Maaston korkeusvaihteluiden matemaattinen kuvaus ja sen merkitys

Yleisesikuntaeversti L Kaje

Johdanto

Kirjoittaja on useissa kartoitusta ja maaston käyttöä koskevissa tutkimuksissa todennut puutteeksi sen, ettei ole tiedossa mitään yleistä teoriaa, jonka perusteella korkeusvaihteluiden luonne olisi kuvattavissa esim tunnuslukujen avulla tai muilla keinoin. Ilman tällaista teoriaa muodostuvat monet tilastolliset laskelmat suuritöisiksi ja lopputulokset saattavat kuitenkin olla vain likimääräisiä. Maastoalueiden luokittelu korkeusvaihteluiden mukaan on usein tarpeellista, mutta se perustuu pääasiassa silmämääräiseen arviointiin. Uutena tehtävänä esille tullut kysymys maaston kulkukelpoisuuden selvittelystä yhdessä erään toisen, kokonaan matemaattista laatua olevan probleeman kanssa johti kirjoittajan kokeilemaan yleispätevän teorian kehittelemistä. Koska lopputulokset osoittautuivat jopa yllättävän yksinkertaisiksi ja käytettävä "tekniikka" on kenen tahansa helposti opittavissa ja sovellettavissa ulkopuolella topografiankin monenlaisiin tarkoituksiin, lienee asia esittämisen arvoinen myös laajemmalle lukijapiirille. Työn viimeistelyssä on otettu huomioon eräitä neuvoja ja viitteitä, jotka on saatu prof R A Hirvoselta ja apul prof O Lokilta.

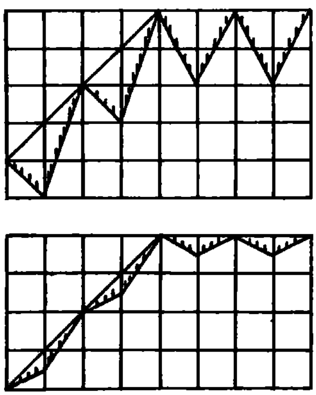
Maaston korkeusvaihtelut voidaan jakaa makrotopografisiin ja mikrotopografisiin esiintymiin, vaikka tarkkaa rajaa näiden välille ei voitane vetää. Kartografisessa mielessä mikrotopografisia ovat kaikki sellaiset esiintymät, joita ei voida enää ainakaan oikeakaavaisina kuvata kartalla. Maaston mikrotopografialla saattaa kuitenkin esim kulkukelpoisuuden kannalta olla jopa ratkaiseva merkitys. Teorian tulee olla niin joustava ja tarkoituksenmukainen, että sitä sovellettaessa on mahdollista yleistää ja "tasoittaa" maastoa kulloinkin tehtävän vaatimalla tavalla. On edelleen voitava tarvittaessa käsitellä erikseen makrotopografisia ja erikseen mikrotopografisia ilmiöitä. Kaikkeen tähän ovatkin mahdollisuudet olemassa.

Alla esitetty teoria tähtää nimenomaan maaston korkeusvaihteluja kuvaavien tunnuslukujen johtamiseen. Niitä esitetään useitakin ja käytännöllisistä tarpeista sekä kokemuksista jää lähemmin riippuvaksi, mitkä niistä ehkä osoittautuvat arvokkaiksi. Koska maastoprofiileja — joista tavallisimmin on kysymys — ei tietenkään voida kuvata tarkoin minkäänlaisilla yhtälöillä, on tunnuslukujen laskemiseksi pyritty kehittämään mahdollisimman yksinkertaisia erikoismenetelmiä.

Vaihteluiden ominaisuuksista ja tunnusluvuista

Maastotutkimusta suoritettaessa on aina huomioon otettava tarkoituksenmukaisuusnäkökohdat. Valtakunnallisissa puitteissa saatamme tarkastella, missä määrin maaston keskikorkeus muuttuu rannikoilta sisämaahan päin. Jollakin paikallisella alueella tutkimme mieluumminkin vaihteluja keskikorkeuden molemmin puolin. Mäkien korkeuden arvostelemme tavallisesti jostakin pohjakorkeudesta emmekä esim merenpinnasta lukien. Nummi- ja suoalueita pidämme ehkä tasaisina, vaikka niillä todellisuudessa löytyy lukemattomia kuoppia ja pikku töyryjä, jotka "muurahaisperspektiivistä" ja usein myös liikkuvuuden kannalta tarkastettuina saattavat olla varsin merkittäviä esiintymiä. Sen vuoksi on tarkoin harkittava, mistä perspektiivistä nähtynä laskelmat on tarkoituksenmukaisinta suorittaa, ja jos huomioon ottamatta jätetyillä esiintymillä (esim maanpinnan kivikkoisuudella tai kumpareisuudella liikennekelpoisuutta ajatellen) on merkitystä tehtävän kannalta, on niistä syytä erikseen mainita. Laskuperusteiden harkitsematon valinta saattaa vähentää lopputulosten pätevyyttä tai tehdä ne kokonaan arvottomiksikin.

Tehtävää silmällä pitäen on erikoisesti syytä tarkastella, millaiset häiriöjaksot kussakin maastossa ovat vaikuttavimmat. Niiden erikoistutkimus saattaa olla paikallaan. Mitä lyhytjaksoisempia tällaiset vaihtelut ovat, sitä suppeammat koealueet tavallisesti riittävät niiden tutkimiseen. Piirroksissa 1 a) ja b) osoitetaan merkille pantava ilmiö miten epätasaisuudet pyrkivät kumoamaan tietyssä mielessä toisiaan siten, että vain jyrkimmät jäävät määrääviksi. Tapauksessa a) näemme alhaalla vasemmalla matalia kumpuja, joiden korkeus on 0,5 yksikköä. Kun nämä kumpareet sijoitetaan niitä jyrkempään 45°:een rinteeseen, ne lakkaavat olemasta kumpuja. Nousu muodostuu jatkuvaksi ja vain jyrkemmästä päärinteestä laskevaksi. Tapauksessa b) taas kummut ovat jyrkkiä edustaen kahden yksikön vaakamatkalla neljän yksikön nousujen ja laskujen summaa. Huomaamme, että suureen rinteeseen tultua nousujen ja laskujen summa on edelleenkin neljä (=3+1), joten suurimuotoisella mutta loivemmalla rinteellä ei ole ollut mitään vaikutusta nousujen ja laskujen summaan. Jyrkimmät vaihtelujaksot siis määräävät sen. Käytännössä tosin hylkäämme kaikkein pienijaksoisimmat, koska niillä ei ihmisen kannalta ole mitään merkitystä.



Piirros 1

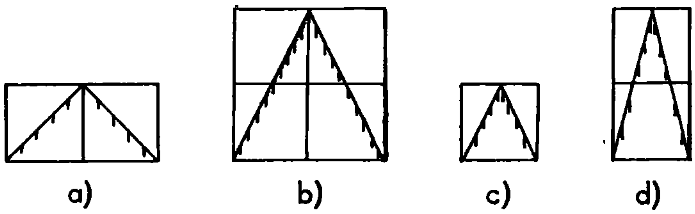
Korkeusvaihteluiden itseisarvojen summa tapauksen 1 b) esittämällä maastoprofiililla on 16 yksikköä. Kun se jaetaan vastaavalla vaakaetäisyydellä, mikä on 8 yksikköä, saadaan osamääräksi 2. Kuten piirroksesta voidaan päätellä, tämä lukuarvo esittää maanpinnan keskimääräistä kaltevuutta (kaltevuuskulman tangenttia) kyseisellä profiililla. Laskutapa on yleispätevä kaikille profiileille niiden muodosta riippumatta. Merkitsemme tällaista profiilille laskettua maanpinnan keskikaltevuutta k_o olettaen tällöin kuitenkin, että profiili on otettu valikoimattomaan suuntaan (ei esim jyrkimmän putoaman suuntaan). Suure k_o, jonka voimme esittää kaavalla $k_o = \frac{\Sigma\, |h|}{s}$, on epäilemättä tärkeä maaston korkeusvaihteluita kuvaava tunnusluku, jos se on laskettu siten, että se "edustaa" hyvin kyseistä maastoa. Alempana osoitetaan, että maanpinnan keskimääräinen gradienttikaltevuus K_o tällöin saadaan yksinkertaisesti kertomalla k_o vakiolla $\frac{\pi}{2}$. Gradienttikaltevuudella ymmärretään jyrkimpään suuntaan mitattua maastoputoamaa kussakin maastopisteessä pituusyksikön vaakamatkalla.

Jos valikoimattomaan suuntaan maastossa mitattu vaakaetäisyys (a) on pieni, on sitä vastaava korkeuden muutos keskimäärin $h_a = k_o \times a$, tai hieman pienempi. Kun a suurenee, pienenee kuitenkin suureen h_a kasvun vauhti ainakin alussa jatkuvasti ja melko tasaisestikin edellyttäen etteivät maaston epätasaisuudet seuraa toisiaan jaksollisesti (esim siniaallon tapaan) vaan täysin satunnaisesti, sillä muuten saattaa h_a esim vuoroon kasvaa, välillä taas pienentyä. Kun a on suuri, saattaa välille a jäädä useitakin nousuja ja laskuja, mutta suureella h_a (tilastollisena keskiarvona) tarkoitamme nimenomaan välin a päätepisteiden keskimääräistä korkeuseroa. Olisi virheellistä määritellä, että h_a on maaston keskimääräinen nousu (tai lasku) matkalla a, sillä se saa jonkin lukuarvon siinäkin tapauksessa, että maaston keskikorkeus ei muutu.

Kun vertaamme suureita k_o, K_o ja h_a, huomaamme niiden merkityksessä tunnuslukuina (h_a on paremminkin tunnusfunktio) periaatteellisen eron. Tunnusluvut k_o ja K_o eivät välttämättömästi sano mitään varmaa siitä, onko maasto pieni- vaiko suurimuotoista esim mäki- tai tunturimaastoa. Sen sijaan tunnusfunktio h_a kasvaa a:n kasvaessa sitä suuremmaksi mitä suurimuotoisempi maasto nimenomaan vertikaaliulottuvuuksiltaan on. Mitä enemmän "yleistämme" maastoa, siis jätämme pikku kohoutumia huomioon ottamatta tarkoituksenmukaisuussyistä, sitä enemmän myös suureiden k_o ja K_o kasvu samalla kuvaa maaston suurmuotojen kasvua. Etelä-Suomen mäkimaastossa voimme kuitenkin helposti saada suurempia em tunnuslukujen arvoja kuin Pohjois-Suomen tunturimaastossa.

Voimme edelleen kysyä, kuinka suuri on keskimäärin kaikkien korkeusvaihteluiden (itseisarvojen) summa H_a matkalla a edettäessä valikoimattomaan suuntaan maastossa. Tunnusluvun k_o edellä esitettyyn laskutapaan nojautuen saamme $H_a = k_o \cdot a$. Jos a on pieni, on $H_a \approx h_a$.

Olemme siis tähän asti määritelleet tunnusluvut tai -funktiot k_0, K_0, h_a ja H_a ja selostaneet niiden laskutavatkin lukuun ottamatta suuretta h_a, johon palaamme alempana. Tarkastelemme vielä tunnusluvun k_0 ominaisuuksia. Korvaamme profiilin käsittelyn helpottamiseksi lyhyellä, suorista osista kootulla profiilipätkällä, jota sitten muuntelemme eri tavoin.



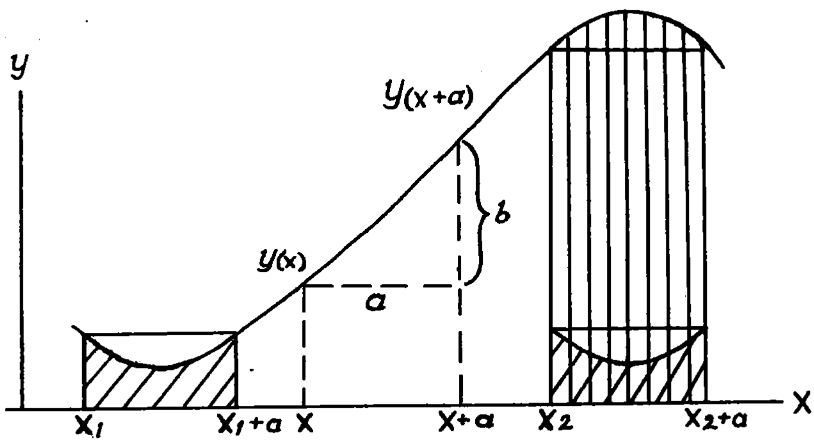
Piirros 2

Piirroksessa 2 a) näemme ”kukkulan”, jonka leveys on 2 yksikköä ja korkeus 1 yksikkö ja siis $k_0 = 1$. Jos nyt venytämme korkeusulottuvuudet kaksinkertaisiksi (tapaus b), muuttuvat maanpinnan kaltevuudet (mäen muodosta riippumatta) jokaisessa pisteessä kaksinkertaisiksi ja siis myös k_0 kasvaa kaksinkertaiseksi. Jos taas supistamme vaakaulottuvuuden puoleen (tapaus c), on tulos aivan sama, siis k_0 kasvaa nytkin kaksinkertaiseksi. Ilmeistä on, että jos kukkuloiden luku alkuperäisessä tapauksessa jollakin matkalla on ollut n kpl, niin nyt niitä samalla matkalla on keskimäärin 2n kpl. Jos vihdoin (tapaus d) venytämme kaikki vertikaaliulottuvuudet kaksinkertaisiksi ja samalla lisäämme mäkien tiheyden profiililla samoin kaksinkertaiseksi, ts supistamme horisontaalimittakaavaa puolella, kasvaa k_0 nelinkertaiseksi. Yleisesti voimme merkitä

$$k_0 = k \times A$$

missä A on maaston korkeusvaihtelun sopivasti valittu mitta ja k on maaston karkeuskerroin, joka kuvaa kukkuloiden tiheyttä maastossa tai (riippuen siitä miten A lasketaan) on siihen verrannollinen. Koska maastossa todellisuudessa on erimuotoisia kohoutumia, joiden korkeudet vaihtelevat, on lähinnä suureen A laskutapa erikseen sovittava (kuitenkin siten, että ajateltu vertikaalimittakaavan muuttaminen aiheuttaa suhteellisesti saman muutoksen suureen A arvoon), jolloin karkeuskerroin k määrittyy siten, että em yhtälö ($k_o = k \times A$) toteutuu. Tämä ei muuta millään tavoin sitä, mitä edellä on karkeuskertoimen yleisestä merkityksestä havainnollisesti esitetty. Suureen A laskutavan valinta tulee esille tuonnempana.

Tunnusluvun h_a laskeminen graafisesti



Piirros 3

Piirroksessa 3 esittää korkeusero b erästä korkeuden muutosta, kun profiililla siirrytään eteenpäin vaakamatka a. Tunnusluku h_a ilmaisee kaikkien näiden korkeuserojen keskimääräisen arvon, kun mittaus ajatellaan suoritetuksi pitkin koko profiilia. On muistettava, että on kysymys itseisarvojen keskiarvosta. Jollakin mielivaltaisella välillä X_1:stä X_2:een saadaan tulokseksi

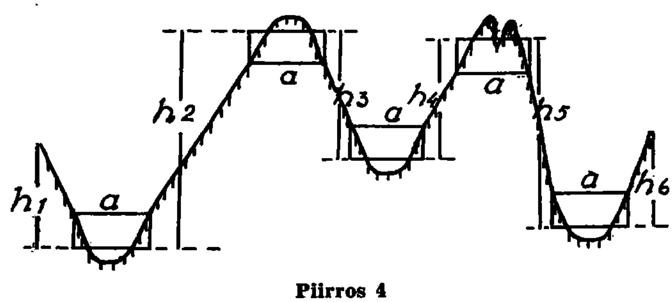
$$h_a = \frac{\int_{X_1}^{X_2} \left| \left[y_{(x+a)} - y_{(x)} \right] \right| dx}{X_2 - X_1}$$

Rajoitumme aluksi integroimisväliin, jolloin jatkuvasti $y_{(x+a)} \geqq y_{(x)}$. Graafinen tarkastelu osoittaa nyt helpoiten, että integraali voidaan kirjoittaa myös seuraavasti

$$h_a = \frac{\int_{x_2}^{x_2+a} y dx - \int_{x_1}^{x_1+a} y dx}{X_2 - X_1}$$

Alkupiste (X_1) on mieluimmin valittava siten, että $y_{(x)} = y_{(x+a)}$ ja päätepiste (X_2) vastaavasti kohtaan, jossa korkeuseron etumerkki vaihtuu. Osoittajassa olevaa ensimmäistä integraalia esittää piirroksen 3 pystyviivoitettu alue ja toista osaintegraalia vinoviivoitettu alue, joka vasemmalta on samalla siirretty pystyviivoitetun alueen päälle sen alaosaan. Jäännöspinta-ala, siis osaintegraalien erotus, saadaan tällä tavoin näkyviin. Muilla profiilin osilla menetellään vastaavalla tavalla. Joka toisella välillä jäännöspinta-alan etumerkki vaihtuu, mutta vain niiden itseisarvoilla on merkitystä.

Voidaan päätellä, että seuraava perusratkaisu tunnusluvun h_a laskemiseksi koko profiililla on oikea (piirros 4). Huipuista ja notkoista



Piirros 4

katkaistaan osat, joiden leveys on $\bar{a}$. Näiden huipuista ja notkoista muodostetaan vaakapohjaiset suorakaiteet piirroksen mukaisesti siten, että suorakaiteiden pinta-alat vastaavat huippujen ja notkojen erotettuja pinta-aloja. Piirroksen mukaisesti lasketaan yhteen korkeuserot $h_1+h_2+h_3+ \ldots = \Sigma |h|$. Haettu tunnusluku h_a saadaan kertomalla tämä summa vaakavälin mittaluvulla a ja tulo jaetaan koko profiilin vaakapituudella s, siis

$$h_a = \frac{a \Sigma |h|}{s}$$

Jos kuvittelemme mittayksikön pituuden hyvin pieneksi ja valitsemme a = 1, saamme rajatapauksena maanpinnan keskikaltevuuden arvon $k_o = \frac{\Sigma |h|}{s}$, mikä siten on tullut uudelleen johdetuksi. Piirroksen 4 mukainen menettelytapa on erittäin yksinkertainen, mutta se edellyttää tietenkin profiilien piirtämistä. Huomattakoon, ettei rinteiden nousun yksityiskohtaisilla piirteillä ole mitään merkitystä lopputuloksen kannalta, mutta huipuilla ja notkoilla taas on hyvinkin ratkaiseva merkitys. Eräissä sovellutuksissa saattaa tulla kysymykseen myös toinen menettelytapa (joka ei välttämättä edellytä profiilin piirtämistä). Tällöin oletetaan kahden perättäisen laakso- ja harjapisteen (tai päinvastoin) välisen profiilin osan vastaavan sinikäyrän ($y = A \sin \alpha$) puolijaksoa (vastaava vaakaväli kulmamitoissa $= \pi$) ja $h_a = h_\alpha$ lasketaan aluksi pätkittäin näille perättäisille puolijaksoille. Perusyhtälö on sinikäyrää varten suoraan ratkaistavissa ja saadaan

$$h_\alpha \text{ (sinikäyrä)} = \frac{4}{\pi} A \sin \frac{\alpha}{2}$$

Jos H on sinikäyrän kokonaisamplitudi, siis huippu- ja laaksopisteen korkeusväli = 2A, saadaan myös

$$h_\alpha \text{ (sinikäyrä)} = \frac{2}{\pi} H \sin \frac{\alpha}{2}$$

Kulma α on helppo laskea, kun laakso- ja harjapisteiden vaakaväli X on mitattu. Se on

$$\alpha = \frac{\pi}{X} a$$

Laskutikkua käyttäen on pätkittäin odotettua nopeammin laskettavissa perättäiset h_α:n arvot, joista lopullinen arvo saadaan ottamalla painotettu keskiarvo.

$h_a = h_\alpha$ saa sinikäyrällä maksimiarvonsa, kun $\alpha = \pi$ ja se on

$$h_\pi = h_\alpha \text{ (maks)} = \frac{2\,H}{\pi} \text{ (sinikäyrä)}$$

Jos kukkulat seuraavat toisiaan suunnilleen tasavälein, saadaan h_a:lle maksimiarvo samoin suunnilleen sillä a:n arvolla, mikä vastaa harjapisteiden välimatkaa.

Maanpinnan keskikaltevuus sinikäyrällä on helposti laskettavissa.

Sijoittamalla $\alpha = \frac{\pi}{X} \times a$ saadaan

$$h_a = \frac{2}{\pi} H \sin \left(\frac{\pi}{2X} \cdot a\right) = y$$

Derivoimalla a:n suhteen saadaan

$$y' = \frac{H}{X} \cos \left(\frac{\pi}{2X} \cdot a\right)$$

Ottamalla derivaatta pisteessä a = o saadaan tulokseksi maanpinnan keskikaltevuus k_o, siis

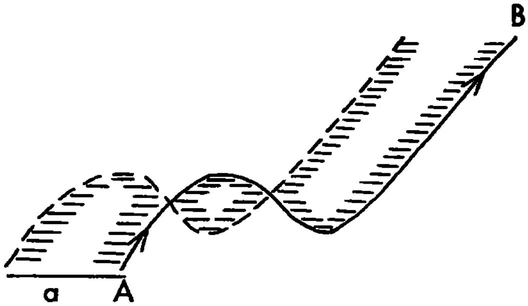
$$k_o = \frac{H}{X} \quad \text{(sinikäyrä)}$$

Vastaavasti jos profiililla seuraa perätysten pari suunnilleen yhtä korkeaa kukkulaa, joiden korkeus on H ja X, on maanpinnan keskikaltevuus tällä profiilivälillä laskettavissa kuten edellä sinikäyrälläkin (pienet pintaepätasaisuudet ajatellaan silloin tasoitetuiksi tai ”yleistetyiksi” pois). Ympyrän kaarella saadaan h_a (maks) kun a vastaa ympyrän halkaisijaa ja tämä maksimiarvo on $= \frac{\pi}{4}$(normaalilla sinikäyrällä taas $= \frac{4}{\pi}$). Pinnan keskikaltevuus ympyräprofiililla on aina = 1 (normaalilla sinikäyrällä taas $= \frac{2}{\pi}$). Maasto voidaan kuvitella muodostetun siten, että perättäiset kukkulat ja notkot muodostuvat samanlaisista puoliympyröistä.

On kehiteltävissä eräitä pintasääntöjä, joiden avulla tunnusluvut h_a voidaan laskea esim silloin, kun a on suhteellisen suuri tai kun kukkulat ja laaksot ovat jakautuneet välihäiriöillä pienempiin osiin. Merkitsemme

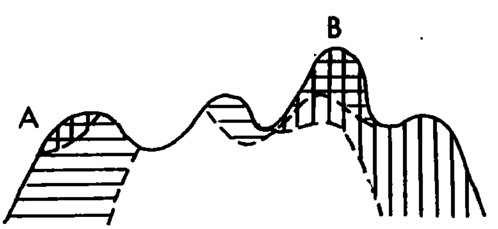
$$h_a = \frac{I}{s}$$

jossa I:lle (integraali) juuri kehitämme erikoisia laskusääntöjä ja s on profiilin vaakapituus. Eräs tapa I:n määrittämiseksi on seuraava:



Piirros 5

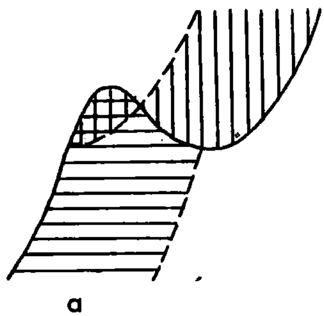
Asetamme janan a oikean päätepisteen profiilin alkupisteeseen (piirros 5 piste A) siten, että jana on täsmälleen vaakasuorassa. Janan koko ajan säilyttäessä vaaka-asentonsa annamme sen oikean päätepisteen liikkua pitkin profiilia alusta loppuun (esim pisteeseen B) asti. Janan tällöin peittämä pinta (piirroksessa varjostettu) esittää silloin integraalin arvoa, kuitenkin siten, että jos sama pinta pyyhitään kaksi kertaa (tai 4 kertaa, 6 kertaa jne), niin se jää pois laskuista, mutta jos se pyyhitään 3 kertaa (tai 5 kertaa, 7 kertaa jne) niin se tulee jälleen mukaan laskuihin (integraaliin).



Piirros 6

Toinen tapa (piirros 6) on seuraava. Kuljetamme janaa a vaakasuorassa ensin vasemmalta oikealle siten, että sen vasen pää liukuu profiilia pitkin. Oikean päätepisteen ura piirretään niiltä osin kuin se jää profiiliviivan alapuolelle ja näin erotetut pinnat profiilin alla vaakaviivoitetaan. Sen jälkeen teemme saman peilikuvana lähtien oikealta janan vasen pää edellä ja oikean seuratessa profiiliviivaa. Erotetut pinnat pystyvarjostetaan. Yksinkertaisena varjostetut pinnat tulevat mukaan integraaliin yksinkertaisina, ristivarjostetut kaksinkertaisina. Piirros 6 esittää lähinnä moniosaista kukkulan huippua. Jos kysymyksessä on suurempi maastoalue (ja a on suuri), on menetelmä periaatteessa vastaava. Tarkkuuteen pyrittäessä on integroimisalueen oikean rajan taakse piirrettävä kuitenkin uudelleen osa profiilin vasenta alkupäätä ja vasemman rajan taakse taas oikeata päätä. Janan a liike aloitetaan siten, että liukuva pää on etäisyydellä a integroimisrajan ulkopuolella. Suuretta I laskettaessa otetaan huomioon vain integroimisvälin sisään jäävät pinnat. Sen suuruuden ratkaisevat pääasiassa isoimmat kukkulat (ne tulevat pääasiassa mukaan integraaliin).

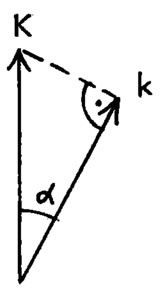
Nousevissa rinteissä saattaa esiintyä isohkoja kuhmuja, joiden merkitystä on vielä syytä valaista (piirros 7). Alhaalta jana a kulkee ylös vasen pää profiilia noudattaen kunnes oikea pää kohtaa profiiliviivan. Koko vasemmalle jäävä osa varjostetaan vaakaviivoituksella. Ylhäällä lähestytään kuhmua janan oikea pää profiililla ja annetaan sen seurata sitä niin kauan kuin vasen reuna vielä eroittaa osia äsken jo valmiiksi varjostetulta alueelta (ristivarjostus). Näiden osien pinta-ala lasketaan kaksinkertaisena. Jos häiriöiden vaaka-ulottuvuus on pienempi kuin a, huomaamme, ettei niillä ole mitään vaikutusta integraaliin (lisähäiriöinä), joten ne voidaan ajatella tasoitetuiksi pois.



Piirros 7

Yhtälön $K_o = \frac{\pi}{2} k_o$ johto

Esim kartalle mielivaltaisesti vedetty suora tai myös käyrä viiva leikkaavat kartan korkeuskäyriä aivan satunnaisissa kulmissa. Kun profiili tällaisen viivan mukaisesti piirretään ja lasketaan maanpinnan keskikaltevuus k_o, ei se vielä anna käsitystä siitä, mikä on gradienttikaltevuus profiililla eli keskimääräinen putoama jyrkimpään suuntaan eikä profiiliviivan suuntaan laskettuna.



Johdamme yhtälön esim seuraavasti (piirros 8).

K = gradienttijyrkkyys jossakin satunnaisessa rinnepisteessä profiililla

k = kaltevuuskomponentti mitattuna profiiliviivan suuntaan

α = edellisten välinen kulmaero

Piirros 8

On helposti näytettävissä, että

$$k = K\cos\alpha$$

Edelleen pitää paikkansa, koska K ja α ovat toisistaan riippumattomia satunnaissuureita, että

$$\overline{k} = \overline{K} \cdot \overline{\cos\alpha}$$

ts että k:n keskiarvo tai keskimääräinen arvo (tulemme tässä toimeen pelkillä samanmerkkisillä arvoilla) saadaan laskemalla K:n keskimääräinen arvo ja kertomalla se cosα:n keskimääräisellä arvolla. Antamalla α:n vaihdella välillä $0 \longrightarrow \frac{\pi}{2}$, saamme sen cosinin (samoinkuin sininkin) keskiarvoksi $\frac{2}{\pi}$. Siis

$$\overline{k} = k_o = \frac{2}{\pi} K_o, \text{ ja } K_o = \frac{\pi}{2} k_o$$

Tunnusfunktion h_a yhtälö

Voidaan pitää selvänä, että h_a:n kasvu a:n mukana ei tapahdu suoraviivaisesti. Aluksi (kun a suurenee lähtien arvosta nolla) h_a ilmeisesti kasvaa hyvin nopeasti — kussakin maastossa kuitenkin eri tavoin — mutta kasvun vauhti vähentyy pakostakin, koska kohoutumat ja kukkulat ovat valtaosaltaan matalia ja alueellisesti pieniä. Kun a tulee suuremmaksi kuin joidenkin yleisten kukkulatyyppien vaakaulottuvuus, ei tämä kukkulatyyppi enää vaikuta h_a:n kasvua lisäävästi, vaan se riippuu suuremmista maastomuodoista. Isompia ja korkeampia kukkuloita esiintyy kuitenkin asteittain yleensä yhä harvemmassa ja näin ollen h_a:n kasvulla täytyy myös olla raja, jota se ei voi ylittää.

Jos alue, jolle h_a:n arvot halutaan laskea, on täysin epähomogeeninen sikäli, että siihen kuuluu laajoja alankoja mutta toisaalta myös erilaisia mäkimaastoja, ei voida odottaa h_a:n kasvun muodostuvan erityisen säännölliseksi. Toisaalta myös tunnuslukujen merkitys on silloin muutenkin kyseenalainen. On valittava samantyyppisiä ja yleensä yhtenäisiä alueita, joille kullekin lasketaan omat tunnuslukunsa. Myös käytännön tarpeet ilmeisesti vievät tähän valintaan. On odotettavissa, että h_a:n kasvu tällöin muodostuu periaatteessa seuraavaksi: Kuvaaja (vaaka-akselina suure a) nousee ensin suhteellisen jyrkästi, mutta nousu tasoittuu vähitellen ja käyrä alkaa asymptoida jotakin arvoa, jota voimme merkitä h_∞. Jos alue on pieni, emme saa tasaista nousukäyrää, mutta voimme katsoa sen johtuvan "havaintoarvojen vähyydestä". Kuitenkin tulee väliin eräs häiritsevä tekijä, jonka vaikutus juuri h_a:n suhteen on merkittävä, ja joka estää meitä havaintotulosten avulla varmuudella päättelemästä, onko perusolettamuksemme oikea. Maastollisten häiriötekijöiden joukkoon kuuluvat myös paikallisesti ensi näkemällä huomaamattomat, mutta korkeusvaihtelultaan ainakin kymmenien metrien luokkaa olevat, hyvin laaja-alaiset ja epäsäännölliset aaltoilut samoin kuin vähittäinen mutta kuitenkin tuntuva sekä vaihteleva maan keskikorkeuden nousu rannikoilta sisämaahan ja alangolta ylävämmille seuduille. Näillä esiintymillä on varsin vähäinen merkitys maaston paikallisen yleisluonteen vaihtelun kannalta, mutta ne vaikuttavat selvästi tunnusluvun h_a laskuihin, kun a on valittu suureksi. Maan nousuuntaan h_a kasvaa siten a:n mukana jatkuvasti, vaikka kasvu poikkisuunnassa havaitaankin selvästi tasoittuneeksi. Korjaus keskitasoonkin on vaikeata, koska tuo laaja-alainen vaihtelu saattaa osoittautua peräti epäsäännölliseksi.

Tällöin herää kysymys, onko tunnusluku h_a, erittäinkin sen raja-arvo laskettava kokonaan teoreettisin perustein, jos se siten parhaiten sopii mitaksi erilaisia maastoja keskenään vertailtaessa. On pääteltävissä, että tunnusluku h_∞, mikäli se on olemassa on laskettavissa seuraavin perustein. Janan a alkupiste ensinnäkin sattuu jotakin (ja mitä tahansa) maastokorkeutta vastaavalle kohdalle sillä todennäköisyydellä kuin kutakin korkeusluokkaa olevia pisteitä maastossa esiintyy. Janan loppupiste lankeaa teoreettisesti mihin pisteeseen tahansa sillä ympyrän kaarella, joka a-jana säteenä tällöin ajatellaan piirrettäväksi. Koska tämä kaari rajatapauksessa on hyvin pitkä, se edustaa täysin koko perusjoukkoa, tässä tapauksessa pisteiden korkeusjakaantumaa. Sekä alku- että loppupisteet (niiden korkeus) ovat siis saman veroisia ja toisistaan riippumattomia, ne edustavat satunnaisia maaston korkeuspisteitä. Tunnusluvan h_∞ laskeminen muodostuu siis — saadaksemme tutun vertauksen laskutavan suhteen samanlaiseksi kuin keskimääräisen erotuksen laskeminen. Edelleen h_∞ on selvästi maaston korkeusvaihteluiden mitta, joka ei muutu siitä, vaikka maaston horisontaalista mittakaavaa muutettaisiinkin. Mutta vertikaalimittakaavan muutos aiheuttaa saman suhteellisen muutoksen myös h_∞:n arvoon.

Näin ollen täyttää h_∞ ne vaatimukset, mitkä kaavassa

$$k_0 = k \cdot A$$

on edellä suureelle 9 asetettu. Tunnusluku h_∞ voidaan laskea joko profiilien avulla ottamalla esim yksi korkeuspiste jokaista pituusyksikköä kohti vaakamatkalla tai kartan (maaston) perusteella ottamalla yksi korkeuspiste pintayksikköä kohti. Tunnusluku h_∞ laskettuna näiden pisteiden keskimääräisenä korkeuserona tulee siis merkitsemään samalla *kahden maastoalueelta satunnaisesti otetun pisteen keskimääräistä korkeuseroa.*

Koska h_a:n kasvu aikaisemmin esitetyn perusteella saattaa olla epäsäännöllinen ja koska usein joudutaan tutkimaan varsin lyhyitä profiileja tai niiden yhdistelmiä, on tunnusluvun h_∞ tilalle mahdollista merkitä vain A, jolloin voimme pitää sitä eräänlaisena virtuaalisena tunnuslukuna. Alempana osoitetaan, että laskemalla h_a kahdella a:n arvolla (tai toisen sijasta k_0), saadaan myös A määritettyä. Tämän jälkeen on helppo laskea kaikki muut h_a:n arvot suoraan. Näin päästään siis käyräviivaiseen interpolointi- ja ekstrapolointimenetelmään, mikä on suoraviivaista interpolointia parempi. Nimenomaan k_0 on aina (kun se määritetään suoraan maastomittauksella) laskettava harkiten, siis "yleistämällä" maastoa oikealla tavalla tehtävän laadusta riippuen.

Osoitamme, että yhtälöt

$$h_a = (1-e^{-ka})\,A \text{ tai} \qquad e = \text{luonnollisen logaritmijärjestelmän}$$

$$h_a = (1-e^{-ka})\,h_\infty \qquad \text{kantaluku}$$

toteuttavat yleensä ne vaatimukset, joita teoreettisesti voidaan esittää.

Kun derivoimme yhtälöt a:n suhteen ja otamme derivaatan arvon pisteessä $a = 0$, saamme ilmeisesti arvon tunnusluvulle k_o. Tällöin saamme $k_o = k \cdot A$ tai $k_o = k \cdot h_\infty$, kuten tulee ollakin. Kun $a = 0$, tulee $h_a = 0$, mikä myös on välttämätöntä. Edelleen arvolla $a = \infty$ saamme $h_a = A = h_\infty$, kuten myös tulee ollakin. Tunnusluvun h_a kuvaaja on alussa jyrkin, mutta se loivenee jatkuvasti läheten raja-arvoa A tai h_∞, kun a kasvaa. Puolilogaritmipaperilla funktio h_a on kuvattavissa suoralla viivalla, mikä helpottaa interpolointitehtävissä.

Huomattakoon, että kun $k = 0$, on myös $k_o = 0$ ja maasto siis on tasainen. Kun $k = \infty$, on myös $k_o = \infty$ ja maaston kaltevuus on siis kauttaaltaan 90°. Tällöin on $h_a = A = h_\infty$ riippumatta a:n arvosta. Maasto on siis äkkijyrkänteistä kokoonpantu. Sikäli k:n arvon kasvu merkitsee maaston "karkeuden" jatkuvaa lisääntymistä, kuten aikaisemmin olemme selittäneetkin.

Karkeuskerroin k saadaan lasketuksi, kun h_a:lle on mitattu kaksi arvoa tai toisen tilalle k_o tai A (h_∞). Vastaava koskee A:n (h_∞:n) määrittämistä, ellei sitä tehdä suoraan. On muistettava, että h_a:n ja k_o:n yhtälöjä voidaan käyttää rinnan toistensa kanssa.

Kuten helposti nähdään, täyttää kaikki edellä asetetut vaatimukset myös seuraava yksinkertainen yhtälö

$$h_a = \frac{a}{a + \frac{1}{k}} A$$

missä A:n tilalle voidaan kirjoittaa h_∞ ja a sekä k ovat samat kuin edellä. Kummankin empiirisen laskutavan eroja selventää osittain alempana esitetty laskuesimerkki (Enijärven maasto). Laskutapojen paremmuudesta ei sen perusteella voida tehdä varmaa johtopäätöstä.

ESIMERKKEJÄ JA SOVELLUTUKSIA

Mittauksia maastossa ja kartalla

Jotta saataisiin käsitys siitä miten tarkasti kartalta määritetyt k_o:n arvot vastaavat suoraan maastossa saatuja tuloksia, suoritettiin Tuusulan ympäristössä koemittauksia. Maastossa käytettiin Thommen aneroidia, jonka mittaustarkkuuden mukaan tapahtui pienten vaihteluiden tasoitus. Nousut ja laskut siis merkittiin muistiin sikäli kuin korkeusmittari pystyi ne eroittamaan, mikä merkitsee runsaan 0,5 metrin tarkkuutta. Profiilit olivat muutaman km:n luokkaa. Tunnusluku k_0 osoittautui edullisimmaksi ilmaista prosentteina ja se vaihteli neljällä profiililla 3—9 %:n välillä. Neljä kokematonta lukijaa arvioi korkeusvaihtelut kartan perusteella yrittäen notko- ja huippualueilla arvostella lisähäiriöiden suuruutta, mikä ei tietenkään näy välittömästi kartalla. Alle on merkitty maastomittauksen tulos ja havaitsijoiden tulosten keskimääräinen poikkeama siitä.

	Maastomittaus k_0 (%)	Keskim. poikkeama kartalta mitattaessa
1.	4.70	0.40
2.	6.09	0.39
3.	8.21	1.30
4.	3.49	0.22
5.	4.52	0.94
Keskim.	5.40	0.65

Kokemattomuuden takia oli mittausten joukossa jokunen karkeakin virhe, jollaisista vältytään jo vähäisenkin tottumuksen kautta. Toisaalta oli havaittavissa kuinka tärkeätä on, ettei kartoittaja yleistämistä suorittaessaan muuta maaston luonnetta pyöristämällä korkeuskäyriä, jos kulmikkuus on niille luonteenomaista, sillä oikea kuvaustapa helpottaa korkeusvaihteluiden arviointia. Merkille pantavaa on, että kartan perusteella arvioitu tulos oli 12 tapauksessa suurempi ja vain 8 tapauksessa pienempi kuin maastomittauksen antama tulos. Yhdellä profiililla olivat kaikki 4 arviointia liian suuria ja yhdellä taas kaikki liian pieniä johtuen paitsi tottumattomuudesta myös siitä, että karttakuvaus ei antanut oikeaa kuvaa maaston pikkupiirteisyydestä.

Käytännön tarpeita ajatellen näyttää k_0:n arviointi voitavan suorittaa peruskartan perusteella täysin riittävällä tarkkuudella. Topografikarttojen puuttuessa on maaston läpi suunniteltava reitti, joka tasapuolisesti edustaa kyseistä maastoa ja suoritettava korkeusvaihteluiden mittaus. Kuljettu matka voidaan ottaa taloudelliselta kartaltakin, ellei sitä ehditä mitata maastossa. Korkeuden mittaus ei sanottavasti hidasta etenemistä. Tunnusluvut k_o, K_o ja H_a saadaan määritettyä samalla kertaa hyvin helpolla tavalla, mutta tunnuslukujen k ja h_a laskeminen on hitaampaa ja vaatii lisätoimenpiteitä.

Topografikartan 1: 50 000 lehti Enijärvi (36234) länsi- ja lounaisosan muodostaa Etelä-Suomeen verrattuna korkeahko vaaramaasto, josta kartan perusteella otettiin mitattavaksi n 80 km² alue. Keskikorkeus merenpinnasta osoittautui olevan n 250 m heilahtelun sen molemmin puolin ollessa keskimäärin 21.5 m. Korkeuspisteiden jakaantuma oli hämmästyttävän lähellä normaalia jakaantumaa. Tunnusluvulle h_∞ tuli arvo 31 m. Suhdeluku 31: 21.5 = 1.44 on lähellä normaalijakaantuman teoreettista arvoa $\sqrt{2} = 1.41$. Kuitenkin maastossa on havaittavissa jatkuvaa nousua lähinnä pohjoiseen, osin myös itään. Nousu pohjoiseen on noin 5 piirun (0.3°) luokkaa ja sen vaikutus näkyy selvästi h_a:n arvoissa, kun a on suuri. Mittaamalla kartalta tasavälein yhtä kilometriä vastaavat korkeuden muutokset ja ottamalla keskimääräinen arvo, tulee h_a:ksi 22.1 m, mikä eksponenttikaavan mukaan vastaa korkeuskerrointa 0.0012 tai yksinkertaisemman, viimeksi esitetyn kaavan mukaan laskettuna karkeuskerrointa 0.0025. Tästä saamme k_o:ksi $0.0012 \cdot 31 = 0.037$, siis 3.7 % tai $0.0025 \cdot 31 = 0.077$ eli 7.7 %. Edelleen saamme $K_o = 5.8$ % tai vastaavasti 12 %. Suoralla mittauksella arvioimme k_o:n arvoksi n 6 %, jota vastaa $K_o = 9.4$ %. Laskemalla eksponenttikaavan mukaan ja karkeuskerrointa 0.0012 käyttäen h_a:n arvot 2 ja 3 kilometrin etäisyyksille saamme luvut 28 ja 30 m ja yksinkertaisemmalla kaavalla karkeuskerrointa 0.0025 käyttäen vastaavasti 26 m ja 27 m, kun taas suora mittaus antaa arvot 27.4 m ja 31.5 m. Kun a suurenee, kasvaa h_a maan nousun takia jatkuvasti ylittäen jo 50 m, kun a on 10 km.

Mainitun Enijärven lehden luoteiskulmassa on laaja suoalue, josta siellä täällä kohoaa esiin kumpare ja laidoilla vaarojakin. Koealaksi otettiin täällä n 60 km² pinta-ala. Pohjakorkeus oli siis kutakuinkin sama ja poikkeamat siitä ylöspäin olivat keskimäärin 14 m huippujen noustessa n 50 m pohjatason yläpuolelle. Jakautuma oli tyydyttävän lähellä normaalia sillä seurauksella, että negatiiviset arvot puuttuivat.

On todistettavissa, että teorian mukainen h_{∞} saadaan tällöin ottamalla 85 % keskimääräisestä poikkeamasta ja se olisi siten $0.85 \cdot 14$ m = 12 m. Mittaamalla nähdään, että k_o on suunnilleen luokkaa 0.01 ja siis karkeuskerroin luokkaa 0.001 tai alle senkin. Tällä arvolla saadaan teoreettisesti 1 km matkalle korkeuden muutos n 7.5 m ja mittaus antaa suunnilleen 5.5 m, mikä vastaa korkeuskerrointa n 0.0006.

Tunnusluvuille Lapin maastossa näyttää yleensäkin tulevan maaston melko suuresta korkeusvaihtelusta huolimatta suhteellisen pieniä arvoja. Vaikka korkeusvaihtelut etelämpänä ovat vähäisiä, näyttävät tunnusluvut siellä nousevan melko suuriksi. Tähän palaamme alempana.

Maaston kulkukelpoisuus tunnuslukujen valossa

Ihmisen silmä on — etenkin ilman harjoitusta — huono arvioimaan rinteiden jyrkkyyksiä maastossa. Korkea kukkula vaikuttaa vaistomaisesti jyrkemmältä kuin matala ja tästä johtuva väärä asennoituminen haittaa oikean arvostelun suorittamista. Rinteiden todellisella jyrkkyydellä on kuitenkin usein ratkaiseva vaikutus sekä pyörä- että telaketjullisten ajoneuvojen liikkumismahdollisuuksiin maastossa. Ajoneuvojen suhteen on vielä otettava huomioon nimenomaan niille ominainen haitta: Mitä jyrkempi rinne on, sitä enemmän ajoneuvo on pakotettu nousemaan rinnettä ylös sen jyrkimpään suuntaan. Tunnusluvulla K_o tulee siten olemaan suurempi merkitys kuin tunnusluvulla k_o.

Hevosten vähentyessä tulee sekä sotilas- että siviilitarpeiden (puutavaran kuljetus) kannalta välttämättömäksi selvittää moottoriajoneuvojen kulkukelpoisuuskysymykset meikäläisessä maastossa. Yksityiskohtaisten kulkukelpoisuuskarttojen valmistaminen on paljon aikaa viepä työ ja silmämääräinen arviointi taas johtaa liian suuriin virheisiin. Näin ollen on alustavasti koetettu tutkia asiaa myös tunnuslukujen valossa, koska niiden käyttö on periaatteessa riippumaton yksilöllisistä vaikutuksista.

Telaketjullisten ajoneuvojen nousukyvyn raja maastossa on 45 %:n rinne (45 m/100 m) ja pyöräajoneuvojen vastaavasti 30 %:n rinne. Riittää, kun jollakin kohtaa rinteessä on tämä jyrkkyys. Näillä ehdoilla voimme täydellisen analyysin perusteella tutkia koealoja ja eroitella niistä estemaastoksi luettavat alueet. Senjälkeen laskemme näitä alueita koskevat tunnusluvut ja oletamme, että tunnuslukujen ja estevaikutusten välillä vallitsee riittävä korrelaatio, joten voimme jatkaa alueiden luokittelua pelkkien tunnuslukujen perusteella.

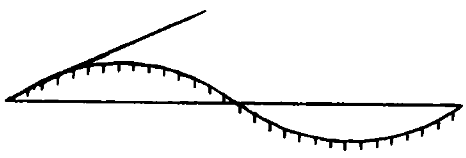
Tutkimukset viittaavat siihen, että panssarivaunuille esteen muodostavassa maastossa saataisiin tunnusluvulle k_o arvoksi 16—17 %, mikä vastaa gradienttikaltevuutta K_o 25—27 %. Edelleen näyttää siltä, että Etelä-Suomessa olisivat k_o:n arvot 10—15 % ja siis K_o:n arvot 16—24 % verrattain yleisiä. Vain suppeilla alueilla näyttää k_o nousevan 20 %:iin ja K_o siis yli 30 %:n. Pohjois-Suomessa maasto lienee loivempaa suurista korkeusvaihteluista huolimatta.

Mikäli nämä alustavat tulokset ovat oikeaa suuntaa antavia, on todettava seuraavaa. Etelä-Suomen laajahkot, metsäiset mäkimaastot ovat korkeusvaihteluittensa puolesta usein lähellä estemaaston rajaa, mutta ne jäänevät valitettavasti sen alapuolelle. Tarvitaan siis vielä muita estevaikutusta korostavia lisätekijöitä, jotka on erikseen tutkittava. Tällaisia ovat esim liettymiselle altis ja pehmeä maaperä, mikrotopografiset esiintymät, kuten kivisyys ja kuoppaisuus sekä riittävän tiheä puusto, jonka liiallinen harventaminen tässä mielessä osoittautuu maanpuolustuksellisesti hyvinkin haitalliseksi. Lisätutkimukset maastossa lisäävät myös kustannuksia, jotka jäävät pois silloin, kun maasto pelkän korkeusvaihtelun takia on luokiteltavissa estemaastoksi. Estemaastossakin saattaa löytyä kulku-uria ja olisi kieltämättä eduksi löytää todennäköisyysluvut näille, mikäli myös riittävä korrelaatio tunnuslukuihin tässä mielessä on olemassa.

Pyöräajoneuvoille gradienttikaltevuudet $K_o = 16—24$ % vastannevat useimmiten selvää estemaastoa — joitakin ehkä helposti tutkittavia uria lukuunottamatta. Tällaisilla alueilla huolto siis vaikeutuu tai katkeaa, ellei teitä voida käyttää, vaikka panssarivaunut pääsisivätkin läpi.

Edellä on tutkittu vain k_o:n tai K_o:n soveltuvuutta kulkukelpoisuuden ilmaisuun johtuen siitä, että näiden tunnuslukujen laskeminen on nopeasti suoritettava. Tunnusluku h_a antaisi käsityksen odotettavissa olevien nousujen korkeudesta ja pituudesta (moottorien ylikuumeneminen) sekä samalla maaston suurmuodoista, mutta hankalahkojen laskujen vuoksi ei tätä puolta asiassa ole tutkittu. Karkeuskertoimen merkitystä kulkukelpoisuuden suhteen ei myöskään ole selvitetty. Ulkomaiset tutkimukset perustuvat yleensä maaston täydelliseen analyysiin, mikä korkeusvaihteluiden osalta merkitsee jokaisen jyrkänteen etsimistä erikseen kuvatulkinnalle tai maastossa. Kokeilut on myös meillä aloitettu.

Mielikuvan saamiseksi siitä, millainen maasto profiilikuvauksena merkitsee estettä myös telaketjuajoneuvoille esitetään alla mallipiirros, joka perustuu sinikäyrään. Lukijan tulee kuvitella kulkevansa keskimääräisessä maastossa kaltevuusgradientin suuntaan, siis kohtisuoraan korkeuskäyriä vastaan. Tätä liikesuuntaahan ajoneuvojen on nimenomaan jyrkissä kohdissa pakko noudattaa välttyäkseen sivuliukumis- ja kaatumisvaaralta. Riittää kun käyrällä on yksi kohta nousevalla kaarella, jossa kaltevuus nousee 45 %:iin. Sinikäyrä $y = A \sin\alpha$ on jyrkin kohdassa $\alpha = 0$ ja jyrkkyyden ilmaisee käyrän derivaatta $y' = A \cos\alpha$, mikä sijoituksella $\alpha = 0$ antaa tuloksen $y' = A$. Saamme siis ehdon $A = 0.45$, jonka perusteella käyrä on piirrettävissä. Kuvaaja (piirros 9) ei silmän virheellisestä tottumuksesta johtuen näytä uskottavalta. Kuitenkin profiilin keskikaltevuus on



Piirros 9

teoreettisesti $\frac{2A}{\pi} = \frac{0.9}{3.14} \approx 0.29$. Käyrä on siis keskimäärin hieman jyrkempikin kuin estemaastolle edellä saamamme gradienttijyrkkyys $(K_o) = 25$—27 %. Pyöräajoneuvoja ajatellen sijoitamme vastaavasti $A = 0.3$ ja keskikaltevuudeksi tulisi $\frac{0.6}{3.14} \approx 0.19$. Estearvo K_o:lle todellisessa maastossa lienee tässäkin tapauksessa hieman pienempi. Muistisääntönä voinemme (ottaen hieman varmuutta lisää) sanoa: Maasto muodostuu esteeksi telaketjuajoneuvoille, ellei muita haittoja ole, kun keskimääräinen gradienttikaltevuus K_o nousee 30 %:iin (17°) ja pyöräajoneuvoille, kun se nousee 20 %:iin (11°). Edellisen luokan estemaastoja ei meillä yleensä tavata laajoina alueina.

Mikrotopografisille esiintymille ei kannattane laskea em periaatteilla tunnuslukuja ainakaan kulkukelpoisuutta ajatellen. Niille voitaisiin ajatella laskettavan eri periaatteilla omat tunnuslukunsa siten, että makro- ja mikrotopograafisten tunnuslukujen summa suoraan ilmaisisi maaston estearvon. Mikään ei estä myöskään puuston huomioon ottamista vastaavalla tavalla. Tällaisen systeemin rakentamista ei toistaiseksi ole kokeiltu. Todettakoon tässä täydellisyyden vuoksi, että 70—120 cm:n kovat jyrkänteet ja puolta matalampi kivikkoalue merkitsevät jo panssarivaunuestettä, ja kuormavaunuille riittävät vastaavasti 15—30 cm:n "jyrkänteet" tai kivikko. Panssarivaunut ja kuorma-autot voivat tasaisella maalla kiertää harvassa olevat "mikroesteet", mutta jyrkissä rinteissä tämä ei kohtisuoran nousun takia käy päinsä.

Loppusanat

Em tunnuslukujen määrittämisen suhteen ei voine olla huomautettavaa muiden kuin h_a:n arvojen laskemisen osalta silloin, kun se suoritetaan kaavan perusteella. Jos nim maasto jatkuvasti nousee johonkin suuntaan isollakin koealalla, ei funktio asymptoi vaakasuoraa vaan nousevaa suoraa ja käyrä taipuu samalla ylöspäin. Enijärven esimerkissä kaavalla laskeminen näyttää tyydyttävältä aina etäisyyteen (a) 2 km asti, mutta sitä pitempiä välejä tuskin tarvittaneekaan. Interpoloitaessa voidaan kahden havainnon perusteella (joista toinen voi olla k_o) laskea "virtuaalinen" suure A teoreettisen h_∞:n asemesta. Tunnusluvulla h_∞ taas on raja-arvon ohella itsenäinen merkitys muutenkin (kahden satunnaisesti otetun pisteen keskimääräinen korkeusero), ja se on ainoa tunnusluvuista, joka on yksinomaan korkeusvaihtelun mitta.

Jos alue, jolle tunnusluvut on määrättävä on pieni, ei tunnuslukuja h_a suurille a:n arvoille voida laskea muuten kuin teoreettisesti, mutta silti ne saattavat olla vertauslukuina tarpeen. Suurilla alueilla voidaan tietenkin poimia esim kartalta suoraan riittävä havaintoaineisto (mittauksia a:n pituisin välein) ja tyytyä siis "triviliaaliratkaisuun", mikä ei vaadi sen enempää teoriaa.

Edellä ei ole näytetty esimerkkejä alueiden maantieteellisestä jaosta tunnuslukujen perusteella (kulkukelpoisuuskysymysten yhteydessä asia oikeastaan on esillä) eikä interpolaatiotehtävistä, jotka molemmat ovat ammattialan erikoiskysymyksiä. "Jokamiehen" helposti hallittavissa ovat tunnuslukujen k_o, K_o (ja H_a) laskut ja sen vuoksi juuri näiden ilmaisuarvoon on edellä kiinnitetty päähuomio. Sotilaallisesti merkityksellisin lienee kulkukelpoisuustutkimuksen edelleen kehittäminen.

Maastoprofiileja muistuttavia käyriä esiintyy kaikilla aloilla eri ilmiöiden kuvaajina. Monissa tapauksissa saattaa esitetyn teorian mukaisille tunnusluvuille löytyä luonteva selitys, jonka avulla ilmiöiden merkitystä voidaan mitoitettavalla tavalla havainnollistaa. Olemme tällöin kuitenkin jo varsinaisen aiheen ulkopuolella.