1	1									3
-9				1	1	1								3
-8								1						1
-7			1	1			1	1	1					8
+6			1	1		1	1		1	1				13
+5			1	1	1	1	1	1	1	1	1			37
+4			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		41
+3			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	67
+2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	82
+1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	87
0			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	87
-1				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	76
-2				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	65
-3					1	1	1	1	1	1	1	1	1	42
-4						1	1	1	1	1	1	1	1	33
-5							1	1	1	1	1	1	1	20
-6								1	1	1	1	1	1	22
-7									1	1	1	1	1	2
-8										1	1	1	1	7
-9											1	1	1	9
-10												1	1	2
-11													1	
-12														3
$\Sigma/m$		3	24	61	96	124	127	118	95	32	21	9	1	711

kuvien ulkopuolella jätävät

#isku	isk.	U	V
2	1	-15	-1
3	1	-12	-1
5	1	-13	+2
3	1	-37	0
<b>Yht.</b>	<b>4</b>		

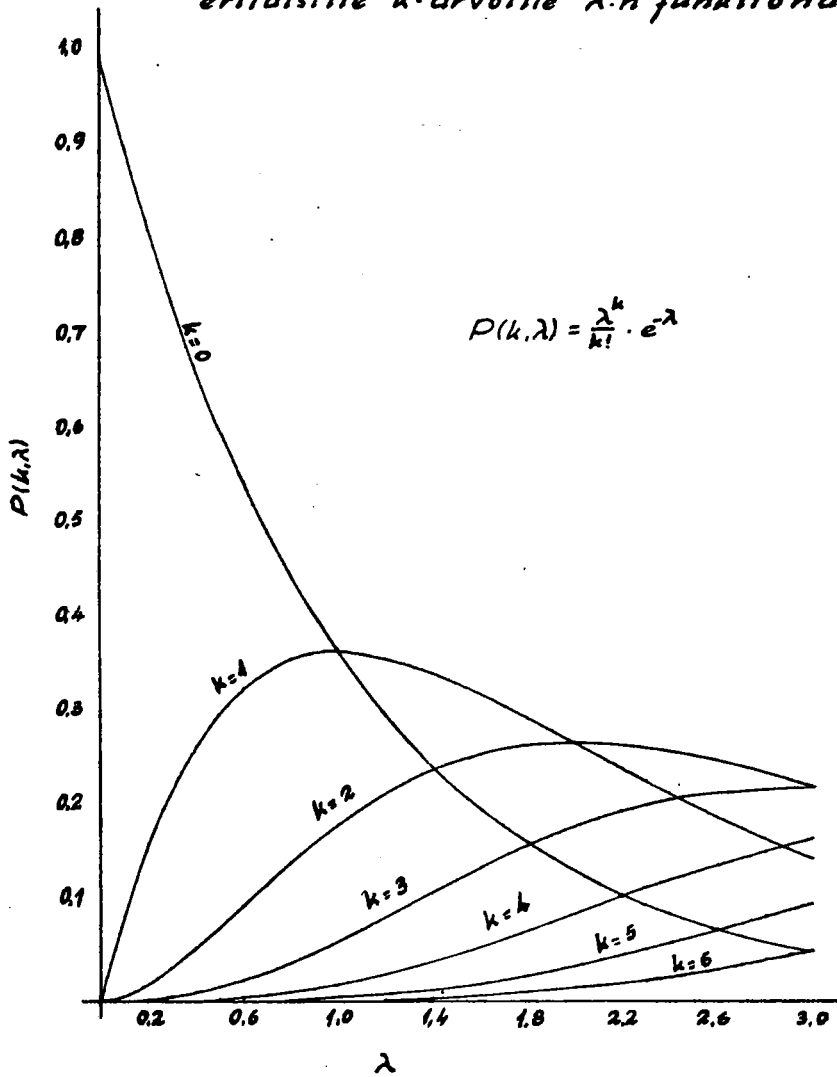
10 piston lull-iskun yhdistelmä yhteiseen maaliin (toisensa leikkaavin ampumasuunnin)

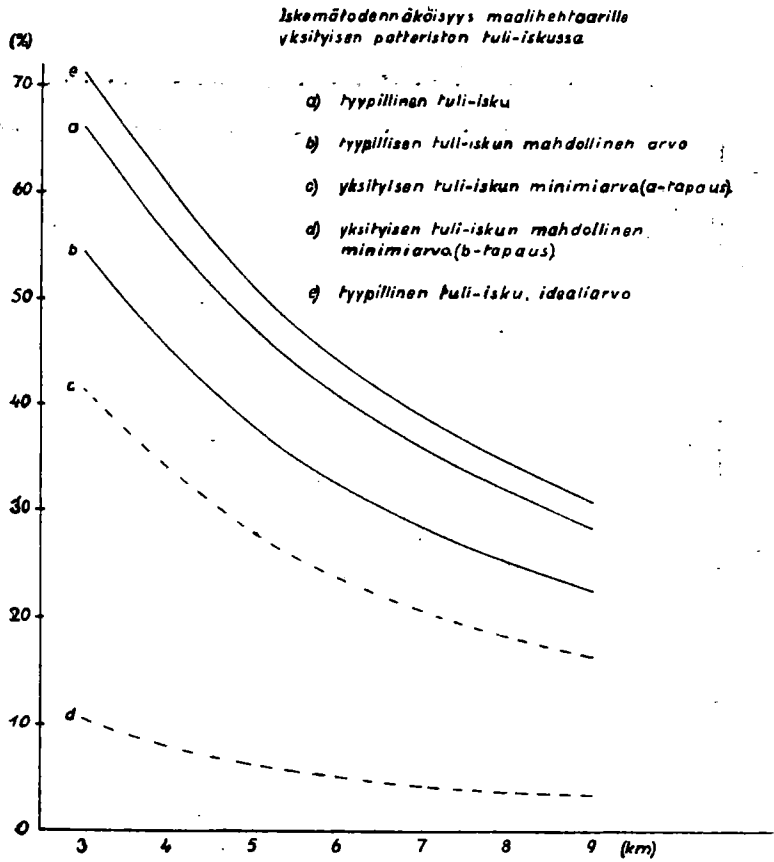
V \ U	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	Σruu
+7					3	3			1	1	1	1	1	1	1	1							8
+6				3					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			15
+5			3						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	21
+4				3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	56
+3									3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	48
+2		1							3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	77
+1					3				3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	104
0						3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	89
-1							3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	96
-2								3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	62
-3									3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	40
-4										3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
-5											3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	23
-6												3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	15
-7													3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	10
-8														3	3	3	3	3	3	3	3	3	8
Σruu		1	3	2	3	8	18	35	54	129	109	113	91	67	33	18	10	5	1				702

Kuvien ulkopuolelle jäävät

U	V	Etisyys
+9	-1	6
+8	-13	2
+8	-9	3
+8	-7	3
-9	+3	6
-9	-1	5
-9	-3	5,5
-10	-3	5
-10	-6	5
-11	-5	5
-12	-6	5
-27	+25	3
Yht.		13

*Poisson-jakautuman todennäköisyys  
erilaisille  $k$ -arvoille  $\lambda$ :n funktiona*

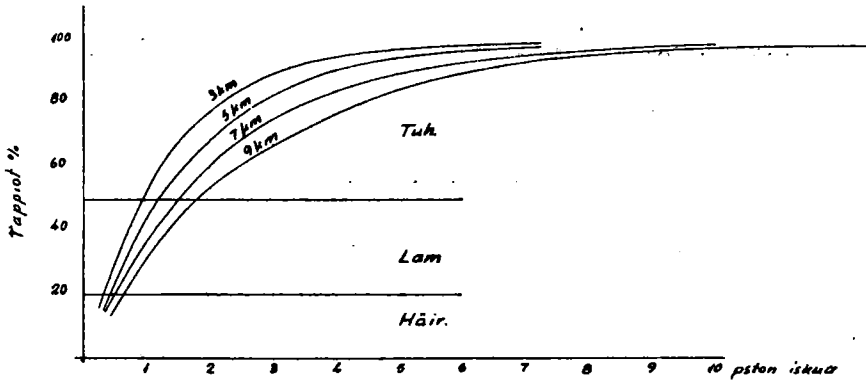






## Liite 6

105 H-pston tehokäyrät elävää maalia vastaan



## Liite 7

155 H-pston tehokäyrästä  
kiinteään maaliin (29 m<sup>2</sup>)

