

Logiikasta perusteellisesti

Antti Keskinen

Seppo Miettinen: *Logiikka – perusteet*. Gaudeamus, Helsinki 2003. 249 sivua, ovh. 25 €

Erilaiset logiikan perusoppikirjat palvelevat erilaisia kohderyhmiä. Osa on suunnattu ensi sijassa matematiikan tai tietojenkäsittelyn opiskelijoille (esimerkiksi Salminen – Väänänen: *Johdatus logiikkaan*), osa taas erityisesti filosofian opiskelijoille (esimerkiksi Rantala – Virtanen: *Logiikka – teoriaa ja sovelluksia*). Käännöskirjallisuuden puolelta löytyy myös kielitieteilijälle suunnattu teos (Allwood – Anderson – Dahl: *Logik för Lingvister* (suom. Logiikka ja kieli)).

Seppo Miettisen uusin logiikan oppikirja *Logiikka – perusteet* pyrkii huomioimaan kaikkien sellaisten oppiaineiden tarpeet, joissa logiikkaa opetetaan. Miettiseltä on aikaisemmin (1970-luvulla) ilmestynyt kaksiosainen *Logiikan perus-*

teet, jonka ensimmäiseen osaan sisältyvät ne perustiedot, jotka nykyään muodostavat logiikan alkeiskurssin keskeisen sisällön. Perustietojen lisäksi jo kyseisen teoksen ensimmäinen osa sisältää ainesta, joka ylittää tavanomaisen peruskurssin tason. *Logiikan perusteet* -teoksen rinnalle ilmestyi sittemmin pieni oppikirja *Logiikan peruskurssi*, joka on tarkoitettu yliopistolliseksi oppikirjaksi kahden opintoviikon kurssia varten. *Logiikka – perusteet* on sisällöltään ja sivumäärältään laajempi kuin *Logiikan peruskurssi*, mutta kuitenkin suppeampi ja helpompi kuin *Logiikan perusteet* -kirjan ensimmäinen osa.

*

Miettisen uuden kirjan johdantoluku sisältää tärkeiden alkuselvitysten (kuten formaalikielen rakenne, objekti- ja metakielen ero) lisäksi

lyhyen katsauksen logiikan ja joukko-opin sekä logiikan filosofian historiaan. Tällainen historiallis-filosofinen katsaus toimii logiikan perusopetuksessa lähinnä lisälukemistona, johon logiikan alkeiden opiskelija voi palata omaksuttuaan ensin kirjan varsinaisen sisällön. Luentokurssilla tällainen tarkastelu on parasta siirtää kurssin loppupuolelle, sillä nollatasolta lähtevällä opiskelijalla ei ole valmiuksia sitä seurata.

Kirjan toisessa luvussa Miettinen käsittelee klassisen logiikan konnektiivien suhdetta luonnollisen kielen konjunktiioihin ja kieltopartikkelisiin. Nämä tarkastelut tuovat esiin ongelmia, jotka liittyvät luonnollisen kielen formalisointiin lauselogiikan avulla. Logiikan oppikirjoissa esitetään tavallisesti huomautus siitä, että loogiset konnektiivit eivät täysin vastaa merkitykseltään niitä luonnollisen kielen sanoja, joita usein käytetään kaavoja luettaessa. Miettinen omistaa kokonaisen luvun konnektiivien ja niiden luonnollisen kielen vastineiden merkityseroille.

Pelkän varoittavan huomautuksen sijasta näitä merkityseroja tarkastellaan kielifilosofian välinein. Presupposition (taustaoletuksen) ja implikaattuurin (pragmaattisen päätelmän) käsitteiden avulla pyritään osoittamaan, millaisia luonnollisen kielen ilmaisujen merkityksiä ei sisälly klassisen logiikan konnektiiveihin.

Tämä kielitieteellinen tai -filosofinen materiaali tuo kirjalle lisäarvoa. Sen tarjoama näkökulma on hyödyllinen varsinkin filosofian ja kielitieteen opiskelijoille, jotka ovat kiinnostuneita logiikan ja luonnollisen kielen suhteesta sekä logiikan tehokkuudesta (tai tehottomuudesta) kielianalyysin välineenä.

Kuten luvun alussa huomautetaan, näihin tarkasteluihin on syytä perehtyä vasta lauselogiikan perusteiden opiskelun jälkeen tai sen yhteydessä. Kirjan lukeminen tavanomaisessa järjestyksessä ”kannesta kanteen” ei ole tässä, kuten muutamassa muussakaan kohdassa, oikea lukutapa. Nollatasolta lähtevä lukija ei saa toisen luvun tarkasteluista paljoakaan irti, ellei hän tutustu samalla lauselogiikan alkeisiin, eli kirjan kolmanteen lukuun.

Lauselogiikan perusteet esitetään tavanomaisen kaavan mukaan, eli syntaksin (aakkoston ja kaavanmuodostussääntöjen) yhteydessä puhutaan jo sen verran semantiikasta, että annetaan konnektiivien merkitys perustuustaulujen avulla. Miellyttävä lisä sekä lause- että predikaattilogiikan kohdalla on kirjallisuudessa esiintyvien erilaisten merkintätapojen esittely. Lauselogiikan syntaksin määrittelystä edetään luonnollisen kielen formalisoin-

tiin lauselogiikan avulla. Esimerkkejä luonnollisen kielen väitelauseiden formalisoinnista annetaan riittävästi. Viittaukset edelliseen lukuun tukevat näiden esimerkkien tarkastelua, koska ne saavat lukijan ymmärtämään, että formalisointi voidaan joissain tapauksissa myös problematisoida.

*

Luonnollisen kielen formalisoinnin yhteydessä kirjassa kiinnitetään huomiota konnektiivien välisiin yhteyksiin, siis kaavanmuunnossääntöihin. Olennaista näiden kaavanmuunnossääntöjen perustelussa on loogisen ekvivalenssin (tai ”loogisen yhtäpitävyyden”) käsite. Miettinen esittää kuitenkin kaavanmuunnoksia jo ennen loogisen ekvivalenssin määrittelmää, ja käytettyjen sääntöjen pätevyyttä perustellaan lähinnä luonnollisen kielen esimerkkien avulla. Kaavanmuunnossääntöjen yhteydessä käytetään kyllä termiä ”loogisesti yhtäpitävä”, mutta semanttisen välineistön (mallit, kompleksisten kaavojen totuustaulut) puuttuessa tämä termi jää jossain määrin epätäsmälliseksi.

Ehkä parempi esitysjärjestys olisi ollut se, että ensin määritellään keskeiset semanttiset käsitteet (looginen totuus, seuraus ja ekvivalenssi), ja tämän jälkeen käsitellään kaavojen muuntamista, sillä kaavanmuunnosten ja konnektiivien keskinäisten yhteyksien ymmärtäminen edellyttää näiden käsitteiden hallintaa. Tosin varsinainen lista kaavanmuunnossäännöistä annetaan vasta semantiikan käsittelyn yhteydessä, ja luonnollisesti tarkkaavainen lukija ymmärtää tällöin yhteyden aikaisempiin tarkasteluihin.

*

Lauselogiikan semantiikan osuus aloitetaan määrittelemällä lauselogiikan mallin käsite. Totuustaulujen laatiminen kompleksisille kaavoille esitellään vasta mallisemantiikan jälkeen, jolloin painotetaan totuustaulun roolia ratkaisumenetelmänä. Mallien ja totuustaulujen yhteys tuodaan selkeästi esiin, ja loppuviitteistä löytyy jopa tautologiateoreeman todistus.

Lauselogiikan semantiikasta todetaan, että se perustuu ”totuuden vastaavuusteorialle”. Totuuden vastaavuusteoria esitetään käsityksenä, että atomaariset väitelauseet ilmaisevat, että maailmassa vallitsee tietty atomaarinen asiain-tila (tämän näkemyksen yhteydessä viitataan Wittgensteinin *Tractatukseen* teorian klassisena esityksenä). Lisäksi väitelauseiden semantiikkaa kuvaillaan siten, että atomaarinen väitelause olisi asiaintilan nimi. Tällaista näkemystä ei

kuitenkaan ole yleisesti hyväksytty kieli- ja logiikan filosofiassa.

Lauselogiikan formaalissa semantiikassa mallin käsite – kaikkien atomilauseesymbolien joukon osajoukko – ei sinänsä vaadi tällaisia filosofisia taustaoletuksia. Tämän kaltaiset filosofiset ongelmat ovat kuitenkin tässä yhteydessä toissijaisia, eikä niihin ole syytä takertua logiikan perusteita opiskeltaessa. Formaali mallin käsite täytyy kuitenkin jollain tavalla selittää aloittelijalle, jotta syntaktis-joukko-opillinen konstruktio ei jäisi vain abstraktioksi ilman intuitiivista perustelua. Puhe mahdollisista maailmoista ja niiden asiainiloista, lauseista asiainilojen niminä, sekä totuudesta väitelauseen ja maailman välisenä ”vastaavuutena” on täysin hyväksyttävää, jos se auttaa logiikan opiskelijaa ymmärtämään, mistä semantiikassa on kysymys. En usko, että edes filosofian pääaineopiskelija problematisoi tällaisia seikkoja logiikan opintojensa alkuvaiheessa.

*

Predikaattilogiikan esittely aloitetaan perussymbolien määrittelyllä. Kirjassa hyväksytään myös funktiosymbolit aakkosten primitiivisiksi symboleiksi, mutta myös niiden kontekstuaalinen eliminointi esitellään. Ennen varsinaisen mallisemantiikan määrittelyä predikaattilogiikan perussymbolien merkitys selitetään luonnollisen kielen avulla. Kuten lauselogiikan kohdalla, tällainen ”intuitiivinen semantiikka” helpottaa mallin käsitteen omaksumista.

Erityisesti muuttujien rooli sekä sidotun ja vapaan muuttujan ero selitetään selkeästi arki-kielillä. Kvantifioinnin idean sisäistäminen aiheuttaa usein ongelmia logiikan alkeiden opiskelussa. Miettinen selvittää lukijalle yksinkertaisen esimerkin avulla, miten muuttujanmerkeillä osoitetaan, mikä loogisen subjektin paikka on minkäkin kvantorin vaikutuskohta.

Ennen predikaattilogiikan semantiikan esittelyä käsitellään luonnollisen kielen lauseiden formalisointia predikaattilogiikan avulla. Formalisoinneissa opetetaan käyttämään hyväksi myös funktiosymboleita (esim. ”x:n äiti”). Funktiosymbolin rooli luettavuutta helpottavana lyhenneilmaisuna tuodaan kyllä esiin, mutta funktiosymbolien eliminointia lausekontekstissa voisi käsitellä pidempäänkin.

Lukumäärän ilmaisua predikaattilogiikassa olisi voinut käsitellä tekstissä hieman tarkemminkin, koska asiaa kysytään myös harjoitustehtävässä. Tekstissä jää kaipaamaan sitä, että

lukijalle selitettäisiin, millainen kaava yksinään ilmaisee ”korkeintaan n kappaletta”. Kirjan esimerkit ilmaisuista ”täsmälleen yksi” ja ”täsmälleen kaksi” eroavat toisistaan sen suhteen, miten korkeintaan-ehto ilmaistaan niissä. Aloittelijalle asia saattaa jäädä hieman hämäräksi, varsinkin, jos kirjaa käytetään itseopiskeluun ilman luentojen tukea.

Osa harjoitustehtävissä formalisoitavista lauseista vaatisi ehkä malliratkaisujen puolelle useamman kuin yhden vaihtoehtoisen ratkaisun, tai ainakin jonkinlaisen lisäselvityksen. Esimerkiksi lause ”Vihaiset koirat eivät ole hauskoja tuttavuuksia” voitaisiin varmaankin formalisoida myös siten, että käytettäisiin kaksipaikkaista predikaattia ”x on y:n (hauska) tuttavuus”. Mallivastauksissa on ainoastaan yksi vaihtoehto, jossa ”tuttavuus” on yksipaikkainen predikaatti. Voisi jopa kuvitella, että useimpien opiskelijoiden mieleen tulisi tulkita ”tuttavuus” kaksipaikkaiseksi relaatioksi. Lause ”Musti on tuttavuus” herättää helposti kysymyksen ”Kenen tuttavuus?” Toisen esimerkin tarjoaa yllättävä imperfektin käyttö lauseen ”Joku lääkäri totesi hoitovirheen” predikaatissa. Hämmäntävän tästä lauseesta saattaa tehdä se, että kaikki muut kyseisen luvun formalisointitehtävät ovat preesensissä. Aloittelija saattaa hämääntyä huomautuksesta, että ajallisia suhteita ei predikaattilogiikassa voida ilmaista – vaikka kyseisessä lauseessa ei olekaan kysymys ajallisesta suhteesta.

*

Predikaattilogiikan semantiikka hyödyntää joukko-oppia, joten logiikan perusteita opiskelvan olisi hyvä tutustua myös joukko-opin alkeisiin. Miettinen sisällyttää kirjaansa itsenäisen luvun, jossa joukko-opin peruskäsitteet ja -merkintätavat esitellään lyhyesti mutta selkeästi. Tosin esittely on välillä hiukan liiankin tiivistä; esimerkiksi potenssijoukosta ei anneta lainkaan esimerkkiä määritelmän jälkeen, ja järjestyserelaatioiden määritelmät annetaan ainoastaan loppuviitteessä.

Logiikan perusteiden luento-opetusta saattaa usein hankaloittaa se, että luentokurssille ei ole varattu aikaa joukko-opin perusteiden esittelyyn. Joukko-opin perusteita käsittelevä luku toimii tällöin hyvänä lisälukemistona, ja itseopiskelijalle se on olennaisen tärkeä.

Predikaattilogiikan totuusmääritelmä annetaan yksinkertaistetussa muodossa. Määritelmää ei perusteta tarskilaiselle ”toteuttamisen” (satisfaction) käsitteelle, vaan atomikaavan to-

tuus mallissa määritellään sillä oletuksella, että jokaiselle perusjoukon alkiolle löytyy aakkostosta yksilötermi, jonka tulkinta kyseinen alkio on (toisin sanoen, kaikilla muuttujan arvoilla on erisnimi). Tällainen yksinkertaistettu totuusmääritelmä onkin riittävä logiikan alkeisopetuksen tarpeisiin.

*

Klassisen logiikan ekstensionaalisuudesta ei kirjassa puhuta, yhtä loppuviitettä lukuun ottamatta. Predikaattilogiikan semantiikan yhteyteen olisi voinut lisätä vaikkapa esimerkin luonnollisen kielen ei-ekstensionaalisesta kontekstista, jonka formalisointi aiheuttaa ongelmia.

Todistusteoriassa käytetään Gerhard Gentzenin luonnollisen päättelyn systeemiä. Gentzenin systeemi sisältää vähemmän (primitiivisiä) päättelysääntöjä kuin *Logiikan peruskurssi* -kirjassa käytetty luonnollisen päättelyn systeemi. Systeemi soveltuuikin varmasti paremmin alkeisopetukseen; sen säännöt ainakin muistaa helposti ulkoa. Systeemin päättelysääntöjen käytöstä annetaan runsaasti esimerkkejä. Ne ovat monipuolisia, niissä esitetään teoreemojen todistuksia, luonnollisesta kielestä formalisoitavia päättelyitä sekä puhtaita kaavamanipulaatioita.

Vaikka teoreemojen todistuksista on esimerkkejä, teoreeman ja todistuvuuden käsitteitä olisi ehkä syytä käsitellä tarkemmin todistusteorian yhteydessä. Todistusteorian ja semanttisen tarkastelun välistä eroa olisi myös tarpeen korostaa enemmän. Yleinen virhe todistusteorian tehtävissä näet on, että opiskelija soveltaa semantiikan puolelta tuttuja loogisia ekvivalensseja tai seurauksia päättelysysteemissä todistamatta niitä ensin systeemin primitiivisten sääntöjen avulla. Joissakin todistusteorian osuuden esimerkeissä käytetään "surkastuneita versioita" päättelysäännöistä, esimerkiksi negaation tuonnin yhteydessä ristiriidasta johdettavalle kaavalle ei aina tehdä sääntöskeman vaatimaa vastaoletusta. Samalla tavoin käytetään yhdessä esimerkissä implikaation tuontisääntöä, ilman että tällaisten "surkastuneiden sääntöjen" käyttöä selitetään. Tällaiset pikkuseikat saattavat aiheuttaa tarpeetonta hämmennystä, varsinkin itseopiskelijalle. Yleisesti ottaen kirjan esimerkit deduktioista ovat kuitenkin erinomaisia.

Vaativimmat todistukset ja syventävät lisätiedot (esimerkiksi tautologiateoreema ja osia täydellisyyslauseiden todistuksista) on sijoitet-

tu loppuviitteisiin. Tämä on mielekästä, sillä se tekee oppikirjatekstistä helpolukuisempaa; todistukset, joihin opiskelija ei aluksi kuitenkaan perehtyisi, eivät keskeytä asiassa etenemistä. Kirjan pääteksti sisältää myös matemaattisempia osioita, esimerkiksi lukuteorian epästandardimallien ja Gödelin epätäydellisyytuloksen esittelyn sekä itsenäisen luvun induktiosta ja rekursiosta. Nämä jaksot eivät kuitenkaan vaadi erityisiä matemaattisia esitietoja, ja ne ovat yleissivistävinä osuuksina paikallaan myös sellaisille logiikan opiskelijoille, joiden pääaine ei ole matematiikka. Rekursion käsitteeseen tutustumisen taas on hyödyllistä ainakin teoreettisen filosofian, kielitieteen ja tietojenkäsittelyopin opiskelijoille.

*

Logiikka – perusteet on helpolukuinen. asiat esitetään selkeästi ja arkikieliset lisäselvitykset tukevat vaikeampien asioiden omaksumista. Lisäksi kaikkiin harjoitustehtäviin löytyy malliratkaisut kirjan lopusta. Näistä syistä kirja sopii hyvin myös itseopiskelumateriaaliksi. Ei-matemaattisten esimerkkien vuoksi myös muiden kuin matemaattisten aineiden opiskelijat voivat helposti saada tuntuman logiikan formaalieleen. *Logiikka – perusteet* soveltuu logiikan perusoppikirjaksi kaikkiin oppiaineisiin, joissa logiikan opetusta tarvitaan. Kirja tarjoaa klassisesta logiikasta perustiedot, joiden varaan kunkin oppiaineen mahdollinen logiikan jatko- tai syventävä opetus voidaan laskea.

Kirjoittaja on FM ja tutkija Tampereen yliopiston Filosofian laitoksella.

Tiedekirja

Kirkkokatu 14, 00170 Helsinki

Avoimna ma klo 10-17

ti-pe klo 10-16.30

Kesän aukioloajat (kesä-elokuu):

ma klo 10-16, ti-pe klo 10-15.30

Suljettu 11.7.-31.7.