AJATUKSIA MATEMATIIKAN HYÖDYLLISYYDESTÄ

LEONHARD EULER

Suuri sveitsiläinen matemaatikko Leonhard Euler (1707–83) laati kohta Berliinin tiedeakatemian jäseneksi vuonna 1741 tultuaan kirjoituksen, jossa hän perusteli ”korkeamman matematiikan” (*mathesis sublimior*) hyödyllisyyttä monilla tieteenaloilla. Teksti jäi julkaisematta hänen elinaikanaan, mutta se ilmestyi vuonna 1847 lehdessä *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 35 (s. 109–116) otsikolla *Commentatio de matheseos sublimioris utilitate.* Eulerin kootuista teoksista *Opera Omnia* se löytyy osasta III.2 ja Gustaf Eneströmin laatimasta Eulerin teosluettelosta numerolla 790. Teksti ei ole menettänyt ajankohtaisuuttaan, ja se ilmestyy tässä suoraan latinasta käännettynä kaiketi ensi kertaa suomeksi.

Johan Stén

Kommentteja korkeamman matematiikan hyödyllisyydestä

Matematiikan suurta hyödyllisyyttä ei nykyisin epäile kukaan – sillä monella tieteen ja taiteen alalla, jossa sitä päivittäin käytetään, ei sitä ilman voida toimia. Kuitenkin kun matematiikkaa ylistetään, sillä tarkoitetaan enimmäkseen sen alempia lajeja, ikään kuin sen alkeita, kun taas sen osan matematiikasta, jota erinomaisuutensa vuoksi on tavattu kutsua korkeammaksi, ajatellaan olevan vailla mitään käyttöä tai hyötyä. On niitä, jotka sanovat sen olevan ikään kuin hämähäkin verkko, joka on liiallisen hienoutensa vuoksi hyödytön. Koska kaikki matematiikka on tarkoitettu tuntemattomien suureiden tutkimiseen ja koska tätä tarkoitusta varten se joko avaa menetelmiä, eli ikään kuin totuuteen johtavia teitä, tai kaivaa esiin kaikkein salatuimmat totuudet ja tuo ne valoon, se toisaalta terävöittää järkeämme, toisaalta rikastuttaa myös tietojamme. Kummassakaan tavoitteessa ei työtä voi tehdä liikaa. Koska jokainen totuus sinänsä on arvokas, ja useamman totuuden toisiinsa liittäminen johtaa korkeampaan tietämykseen, kaikki totuudet ovat hyödyllisiä, vaikka emme sitä heti näkisikään. Väitettä, jonka mukaan korkeampi matematiikka uppoutuu liian syvälle totuutta etsiessään, pidän pikemmin kehuna kuin moitteena. Älkäämme kuitenkaan juuttuko näihin hieman liian abstrakteihin suosituksiin, sillä kuten voidaan kattavasti osoittaa, korkeampi matematiikka ei ole vain yhtä hyödyllinen kuin alkeismatematiikan sanotaan olevan, vaan sille avautuu vielä paljon laajempi käyttötarkoitus. Paljonhan voisi matematiikka todellakin kehittyä yli tämän hetken tarpeen ja paljonhan sen voisi toivoa täydellistyvän, mikä pätee myös niillä aloilla, joilla alkeismatematiikka näyttäisi ensi silmäyksellä riittävän. Tässä tutkielmassa osoitan siis, että alkeismatematiikkaan liitettävä hyöty ei häviä korkeammassa matematiikassa mihinkään, vaan se sen sijaan kasvaa jatkuvasti, mitä korkeammalle tasolle tässä tieteessä päästään, ja ettei matematiikka ole kehittynyt vielä läheskään niin pitkälle, kuin sen yleisimmät sovellukset enimmäkseen tarvitsisivat. Saavuttaakseni päämääräni mahdollisimman kattavasti tarkastelen seuraavassa niitä tieteitä, joiden hyödyllisyys ja tarpeellisuus on kaikkien tunnustamaa, sellaisia kuin mekaniikka, hydrostatiikka, astronomia, tykistöoppi, merenkulku, fysiikka ja fysiologia. Lisäksi osoitan selvästi, että mitä enemmän hyötyä näiltä tieteiltä odotamme, sitä enemmän korkeampaa analyysia ne tarvitsevat, ja jos joskus niistä saamamme hedelmät alittavat odotuksemme, syy on miltei aina siinä, että käyttämämme matemaattiset menetelmät eivät ole riittävän kehittyneitä.

Aloitan siis *mekaniikasta*, jolla en nyt tarkoita sitä osaa tieteestä, joka kaikkein monimutkaisimpia liikkeitä analysoimalla johtaa ne takaisin liikkeen peruslakeihin: mitä hienostunein analyysi on siinä epäilemättä tarpeen. Olkoon tämä niin sanoakseni korkeampi osa mekaniikasta kuinka hyödyllinen tahansa, se saa usein osakseen epäilyä, josta haluan puhdistaa korkeamman matematiikan. Puhun siis tässä mekaniikan alkeellisemmasta osasta, tieteestä, joka tuottaa meille kaikenlaisia koneita käytännön tarpeisiin ja jonka käytännön hyötyä on tapana suuresti ylistää. Tässä mekaniikan kaikkein karkeimmassa osassa tarkastellaan koneita tasapainon kannalta ja määritetään sellainen voima tai potentiaali, jota kone tarvitsee kannatellakseen annettua kuormaa. Sen sijaan kuorman liike, jota pitäisi tarkastella käytännössä, jätetään täysin huomiotta. Tästä mekaniikan osasta kirjoittaneet tutkijat kertovat, kuinka suuri voima tarvitaan kussakin koneessa, jotta sen kuorma olisi tasapainossa, mutta kun kuormien kuuluisi liikkua, he tyytyvät kertomaan, että siihen tarvittaisiin suurempi voima kuin kuorman kannattelemiseen. Ja kun olisi tutkittava kuorman liikettä, he eivät kerro, jatkuuko liike kiihtyvänä vai hiljenevänä, eivätkä he ota riittävästi huomioon liikettä aikaansaavia olosuhteita. Käytännön soveltajat kyllä tietävät, että koneiden vaikutus on useimmiten huomattavasti vähäisempi, kuin mitä he toivovat, ja että ne suorittavat huomattavasti vähemmän, kuin mitä he suunnittelevat. Lisäksi he syyttävät näistä puutteista teoriaa, eivätkä heidän suunnittelemansa koneet näin ollen herätä vähintäkään luottamusta, ennen kuin niiden on osoitettu toimivan käytännössä. Voidaan todeta, että alkeismekaniikan käsittelemä koneiden teoria on täysin vajavainen, ja samalla tunnustetaan tarve varmemmalle teorialle, joka poikkeaa käytännöstä vähemmän. Tätä ei kuitenkaan pitäisi odottaa alkeismekaniikalta, sillä se nojautuu ainoastaan statiikkaan, jonka ainoa periaate on tasapaino. Mutta liikkeen alkuperää selvitettäessä teoria juuttuu paikoilleen, eikä etene mihinkään. Jos siis halutaan parantaa koneiden teoriaa täydellisesti, on määritettävä se liike, jonka tasapainon järkkyminen saa aikaan, ja erityisesti tarkasteltava liikettä ylläpitävää voimaa sekä liikettä vastustavia ulkoisia syitä, kuten kitkaa ja ilmanvastusta. On siis turvauduttava korkeampaan mekaniikkaan, joka kykenee analysoimaan kaikkein monimutkaisimman liikkeen. Tästä ei kuitenkaan selvitä ilman korkeampaa analyysia ja infinitesimaalilaskentaa, ja kaikesta tähänastisesta, näennäisen hyödyttömästä edistyksestä huolimatta, sekään tuskin riittää yksinkertaisimpien koneiden toiminnan selittämiseksi. Tämän olen selvästi osoittanut yksinkertaisista koneista sekä niiden yhdistelmistä Pietarissa [1] julkaisemassani tutkielmassa, jossa kussakin tapauksessa saatava liike ja vaikutus määritetään korkeampaa analyysia käyttäen. Ja koska saman tavoitellun vaikutuksen voi saada aikaan useilla tai jopa lukemattomilla samanlaisilla tai erilaisilla koneilla, lähdin osoittamaan, kuinka voidaan selvittää, mikä kone suoriutuu tehtävästään vähäisimmässä ajassa tai pienimmällä voimalla. Tämä ongelma on arkielämässä tuiki tavallinen, ja sen ratkaiseminen vaatii myös analyysin ja infinitesimaalilaskennan täydellistä tuntemista. Mekaniikka tarjoaa monta muutakin perustelua korkeamman matematiikan hyödyllisyydelle arkipäivän sovelluksissa. Mutta kuten olin suunnitellut, olen edellä esittämissäni lyhyissä perusteluissa varsin kattavasti osoittanut, että korkeampi matematiikka on mekaniikassa välttämätön ja että jopa kaikesta hyödyllisyydestään ylistetty alkeismekaniikka olisi ilman sitä tuskin minkään arvoista ja kaikin puolin ontuvaa.

Seuraavaksi siirryn *hydrostatiikkaan*, johon luen mukaan myös *hydrauliikan*, joka kuten tunnettua tarjoaa paljon jokapäiväistä hyötyä ihmiselle. Kiinnitämme nyt erityistä huomiota siihen yleisen hydrostatiikan alkeita käsittelevään osaan, joka on kaiken siitä nauttimamme hyödyn alku ja lähde. Varsinkin he, jotka soveltavat tätä tiedettä käytäntöön, valittavat, kuinka harvoin tulokset vastaavat teoriaa. Näiltä valituksilta ei totisesti puutu perusteluita, sillä kouluissa yleisesti opetettu veden virtauksen teoria on lähes kaikilta osin virheellinen ja totuudesta poikkeava, joten ei ole mikään ihme, että sen yhteneväisyys kokemukseen osoittautuu yleensä niin vähäiseksi. Kaikkien yhteiseksi hyväksi on siis tärkeää korvata virheellinen teoria oikealla, mikä kuitenkin on alkeismatematiikalle liian vaikeaa, eikä tällaisesta tehtävästä todellisuudessa voi selviytyä ilman korkeampaa analyysia. Tämän voi helposti nähdä kuuluisan Daniel Bernoullin [2] loistavasta hydrodynamiikkaa käsittelevästä kirjasta, jossa virtaavan nesteen peruslait päätellään ja sovelletaan niitä käytäntöön. Tämän jälkeen edellisen Bernoullin isä, kaikella älynsä terävyydellä, josta hän jo aiemmin oli kuuluisa, johti samaiset lait muista periaatteista, täten vahvistaen virtaavan veden teorian paikkansapitävyyden [3]. Molemmissa tutkielmissa käytetään infinitesimaalilaskentaa kauttaaltaan. Näin ollen puutteelliset korkeamman analyysin tietomme ovat syy siihen, miksi olemme näin myöhään päässeet kiinni oikeaan hydrauliikan teoriaan. Jotta hydrauliikka voisi kehittyä korkeimpaan täydellisyyteensä, samalla kun siitä voisi saada irti suurinta mahdollista hyötyä, on siis erityisesti tarpeen vahvistaa kor-

Leonhard Euler (1707–83). Jakob Emanuel Handmannin pastelli. Baselin taidemuseo. Kuvalähde: Wikimedia commons.

keampaa analyysia.

Kuten kaikki myöntävät, *astronomia* on matematiikan hyödyllisimpiä osia, mutta koska astronomian hyödyllisyys riippuu sen paikkansapitävyydestä sekä teorian että taivaanilmiöiden yhteneväisyydestä, ei voida epäillä, etteikö sen hyödyllisyys kasvaisi tiedon täydellistyessä. Aiemmin, jolloin taivaankappaleet ja niiden liikkeet olivat tuntemattomia, astronomit saattoivat tulla toimeen aritmetiikan ja alkeisgeometrian sekä optiikan avulla. Mutta Keplerin [4] pääteltyä taivaankappaleiden todelliset lait, hän aavisti heti itse, ettei alkeismatematiikka enää soveltunut astronomian edelleen kehittämiseen. Mutta entäpä Newton [5], joka ihmeellisesti täydellisti sen, minkä Kepler oli aloittanut: millaista korkeamman matematiikan koneistoa hän käytti? Siitä ei ole epäilystäkään sille, joka on läpikäynyt tämän vertaansa vailla olevan työn. Siitä tiedämme, että planeetat kiertävät aurinkoa ellipsejä pitkin ja että niiden ylipyyhkimät alat ovat verrannollisia aikaan, joten planeettaliikkeen taulukoimiseksi on tunnettava ellipsin kvadratuuri, mikä ilmiselvästi ylittää alkeismatematiikan tason. Mutta vieläkin hyödyllisemmissä ja välttämättömämmissä ongelmissa, jotka liittyvät itse planeettojen ratojen määrittämiseen havainnoista, tarvitaan välttämättä korkeampaa analyysia. Ennen kaikkea sitä ilman ei voida tulla toimeen tutkittaessa komeettojen ratoja, kuten minäkin olen osoittanut [6]. Sen sijaan Kuun teoriaa ei ole saatu haluttuun päätökseen, olkoonkin että Newton [7] oli sitä jo onnistuneesti hahmottanut ja mitä vakaimpien perusteiden valossa lujittanut. Kuun teorian täydellistämiseksi tarvitaan niin monta mitä vaikeimman mekaniikan probleeman ratkaisua, ettei nykyinen infinitesimaalilaskenta siihen riitä, kuinka pitkälle kehittyneeltä se yleisesti ottaen vaikuttaneekin. Lopuksi koskien havaintoja on tunnettua, että niihin on tehtävä korjauksia refraktion takia. Taulukoita ei kuitenkaan voida laatia pelkästään kokemuksen avulla, vaan siihen tarvitaan teoriaa, jonka avulla jokaista korkeutta kohti voidaan määrittää refraktion vaikutus. Kyseinen teoria tarvitsee mitä hienointa korkeampaa matematiikkaa, kuten kuuluisa Bouguer [8] on tästä aiheesta laatimassaan ja Pariisissa julkaistussa tutkielmassaan laajasti osoittanut. Näistä asioista voimme siis päätellä paitsi, että astronomia tarvitsee inifinitesimaalilaskentaa välttämättä, myös ettei samainen analyysi ole vielä kehittynyt niin pitkälle kuin astronomien tarpeet vaatisivat.

Tykistötiede (lat. *artilleria* tai *pyrotechnia*) luetaan yleensä yhdeksi matematiikan haaraksi, ja tällä nimellä sen hyödyt tunnetaan erityisesti sodankäynnissä. Joidenkin triviaalien geometristen tehtävien lisäksi, joiden tarkoitus on määrätä ammuksen halkaisijasta sen paino ja päinvastoin, siinä tarkastellaan erityisesti tykin laukaiseman ammuksen lentorataa (*ballistiikka*). Näistä tarkasteluista on päätelty ne säännöt, joiden mukaan tykkiä on ohjattava, jotta ammus osuisi annettuun maaliin. Mutta tässä on oletettu, että ammuksen lentorata on paraabeli, kuten Galileo [9] on osoittanut, mikä ei kuitenkaan pidä paikkansa, ellei liike tapahdu tyhjiössä. Tästä hypoteesista muodostetut säännöt ja taulukot ovat siis hyvin virheellisiä, minkä niiden kirjoittajatkin tunnustavat. He syyttävät virheestä teoriaa, eivätkä tunnusta teorialle lainkaan arvoa, ellei käytäntö sitä korjaa. Vaikka ilma vaikuttaa meistä niin harvalta fluidilta, ettei sen voi havaita aiheuttavan tuntuvaa vastusta, kuitenkin liikkeen ollessa hyvin nopeaa, kuten kiväärien ja tykkien sylkemille ammuksille, ilman vastus on jo huomattava, jolloin ammusten kulkureitti ilmassa poikkeaa paraabelista merkittävästi. Tämän huomattavan virheen korjaamiseksi on siis virheellisen paraabelin sijaan otettava käyttöön oikea käyrä, jota pitkin ammus liikkuu ilmassa. Käyrän löytämiseksi Newton [10] näyttää ahkeroineen pitkään, mutta korkeamman matematiikan äärimmäisestä taitavuudestaan huolimatta hän ei tämän probleeman ratkaisemiseen yksin kyennyt. Kunnia tästä oivalluksesta kuuluu Johann Bernoullille [11], mistä siis selvästi nähdään, kuinka hyvin on oltava syventynyt korkeampaan matematiikkaan voidakseen riittävän hyvin ratkaista tykistötieteen ongelmia. Muissakaan suhteissa tykistötiede ei ole tähän päivään asti ollut tieteeksi kutsumisen arvoinen johtuen sen perusteiden täydestä tuntemattomuudesta. Vieläkään ei ole riittävästi tutkittu räjähdyksestä sinkoutuvien kappaleiden voimaa eikä sytytetyn ruudin vaikutusta, josta kaikki tässä asiassa riippuu. Vasta äskettäin eräs taitava englantilainen Robins [12] on monien syvällisten mietteiden jälkeen päätynyt oikeaan ruudin voiman teoriaan. Ensiksi hän laskee, kuinka paljon voimaa ruudin hetkellinen syttyminen aiheuttaa, kuinka suurella nopeudella tykki laukaisee ammuksen, ja lopuksi samaisen ammuksen tarkan lentoradan. Vaikka näiden tulosten saavuttamisessa kokeiden osuus olisikin ollut merkittävä, kokeita ei ole voitu suunnitella eikä niistä myöskään ole voitu päätellä mitään tuntematta perusteellisesti korkeampaa analyysia.

Merenkulusta eli *navigaatiosta* voin olla lyhytsanaisempi, sillä en usko kenenkään rohkenevan kieltää, että siinä tarvitaan korkeampaa matematiikkaa. Jos siis tarkastelemme merta halkovaa alusta, ajattelemme heti loksodromista käyrää, jonka keksimiseen ei alkeismatematiikka varmasti riitä ja jonka avulla ratkeavat lähes kaikki aluksen navigointiin liittyvät probleemat. Mutta merenkulun koko teoria, joka sisältää alusten rakentamisen sekä ohjaamisen teorian perusteet, on jo niin vaativaa ja edellyttää mekaniikan ja hydrostatiikan niin syvällistä tuntemista, ettei siinä voi ilman korkeampaa analyysia saada tuskin mitään aikaan. Laivan paikan määritys merellä vaatii valtavan laskentatyön. Jos vielä halutaan määrittää laivan muoto sekä määrittää, millaisen kuorman laiva voi ottaa vakautensa säilyttäen kääntymättä kyljelleen purjeiden väännössä, tällöin on tartuttava mitä vaikeimpiin matemaattisiin laskelmiin. Ja viimein, kun halutaan tietää, kuinka laivaa pitäisi ohjata ja sen purjeita käyttää, jotta tuulen vastustuksesta huolimatta pysyttäisiin parhaiten kurssissa, ei tästäkään tehtävästä voi selvitä ilman korkeampaa analyysia. Tämän voi todistettavasti lukea kuuluisan [Johann] Bernoullin [13] mitä loistavimmasta teoksesta laivojen ohjaamisesta. Myös minä olen käsitellyt aihetta laajalti kahdessa laivanrakennusta koskevassa kirjassa [14], joten tästä ei voi olla enää epäselvyyttä.

Olkoonkin että *fysiikka*, joka tutkii kaikkien maailmassa nähtävien ilmiöiden syitä, on täysin vailla ilmeistä hyötyä, ei kuitenkaan voida jättää huomiotta sen ylhäistä tarkoitusta sekä sitä ympäröivää arvokkuutta ja erinomaisuutta, joka vetää puoleensa kaikkia totuutta rakastavia ihmisiä. Tästä syystä meidän olisi pidettävä mitä suurimmassa arvossa kaikkia niitä tieteitä, jotka kartuttavat ja täydellistävät fysiikkaa. Fysiikka ei kuitenkaan ole vailla sovellutuksia, vaan tarjoaa runsaan hedelmän arkipäiväiseen elämään. Jos nyt osoittaisin, että edistyäkseen fysiikka tarvitsee välttämättä korkeampaa matematiikkaa, mitä se merkitsee? Suurin osa niistä ilmiöistä, joita voimme selittää, kuuluu yhtä hyvin matematiikkaan kuin fysiikkaan, kuten sellaiset, jotka selittyvät mekaniikalla, hydrostatiikalla, aerometrialla, optiikalla ja astronomialla. Mutta kaikissa ilmiöissä, joissa nähdään tapahtuvan jokin muutos, on kiinnitettävä huomiota liikkeeseen, mistä ja miten se tapahtuu, millaisia variaatioita siihen liittyy, ynnä muihin sellaisiin yleisiin, mekaniikan syvällisimpiä tietoja vaativiin asioihin. Ja mikäli ilmiö liittyy nesteisiin, tarvitaan vielä syvällisempää hydrodynamiikan tuntemusta. Koska kaikki maailmassa tavattavat muutokset saavat alkunsa liikkeestä, on selvää, ettei ilman mekaniikkaa eli liikettä koskevaa tiedettä voida selittää ainuttakaan muutosta maailmassa. Kun yksinkertaisimmilta näyttäviä tapauksia luonnossa tarkastellaan läpikotaisin ja tutkitaan niitä mekaniikan lakien mukaisesti, ne osoittautuvat yleensä niin monimutkaisiksi, että niiden täydellinen selvittäminen ylittää jopa sen, mihin korkeampi analyysi kykenee. Tämä koskee eniten *fysiologiaa*, joka tutkii elävien olentojen liikettä. Nykyisin tässä osassa fysiikkaa pyritään selittämään hyvin vaikeita ilmiöitä, joissa korkeimman analyysin lisäksi tarvitaan täydellisiä tietoja kiinteiden ja nestemäisten aineiden liikkeestä. Kuka uskaltaisi ilman tällaisia resursseja ryhtyä tutkimaan veren liikettä sydämestä ja sen virtausta valtimoita ja laskimoita pitkin? Ennen tällaiseen selvitykseen ryhtymistä on ratkaistava monta vaikeampaa ongelmaa, joihin korkeampi analyysi tuskin vielä kykenee, kuinka kehittyneeltä se voi vaikuttaakin. Kaikki tämä on päivänvaloakin selvempää, jos lukee niiden kirjoituksia, jotka ovat yrittäneet antaa fysiikan ja fysiologian ilmiöille rationaalisen selityksen. [...] Tyydyn mainitsemaan Borellin [15] kirjan elävien olentojen liikkeestä, jossa kaikkialla käy ilmi hänen kokemansa voimakas tarve tutkimuskohteensa analysoimiseen. Usein tämän apukeinon häneltä puuttuessa hän tuskastuneena pysähtyy, eikä tiedä mistä pyytäisi apua. Vaikka hän olikin omana aikanaan taitava matematiikassa, on siitä ajasta viimein edistytty niin paljon, että siitä on apua tämän alan tutkimuksiin.

Uskon siis saavuttaneeni riittävän hyvin päämääräni, joka oli korkeamman analyysin hyödyllisyyden esille tuominen. Vaikka tähän voisi lisätä lukuisia muita perusteluita osoittamalla, kuinka paljon järkemme sen johdosta terävöityy ja kuinka se saa meidät varautumaan paremmin totuuden löytämiseen, matematiikan vihaajat saisivat näistä kuitenkin aihetta vastaväitteisiin. Olen silti tyytyväinen näihin esittämiini syihin, joita ei mitenkään voida kumota.

Suomennoksen viittaukset

[1] Euler: De machinarum tam simplicium quam compositarum usu maxime lucroso. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* 10 (1738), 1747, s. 67–94. (E.96).

[2] Daniel Bernoulli (1700–82): *Hydrodynamica* 1738.

[3] Johann Bernoulli (1667–1748): *Dissertatio hydraulica. Opera omnia* 4, s. 391. 1742.

[4] Johannes Kepler (1571–1639): *Astronomia nova de motibus stellae Martis* 1609 (1. ja 2. laki). *Harmonices mundi* 1619 (3. laki).

[5] Isaac Newton (1642–1727): *Philosophiae naturalis principia mathematica* 1687. (3. kirja, prop. XIII).

[6] Euler: Determinatio orbitae cometae a. 1742 observatae, *Miscellanea Berolinensia* 7, 1743, s. 1. (E.58).

[7] *Philosophiae naturalis principia mathematica* 1687, 3. kirja, s. 434.

[8] Pierre Bouguer (1698–1758): *Essai d'optique* 1729.

[9] Galileo Galilei (1564–1642): *Discorsi e dimostrazioni matematiche* 1638. 4. dialogi, s. 241.

[10] *Philosophiae naturalis principia mathematica* 1687, 3. kirja, s. 241.

[11] J. Bernoulli: De motu corporum gravium pendulorum et proiectilium. *Acta eruditorum* 1713, s. 77.

[12] Benjamin Robins (1707–51): *New principles of gunnery* 1742. Euler saksansi ja täydensi tämän teoksen Berliinissä vuonna 1745. (E.77).

[13] Johann Bernoulli: *Essai d'une nouvelle théorie de la manoeuvre des vaisseaux* 1714.

[14] Euler: *Scientia navalis*, 2 osaa, 1749.

[15] Giovanni Alfonso Borelli (1608–79): *De motu animalium* 1681.

Kirjallisuutta

Stén, Johan (2019). Euler, matematiikan kuningaskotka. Kirjassa Osmo Pekonen ja Johan Stén: *Valon aika*. Helsinki: Art House, s. 183–204.

Kääntäjä ja kommentoija Johan Stén on filosofian tohtori ja tekniikan tohtori, joka opettaa matematiikan historiaa Helsingin yliopistossa.

"HYVÄN TIEDON RESEPTI"

Miten tieto syntyy? Mikä on hyvän tiedon resepti? Kuka rahoittaa tutkimuksen, ja kuka siitä hyötyy? Helsingin yliopiston tutkijat kertovat vastauksen Studia Generalia -luennoilla 2.3.–6.4.2021.

Tutkittu tieto tekee hyvää kaikille ja kaikelle. Se auttaa ymmärtämään ympäröivää maailmaa ja sen asukkaita lajiin katsomatta. Viisaasti käytetty tieto on yleisavain yhteiskunnan menestykseen. Kevään Studia Generalia -luennoilla kuullaan muun muassa, mitä apinat kertovat meistä, mitä olivat ihmiskunnan alkusanat, miten moka voi olla lahja, miten masennus ja aivot liittyvät Anton Tšehoviin ja taipuuko tiede tarinaksi.

Luentosarja on osa tutkitun tiedon teemavuoden 2021 ohjelmaa. Helsingin yliopiston Avoin yliopisto järjestää sen yhdessä Säätiöt ja rahastot ry:n kanssa. Luennot striimataan Tiedekulmasta klo 17–19 ja niitä voi seurata verkossa (https://www.helsinki.fi/fi/tiedekulma/katso-ja-kuuntele) sekä katsoa myöhemmin tallenteina.

Tiedon ja tieteen rajat 2.3.
Argumentaatio ja sen virheet 8.3.
Tieteelliset mokat ja onnekkaat sattumat 16.3.
Tutkimuksen tarinallisuus 30.3.
Ratkaiseeko tiede maailman ongelmat? 6.4.

Lue lisää: https://www.helsinki.fi/fi/avoin-yliopisto/ajankohtaista/studia-generalia.