

(Epä)täydellistä?

Kai Käkälä

Solomon Feferman, John W. Dawson Jr., Warren Goldfarb, Charles Parsons, Wilfried Sieg (toim.): Kurt Gödel Collected Works IV-V. Oxford University Press, 2003 (662 s. / 664 s.)

Kurt Gödel (1906–1978) oli 1900-luvun merkittävin loogikko. Oxford University Press julkaisi Gödelin koottujen teosten kolme ensimmäistä osaa vuosina 1986, 1990 ja 1995. Näistä ensimmäinen koostui vuosina 1929–1936 julkaisuista Gödelin artikkeleista ja toinen osa kattoi julkaistut artikkelit vuosilta 1938–1974 (vuonna 1937 Gödel ei julkaissut mitään). Kolmas osa käsitti Gödelin *Nachlassista* valikoidut aiemmin julkaisemattomat esseet ja luennot. Kokoelma täydellistyi vuonna 2003, jolloin julkaistiin kahdessa niteessä pääosin Gödelin tieteellisen kirjeenvaihdon mielenkiintoisimmat osat. Jatkossa käytän *Kurt Gödel Collected Works* -sarjasta lyhennettä *CW*.

Valtava urakka

Toimituskunnalla on takanaan valtava urakka: yksistään Gödelin *Nachlass* sisältää noin 3500 kirjettä, minkä lisäksi niitä on kerätty muista arkistoista sekä yksityishenkilöiltä. Tästä joukosta kokoelmaan on valittu hieman alle neljäsataa kirjettä. Toimituskunta on selkeästi pyrkinyt rakenteelliseen tasapainoon: Kirjeet jakaantuvat melko tarkasti tasan lähetettyjen ja vastaanotettujen kesken. Samoin melko tarkkaan puolet kirjeistä on esitetty alkuperäisessä saksankielisessä asussaan, kaikki englanniksi käännettynä. Materiaali jakautuu myös suhteellisen tasaisesti koko pitkälle aikavälille vuoden 1928 loppupuolelta vuoden 1977 alkupuolelle, vaikkakin

1940-luvulta kirjeitä on selkeästi muita vuosikymmeniä vähemmän. Toisen maailmansodan vaikutukset ja Gödelin emigroituminen Yhdysvaltoihin lienevät merkittävimmät syyt notkahdukseen.

Kaikkiaan *CW IV–V* koostuu Gödelin kirjeenvaihdosta 50 eri henkilön kanssa.

Kokoelmaan on sisällytetty kirjeitä, jotka laitoksen esipuheen mukaan ”ovat joko tieteellisesti, filosofisesti tai historiallisesti mielenkiintoisia tai jotka valaisevat joko Gödelin ajatuksia tai hänen suhdettaan muihin.”

Viidenkymmenen henkilön joukko jakautuu siististi kahteen ryhmään: toisessa ovat loogikot ja matemaatikot, toisessa kaikki muut tieteentutkimuksesta maallikoihin. Käytännössä tieteellisen diskurssin ulkopuolisen kirjeenvaihdon ainoa edustaja on Gödelin äiti, Marianne Gödel, vaikkakin jälkipolville on säilynyt vain Kurt-pojan puoli kirjeenvaihdosta. Näiden kirjeiden teologis-filosofisista pohdinnoista voidaan tietysti olla monta mieltä, vaikka ne sinällään todistavatkin Gödelin järkkymättömästä uskosta rationalismiin.

Vaikka edellä esitetty jako matemaatikkojen ja loogikkojen sekä muiden kirjeiden kirjoittajien välillä näyttää paperilla harmoniselta, tosiasia on kuitenkin se, että jo viiden matemaatikon/loogikon kirjeenvaihto (Bernays, Heyting, Menger, von Neumann ja Hao Wang) muodostaa sisällöstä lähes puolet. Tämä on *CW IV–V:n* merkittävin rakenteellinen epäsuhta.

Kirjeitä ja johdantoja

CW IV–V jatkaa edeltäjiensä formaattia: jokaisen yksittäisen kirjeenvaihdon alkuun on laa-

dittu johdanto, joka asettaa kulloisenkin kirjeenvaihdon sen historialliseen kontekstiin selvittäen samalla itse sisältöä. Johdantotekstit ovat pääosin toimituskunnan, mutta myös ulkopuolisia asiantuntijoita on käytetty. Tällainen käytäntö sisältää luonnollisesti sen riskin, että yksittäisiä kirjeitä tai koko kirjeenvaihtoa aletaan tarkastella enemmän subjektiivisesti kuin objektiivisesti, mutta tällaista ei *CW IV-V*:ssä mielestäni ole havaittavissa.

Toisinaan itse johdanto on mielenkiintoisempaa luettavaa kuin varsinaisen kirjeenvaihto. Toinen häiritsevä seikka on johdantojen pikkutarkkuuden aiheuttama luettavuuden kärsiminen. Erityisesti alaviitteiden runsaus on paikka paikoin rasittavaa. *CW IV-V* -toimituskunta liepee työskennellyt Gödelin tarkkuusstandardien hengen velvoittamana. Tekstuaalisesta Skyla ja Kharybdis -asetelmasta huolimatta pedanttisuuden ja luettavuuden välinen tasapaino on *CW IV-V*:ssä onnistuttu säilyttämään hyvin.

Todistuksen ymmärtämisen vaikeus

1900-luvulle tultaessa joukko-oppi oli ajautunut vaikeuksiin paradoksin vuoksi. Samoin malliteoriassa oli kyetty antamaan keskeisille aksiomajoukoille ainoastaan suhteellisia ristiriidattomuus- ja riippumattomuustuloksia, mikä ei riittänyt, koska etsittiin jotain absoluuttista, jolle matematiikan perusteet voitaisiin rakentaa. Saksalainen matemaatikko David Hilbert visioi esitelmässään vuonna 1917, että olisi luotava uusi tieteenala, jonka tutkimuskohteena olisi 'matemaattisen todistuksen' käsite. Tämän uuden tieteenalan nimeksi tuli todistusteoria, jota usein kutsutaan myös nimellä metamatematiikka.

Paljolti Hilbertin eksplisiittisesti esittämien kysymysten motivoimana Gödel ryhtyi kaikessa hiljaisuudessa työhön – ja jälkeä syntyi. Ensimmäisen kertaluvun logiikan täydellisyys Gödel todisti 1930 (tämä ja muut tässä kappaleessa esitettävät vuosiluvut viittaavat tulosten julkaisuvuoteen). Lukuteorian sisältävien aksiomajärjestelmien epätäydellisyys hän osoitti vuonna 1931. Valinta-aksioman ja kontinuumihypoteesin ristiriidattomuuden ZF-aksiomajärjestelmän kanssa – olettaen ZF:n itsensä ristiriidattomuuden – Gödel todisti 1940.

Gödelin epätäydellisyyslauseet tulivat monille täytenä yllätyksenä. Ne, jotka ymmärsivät itse todistukset, eivät välttämättä tehneet niistä oikeita päätelmiä. Gödel antoi ymmärtää,

että vaikka niin Wittgenstein kuin Russellkin ymmärsivät hänen epätäydellisyyslauseidensa epistemologiset implikaatiot jokseenkin väärin, jälkimmäinen teki sen ainakin mielenkiintoisemmin kuin edellinen.

Oli myös niitä, joille itse todistuksen ymmärtäminen tuotti vaikeuksia. Sveitsiläinen matemaatikko Paul Finsler tulkitsee kirjeessään Gödelille vuodelta 1933 todistaneensa Gödelin ensimmäistä epätäydellisyyslauseetta vastaavan tuloksen jo vuonna 1926. Gödel antoi hienovaraisesti ymmärtää, että Finslerin esittämä lähestymistapa oli oleellisesti puutteellinen. Kronologisesti katsottuna Finsleriäkin pidemmälle meni Emil L. Post, joka väitti olleensa jo vuonna 1921 tilanteessa, jossa olisi voinut todistaa Gödelin ensimmäisen epätäydellisyyslauseen. Postin väitteellä tiettyä katetta olikin, Finslerin väitteellä ei niinkään.

Gödel, Bernays ja finitismi

CW IV:stä leijonan osa on varattu Gödelin ja Paul Bernays'n kirjeenvaihdolle (85 kirjettä). Paul Bernays oli sveitsiläinen matemaatikko, joka toimi David Hilbertin pitkäaikaisena työskentelykumppanina. Gödel ja Hilbert eivät koskaan käyneet kirjeenvaihtoa eivätkä kertaakaan edes tavanneet, mutta ei liene kohtuutonta olettaa, että Gödelin näkemykset välittyivät Bernaysin kautta myös Hilbertille.

Gödel-Bernays -kirjeenvaihto paljastaa, että monikymmenvuotisen kirjeenvaihdon ytimessä kulkee kenties koko matematiikan perusteita koskevan keskustelun tärkein yksittäinen käsite: finitismi.

1920- ja -30-luvun taitteessa Hilbert – ja moni muu matemaatikko – uskoi, että lukuteorian finitistisen ristiriidattomuustodistuksen esittäminen olisi lähitulevaisuuden fakta. Ackermannin-von Neumannin 1920-luvulla esittämä finitistinen ristiriidattomuustodistus eräälle lukuteorian osajärjestelmälle otettiin annettuna, mutta heidän todistuksessaan induktioskemaa oli olennaisesti rajoitettu, mikä aiheutti epäselvyyttä todistuksen pätevyysalueen suhteen. Gödelin toisen epätäydellisyyslauseen jälkeenkin asiasta esitetyissä lausunnoissa saattoi havaita vielä varovaisuutta, ja jopa Gödel itse arveli, että voisi olla olemassa lukuteorian ristiriidattomuuden finitistinen todistus, joka ei olisi kuitenkaan formalisoituva kyseisessä formaalissa järjestelmässä.

Gödelin epätäydellisyyslauseiden vaikutuk-

set Hilbertin finitismiin on paljon tutkittu aihe matematiikan filosofiassa. Oliko Hilbert vetäytynyt alkuperäisistä asemistaan jo ennen Gödelin epätäydellisyyslauseiden julkaisemista? Kenties Hilbert ei ollutkaan finitismien kannattaja henkeen ja vereen? Gödel-Bernays -kirjeenvaihto ei tuo tähän lopullista selvyttä. Voi nimittäin olla niinkin, että tärkein motiivi Hilbertin addiktoitumiseen juuri finitismiin oli hänen halunsa osallistua matematiikan perusteita koskevaan debattiin argumenteilla, jotka tiukinkin intuitionisti ja konstruktivistit voisi hyväksyä. Vielä *Grundlagen der Mathematik I*:ssä (Springer, Berlin 1934) Hilbert ja Bernays pysyivät tiukasti finitismien juoksuhaudassaan, mutta *Grundlagen der Mathematik II*:ssa (Springer, Berlin 1939) he kuitenkin myönsivät, että heidän käsittämässään mielessä 'finitismi' oli ainoastaan nimitys tietyille metodologiselle ohjenuoralle, jonka avulla tietyt käsitteenmuodostukset ja päätelytavat voitiin nähdä selkeästi finitistisinä tai selkeästi ei-finitistisinä; tarkkaa demarkaatiota näiden välille ei kyetty tekemään.

Gödel-Bernays-kirjeenvaihdon "filosofisena kautena" vuosina 1956–1964 merkillepantavaa on, että Gödel ei mainitse kirjeissään Bernays'ille kertaakaan Edmund Husserlia, vaikka tietävästi juuri 1950-luvun lopulla Gödel alkoi kiinnostua vakavasti Husserlin fenomenologiasta. Toisaalta Gödel pääsi harrastamaan ajatustenvaihtoa saksalaisesta idealismista Gotthard Güntherin kanssa, ja *CW IV*:n Gödel-Günther-kirjeenvaihto yllättääkin kiinnostavuudessaan.

Günther oli hegeliläinen, mutta saksalaisen systeeminrakentajan lisäksi hän oli kiinnostunut kybernetiikasta sekä tekoälyn ideasta ja sen filosofiasta. Itse kirjeenvaihto sisältää pohdintoja 'olemisen' käsitteen erilaisesta tulkinnasta klassisessa ja intuitionistisessa logiikassa, logiikan ja metafysiikan välisestä suhteesta, Güntherin omasta kolmiarvologiikasta ja kolmannen poissuljetun laista. Mitä ilmeisimmin Günther esitti Gödelin mielestä sangen mielenkiintoisia ajatuslinjoja, mutta Güntherin kyvyttömyys elaboroida ja konkretisoida ideoitaan Gödelin toivomalla tavalla jättää kirjeenvaihdon tiettyssä mielessä torsoksi. Sinänsä kyseinen vaihe voidaan nähdä kurkistuksena aikaan, jolloin Gödelin mielenkiinto siirtyi yhä enemmän pois matemaattisesta logiikasta ja kosmologiasta kohti filosofiaa. Kenties Günther-kirjeenvaihto antoi lopullisen sysäyksen Gödelin mielenkiinnon kohdistumiselle Husserlin transsendentiaaliseen idealismiin.

Cohen, Kreisel ja Einstein

Gödelin vuonna 1940 esittämien tulosten jälkeen saatiin odottaa lähes neljännesvuosisata, ennen kuin joukko-opin metamatemaattisella sektorilla ammuttiin jälleen kovilla. Asialla oli yhdysvaltalainen Paul J. Cohen, joka osoitti – edellyttäen ZF:n itsensä ristiriidattomuuden – valinta-aksioman riippumattomuuden ZF:stä ja kontinuumihypoteesin riippumattomuuden ZFC:stä.

Etukäteen arvioituna Cohenin ja Gödelin välinen kirjeenvaihto olisi ollut esimerkiksi kontinuumihypoteesin historiasta kiinnostuneelle henkilölle jo sinänsä riittävä syy saada ainakin *CW IV* haltuunsa. Pettymys on kuitenkin vähintään yhtä suuri kuin ennako-odotus: jo laitoksen esipuheessa selviää, että Cohen ei antanut lupaa julkaista omaa puoliskoakaan Gödel-kirjeenvaihdosta. Mitään syytä Cohenin kieltäytymiseen ei anneta, mutta Cohen itse antoi häneltä asiaa tiedustellessani ymmärtää, että yksi syy hänen kieltäytymiseensä on se, että hänen mukaansa yksityisiä kirjeenvaihtoja usein väärinkäytetään julkaisuissa. *CW*-toimituskunta tosin antaa ymmärtää, että Gödelin ja Cohenin välinen kirjeenvaihto olisi rekonstruoitavissa Gödelin *Nachlassin* avulla, mutta tällä tiedolla tavallinen lukija ei tee yhtään mitään.

Myöskään matemaattisen logiikan suuri nimi, Georg Kreisel, ei halunnut kontribuoida *CW IV-V*:een, mistä toimituskunta on avoimen pahoillaan. Kuten Cohenin tapauksessa, taustoja tähänkään päätökseen ei anneta. Asiaa Kreiselilta tiedustellessani hän mainitsi syyksi muun muassa sen, että hänen kirjeitään Gödelille ei oltu alun perinkään kirjoitettu niiden julkaisemista silmälläpitäen. Tämän vuoksi hän viittasi kirjeissään usein – myös implisiittisesti – heidän joko käymiinsä tai vasta suunnittelemiinsa keskusteluihin. Luonnollisesti tällaisen materiaalin rekonstruoiminen, taustalla vaikuttaneiden ajatusten eksplisiittiseksi tekeminen ja kaiken lisäksi englannin kielelle kääntäminen olisi ollut sangen vaativa tehtävä.

CW V:n "Finding aid" -osuus tarjoaa mielenkiintoisen faktan: Gödel ja Einstein ovat käyneet ainakin jonkinasteista kirjeenvaihtoa. Tämä on hieman yllättävää: työskenteliväthän molemmat Princetonin *Institute for Advanced Study*ssa, jossa heillä oli päivittäin mahdollisuus keskustella. Toinen hivenen yllättävä seikka on täten se, ettei Gödelin ja Einsteinin välisestä kirjeenvaihdosta hiiskuta *CW IV-V*:ssä sanallakaan. Kun tiedustelin asian taustoja John W. Dawson

Juniorilta, Gödelin *Nachlassin* organisoinnista vastanneelta toimituskunnan jäseneltä, hän informoi, ettei Gödelin ja Einsteinin kirjeenvaihdossa ainakaan hänen muistinsa mukaan ollut mitään niin merkityksellistä, että julkaisukynnyks olisi ylittynyt. Koska kyseessä kuitenkin olivat 1900-luvun oman alansa merkittävimpiin tiedemiehiin lukeutuvat henkilöt, olisi heidän kohdallaan kenties voinut tehdä poikkeuksen ja mainita eksplisiittisesti kirjeenvaihdon ignoroinnin syyt. Mielestäni merkityksettömämpiäkin kommentteja kyseisen tuplakokoelman sivuilla esiintyy.

Toimituksellisia kiemuroita

Gödel oli kustannustoimittajan painajainen. Hänelle absoluuttiset takarajatkin olivat vain suhteellisia, ”muutama päivä” saattoi tarkoittaa yhtä vuotta, lähes valmiiksi kirjoitettu artikkeli saattoi redusoitua neljäsosaan alkuperäisestä versiosta. Gödel ei halunnut joutua väitelyihin tuloksistaan ja näkemyksistään, minkä vuoksi hän oli hyvin varovainen sen suhteen, mitä hänen nimissään julkaistiin. CW IV-V tarjoaa esimerkkejä Gödelistä pahimmillaan.

Ernest Nagelin ja James Newmanin *Gödel's proof* (New York University Press, 1958) oli ensimmäinen Gödelin epätäydellisyyslauseita popularisoimaan pyrkinyt kirja. Gödel olisi halunnut nähdä kirjan käsikirjoituksen ja kirjaan tarkoitettujen kahden tieteellisen artikkelinsa mahdolliset kommentoinnit ennen painatusta. Gödelin vaatimukset eivät saaneet vastakaikua. Kustannustoimittajalle osoittamassaan kirjeessä Nagel ilmaisi suuttumuksensa sangen selvästi eikä suostunut olemaan ”Gödelin orja”. Jossakin vaiheessa kustannustoimittaja vaihtui pitkäjänteisestä Allan Angoffista vähemmän kärsivälliseen Wilson Follettiin, joka lopulta kyllästyi Gödeliin ja haukkui kirjeessään tämän toimintatavan perinpohjaisesti. Tämä episodi on negatiivisesta viitekehystä huolimatta koko CW IV-V:n värikkäintä, joskaan ei mielenkiintoisinta, antia.

Gödelin ja Paul Arthur Schilppin välinen kirjeenvaihto, jossa lukija joutuu seuraamaan Gödelin soutamista ja huopaamista tämän hioessa artikkeleidensa sisältöä mieleisekseen, on sen sijaan eittämättä koko julkaistun kirjeenvaihdon puuduttavin osio. Tällaista materiaalia ei ole mielekäästä lukea, ja tuntuu melko käsitettämättömältä, että sitä on päätetty julkaista 39 kirjeen volyymilla. Motivaatio mielenkiin-

toisimpien katkelmien etsimiseen kärsii huomattavasti lukijan joutuessa raivaamaan tiensä suurelta osin täysin turhalta tuntuvan tekstiryteikön läpi.

Jotain hyvää Gödel-Schilpp -aineistossakin sentään on. Gödelin filosofisten linjausten kannalta eräs keskeinen kirje on helmikuun kolmannelta päivältä 1959 (kirje 36); siinä Gödel esittää syitä, joiden vuoksi ei sittenkään salli Carnap-aiheista artikkeliaan julkaistavan. Gödel puolusti platonistista kantaansa, mutta ei ollut itsekään täysin tyytyväinen omiin argumentteihinsa.

Huolellisesti toimitettu teos

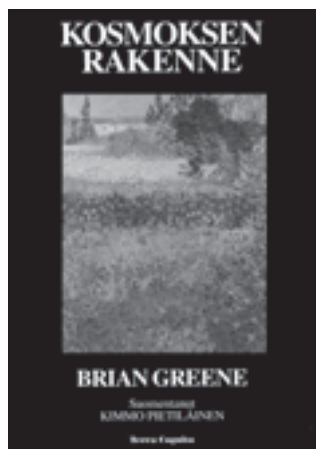
Mikäli on tutustunut Gödelin tuotantoon jo aiemmin, ei CW IV-V tuo kovinkaan paljon lisää valoa hänen persoonaansa. Kirjeenvaihto vahvistaa joitakin usein esitettyjä näkemyksiä Gödelistä poikkeuksellisen ajattelijana, joka pyrki pääsemään asioiden ytimiin tehokkaimmalla mahdollisella tavalla, mutta hänen kyseenalainen maineensa erakkona ja misantrooppina sen sijaan rapisee hieman.

CW IV-V vaatii lukijaltaan yllättävän harvoissa kohdissa perusteellisempaa tietämystä logiikasta, matemaattisesta logiikasta tai matematiikasta. Melkein pä haastavimpia hetkiä voi kokea Gödelin tulosten filosofisten seurausten pohdiskelun parissa tai matematiikan filosofiaa koskevissa kysymyksissä ylipäättään.

Kokonaisuuden pahimmat puutteet (Cohen, Kreisel) ovat sellaisia, joihin toimitus ei suoranaisesti ole voinut vaikuttaa. Tämä fakta huomioon ottaen voidaan todeta, että CW IV-V on erittäin huolellisesti toimitettu laitos, erittäin informatiivinen ja parhaimmillaan syvästiin pohdintoihin stimuloiva kokonaisuus. On selvää, että se puolustaa paikkaansa jokaisen Gödelistä ja 1900-luvun logiikasta kiinnostuneen henkilön kirjajhylyssä, mutta yhtä selvää on myös, että ilman perinpohjaista tutustumista sarjan aiempiin osiin ei CW IV-V:stä saa täyttä hyötyä irti; niin vahvasti kirjeenvaihto on sidoksissa Gödelin tieteellisiin saavutuksiin.

Kirjoittaja on YTM ja filosofian jatko-opiskelija Jyväskylän yliopiston Yhteiskuntatieteiden ja filosofian laitoksella.

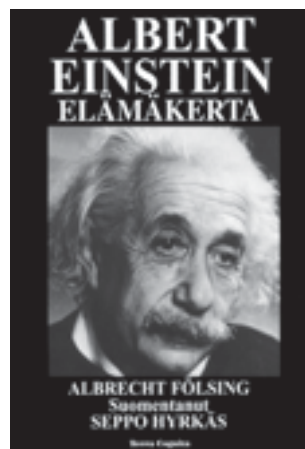
Parasta suomalaista tietokirjallisuutta



Brian Greene, *Kosmoksen rakenne*, ISBN 952-5202-83-6, 570 sivua, ovh. € 45,00



Helge Kragh, *Kvanttisukupolvet*, ISBN 952-5202-53-4, 550 sivua, ovh. € 50,00



Albrecht Fölsing, *Albert Einstein, elämäkerta*, ISBN 952-5202-27-5, 732 sivua, ovh. € 40,00



Alan Ball, *Kirkas maa, miten värit syntyvät*, ISBN 952-5202-58-5, 408 sivua, ovh. € 50,00



Susan Quinn, *Marie Curie, elämä*, ISBN 952-5202-52-6, 534 sivua, ovh. € 40,00



Paul Strathern, *Mendeleviön uni*, ISBN 952-5202-62-3, 350 s., ovh. € 35,00

Hyvin varustetuista kirjakaupoista tai suoraan kustantajalta

Terra Cognita
Ruukinlahdentie 7 B 22, 00200 Helsinki
puh. 09-2289 0822, fax 09-2289 0820
www.terracognita.fi