

# Kurt Gödel – suurin loogikko Aristoteleen jälkeen

Osmo Pekonen

Itävallassa on tänä vuonna vietetty moninker-  
taista juhlavuotta: Wolfgang Amadeus Mozar-  
tin syntymästä on 250 vuotta, Sigmund Freudin  
syntymästä 150 vuotta ja Kurt Gödelin synty-  
mästä 100 vuotta. Mozartin ja Freudin tietää jok-  
kainen, mutta kuka olikaan Kurt Gödel?

Kurt Gödel syntyi 28. huhtikuuta 1906 Brünnissä eli nykyisessä Brnossa, joka silloin kuului Itäval-  
ta-Unkarin kaksoismonarkiaan, mutta nykyisin  
Tšekkiin. Koti oli saksankielinen porvarillinen si-  
vistyskoti. Isä Rudolf Gödel oli johtavassa ase-  
massa oleva tekstiiliteollisuuden insinööri, äiti  
Marianne o.s. Handschuh taas tekstiiliteollisuus-  
johtajan tytär. Kurtilla oli myös vanhempi ve-  
li Rudolf.

Lapsuus oli onnellinen. Opintahaluinen ja huip-  
pulahjakas koululainen Kurt sai vanhemmiltaan  
lempinimen *Herr Warum*. Noin kahdeksan vuo-  
den iässä hän kuitenkin sairasti reumaattisen  
kuumeen. Sairaus jätti häneen syvän tunnon  
omasta haavoittuvuudesta, mikä myöhemmissä  
elämänvaiheissa sai myös luulosairaita piirteitä.  
Isoveli Rudolf (josta tuli röntgenlääkäri) on muis-  
teltu Kurtin sairastelleen usein ja olleen hankala  
potilas, koska hän luuli tietävänsä lääketieteestä  
yhtä paljon kuin matematiikasta eikä hyväk-  
synyt lääkäriensä diagnooseja.

Isoveli on muistellut Kurtin kouluvuosia:

”Lukiossa veljeni oli yksipuolisempi kuin minä.  
Opettajien ja toverien hämmästykseksi hän oli jo kes-  
kikoulussa oppinut yliopistotason matematiikkaa.  
[...] Matematiikka ja kielet olivat hänelle tärkeämpiä  
kuin kirjallisuus tai historia. Kerrotaan, että hän sai  
koko lukion ajan vain parhaat arvosanat latinassa  
eikä tehnyt yhtään kieliopillista virhettä.”

Gödel kirjoittautui Wienin yliopistoon vuonna  
1924. Häntä kiinnosti aluksi teoreettinen fysiikka,  
sitten matematiikka ja logiikka. Hänen opet-  
tajiin olivat muun muassa Philipp Furtwängler,



Itävaltalainen  
Kurt Gödel  
-postimerkki  
vuodelta 2006.

Heinrich Gomperz, Hans Hahn, Eduard Helly,  
Karl Menger ja Wilhelm Wirtinger. Furtwängler  
– kuuluisan kapellimestarin serkku – oli halvaan-  
tunut kaulasta alaspäin ja luennoi pyörätuolis-  
ta. Saattaa olla, että Furtwänglerin esikuva aivan  
erityisesti vaikutti Gödeliin, jolla myös oli mon-  
enlaisia terveydellisiä ongelmia, sekä todelli-  
sia että luuloteltuja.

Gödel väitteli tohtoriksi Hans Hahnin oppilaa-  
na 1929. Jo väitöskirjassaan hän ratkaisi erään Da-  
vid Hilbertin ja Wilhelm Ackermannin pari vuotta  
aikaisemmin esittämän logiikan ongelman. Hän  
päätyi Wienin yliopiston alipalkatuksi ”yksityis-  
dosentiksi” (*Privatdozent*), vaikka teki alusta asti  
maailmanluokan tutkimusta. ”Kukaan Wienin yli-  
opistossa koskaan opettanut ei ohita häntä suu-  
ruudessa”, arvioi kollega Oskar Morgenstern.

Gödelin nuoruusvuosien älyllisen ystäväpii-  
rin muodosti Hans Hahnin ja Moritz Schlickin  
perustama Wienin piiri, johon kuuluivat mui-  
den muassa Gustav Bergmann, Rudolf Carnap,  
Herbert Feigl, Philipp Frank, Otto Neurath ja  
Friedrich Waismann. Hän tunsikin myös aikakau-  
den suuria kirjailijoita kuten Hermann Brochin ja  
Robert Musilin. Wienin piirissä paljon harrastet-  
tua Wittgensteinia Gödel ei kuitenkaan arvosta-

nut korkealle. Itse asiassa hän vieraantui melko pian Wienin piirin ideologiasta, loogisesta positivismista, ja päätyi jo varhain pikemminkin sen vastakohdan eli metafyyssiväritteisen platonismin kannattajaksi. Elämänsä loppuvaiheessa hän syventyi eritoten Leibnizin ja Husserlin filosofiaan.

### *Norsunluutornien hiushalkeamat*

Gödel alkoi tutkia Bertrand Russellin ja Alfred North Whiteheadin monumentaaliteosta *Principia Mathematica*. Sen tavoitteena oli osoittaa, että kaikki matemaattinen tieto oli ankanan loogisesti johdettavissa muutamista yksinkertaisista peruseräkkeistä eli aksiomista. Russell ja Whitehead uskoivat, että matematiikka ja logiikka olivat koottavissa pelviin asti ulottuvaksi kaksois-torniksi, jonka järkyttömänä perustana olisivat muutamat huolellisesti valitut aksiomat.

He eivät tienneet norsunluutorniensa juurella ahertavasta, hiushalkeamia etsivästä kuivakkaan hintelästä miekkosesta, jolla oli vaarallisia ajatuksia. Vuonna 1930 Café Reichsratissa pidetyssä Wienin piirin kokouksessa Kurt Gödel ilmoitti löytäneensä *Principia Mathematican* formaalista systeemistä lauseita, joita ei sen puitteissa olisi mahdollista todistaa oikeiksi eikä vääriksi. Tulos vaikutti kuin pommi, jonka laskeuma-alueella tie elää tänäkin päivänä. Vuonna 1931 Gödel julkaisi tuloksensa artikkelina *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I*, joka oli samalla hänen habilitaatiokirjoituksensa.

Gödel itse asiassa osoitti, että missä tahansa matematiikan perustaksi tarjoutuvassa, tavallisen aritmetiikan sisältävässä formaalissa aksiomatisoidussa systeemissä on olemassa tosia lauseita, joiden totuusarvoa ei systeemin puitteissa kuitenkaan ole mahdollista todistaa (1. epätäydellisyyslause). Niinpä ei myöskään ole mahdollista todistaa valittujen aksiomien ristiriidattomuutta (2. epätäydellisyyslause). Gödelin epätäydellisyyslauseiden todistus ei ole ylivoimaisen vaikea ymmärtää. Viime kädessä kyseessä on pitkälle formalisoitu versio Epime-nideen valehtelijaparadoksista: Jos kaikki kreetalaiset ovat valehtelijoita...

Matematiikka, jota oli pidetty tieteistä varmimpana, osoittautui siis savijaloilla hoippuvaksi jättiläiseksi. Sen perusteissa saattoikin piillä arvaamattomia loogisia ristiriitoja. Gödelin tulos aloitti uuden epävarmuuden aikakauden inhimillisen tiedon perusteiden etsinnässä.

Toisaalta Gödelin omien silmälasien läpi katsottuna hänen tuloksensa päinvastoin lujitti platonismin asemaa luonnonfilosofiassa: matemaattisilla väittämällä on Gödelin mukaan joka tapauksessa olemassa varma totuusarvonsa ihmisen tiedosta riippumatta. Matematiikka kuvaa objektiivista totuutta, joka on olemassa ”siellä jossakin”, ideoiden maailmassa, jota ihminen teorioineen ei voi koskaan ammentaa tyhjäksi.

Gödelin epätäydellisyyslauseilla on ollut valtaiset seuraukset filosofisessa spekulatiivisessa, ainakin metaforien tasolla. Epätäydellisyyslauseet panevat arvelemaan, ettei ihminen voi muistakaan asioista kuin joukko-opista saavuttaa lopullista tietoa pelkän logiikan keinoin. Systeemin kieliopillinen analysointi ei riitä tyhjentämään sen kaikkia merkityksiä. Kielitieteellisesti sanottuna: täydellisinkään syntaksi ei koskaan tule korvaamaan semantiikkaa. Tietokonetta ei koskaan voida ohjelmoida vastaamaan matematiikan kaikkiin kysymyksiin.

Muuan epätäydellisyyslauseiden ajankohtainen sovellus sanoo, ettei mikään tietokoneviruksia etsivä ja tuhoava ohjelma voi samanaikaisesti olla sekä täysin aukoton että täysin turvallinen (siis sellainen, ettei se tuhoa myös hyödyllisiä ohjelmia).

Nykypäivän suuri ranskalaismatematiikko Alain Connes on jatkanut Gödelin filosofisia spekulatioita ja esittänyt, että ”kaikkien tosien matemaattisten väitteiden avaruudessa” ne muutamit, joiden totuusarvo voidaan myös todistamalla ratkaista, muodostavat vain ”nollamittaisen joukon” – samaan tapaan kuin rationaaliluvut muodostavat nollamittaisen joukon reaalilukujen joukossa. (Lainausmerkit ovat osoituksena siitä, että tämä kaikki on vertauskuvallista puhetta.)

Kaikenselittävää Kaiken Teoriaa ei siis ole eikä tule, vaan maailmanselityksetkin voidaan aina kyseenalaistaa. Kaikenselittäjille, suljettujen systeemien rakentajille, ajatuspoliiseille, dogmaattikoille ja diktaattoreille tällaiset ajatukset ovat epämieluisia.

### *Dramaattinen pako Yhdysvaltoihin*

Kauaskantoinen tulos toi Gödelille yhdellä iskulla sekä maailmanmaineen että hermoromahduksen. Siitä asti hän oleskeli vuoroin huippuyliopistoissa, vuoroin hermoparantoloissa. Kiihkeimpänä luomiskautenaan 1930-luvulla hän pääsi useita kertoja vierailemaan Yhdysvalloissa. Vuonna 1934 Gödel sekä luennoi Princetonissa että

oli psykiatrisessa hoidossa Purkesdorfin sanatoriossa Itävallassa; samoin vuonna 1935 hän oli ensin opettamassa Princetonissa, sitten hoidossa Rekavinkelin sanatoriossa. Vielä lukuvuonna 1938–39 hän oli Princetonissa ja katolisessa Notre Dame -yliopistossa Indianassa yhteensä kahdeksan kuukautta.

Hitlerin valtaannousun 1933 jälkeen Itävallassa alkoi tapahtua epämiellyttäviä asioita. Antisemitismi levisi ja muuttui väkivaltaiseksi. Gödelin ystävissä ja opettajissa oli niin monta juutalaista (Bergmann, Broch, Feigl, Frank, Gomperz, Hahn, Helly, Morgenstern, Neurath ja Weissmann sekä Musilin vaimo Martha Marcovaldi), että hänetkin pyrittiin leimaamaan ”valkoiseksi juutalaiseksi”. Yliopistoissa tapahtui rotulakien mukainen yhdenmukaistaminen, *Gleichschaltung*. Myös Gödelin dosentuuri peruttiin ja alettiin tutkia, voisiko hänestä tulla, ”uuden järjestyksen dosentti”, *Dozent der neuen Ordnung*. Hänen sukupuutaan pengottiin, vaikka sieltä löytyikin vain kelvollista arjalaista verta. Kerran hän joutui mukiloiduksi kadulla juutalaiseksi epäiltynä.

Wienin piiri alkoi hajota. Piirin ulkojäsenet kuten juutalaiset Ayer, Tarski ja Wittgenstein lakkasivat vierailemasta. Hahn kuoli syöpäleikkauksen jälkiseurauksiin 1934. Schlick – joka ei ollut juutalainen – ammuttiin Wienin yliopiston portaikossa 1936. Bergmann, Broch, Carnap, Feigl, Frank, Gomperz, Helly, Menger ja Morgenstern emigroituiivat Yhdysvaltoihin, Neurath ja Weissmann Englantiin, Musil Sveitsiin. Wienin asema suurena kulttuurikaupunkina romahti kerta kaikkiaan. Sieltä lähtivät niin Karl Popper, Arnold Schönberg kuin Stefan Zweig.

Porvarillisten vanhempiensa kauhuksi Gödel oli 21-vuotiaana alkanut seurustella wieniläisen Der Nachtfalter -yökerhon kabareetanssijattaren Adele Nimburskyn kanssa. Lopulta he solmivat avioliiton 1938. Akateemisissa piireissä vaimoa pidettiin täysin sivistymättömänä, mutta hän piti kuitenkin käytännön asioissa avuttomasta ja eksentrisestä miehestään hyvää huolta. Gödelit olivat pariskuntana luultavasti varsin onnellisia, joskaan heille ei syntynyt lasta.

Maaliskuussa 1938 Itävalta liitettiin Suur-Saksaan, ja Wehrmacht aikoi kutsua myös Gödelin riveihinsä. Loogikko etsi ulospääsyä sulkeutuvasta loukusta. Tapahtui eräänlainen ihme: Keskellä sotaa 8. tammikuuta 1940 Gödelit saivat viisumin Yhdysvaltoihin. Atlantti oli jo sulkeutunut, mutta Molotov-Ribbentropin sopimus mahdollisti matkustamisen idän kautta. Gödelit matkustivat junalla halki miehitetyn Puolan ja vielä miehit-

tämättömien Liettuan ja Latvian. He saapuivat Neuvostoliiton alueelle 18. tammikuuta ja jatkoivat Siperian rataa pitkin Vladivostokiin ja pääsivät Japaniin 2. helmikuuta. Yokohamassa he nousivat amerikkalaiseen alukseen ja saapuivat 3. maaliskuuta onnellisesti San Franciscoon. Matka jatkui Princetoniin, jonne Gödelit jäivät loppuelämäkseen. He ystävystyivät erityisesti Einsteinin ja Morgensternin kanssa.

Kun Gödeliltä kyseltiin tilanteesta Itävallassa, hän valitti ”kahvin olevan siellä kovin huonoa”. ”Gödel on huvittava syvällisyytensä ja elämälle vierautensa yhdistelmässä”, Morgenstern kommentoi päiväkirjaansa. Ironista kyllä, kesällä 1940 Gödel sai nimityksen Wienin yliopiston dosentiksi myös uuden järjestelmän mukaan, mutta hän ei enää koskaan palannut kotimaahansa.

Heti Princetoniin päästyään Gödel julkisti jo vuonna 1937 valmistuneen klassisen tutkimuksensa *Consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum-hypothesis with the axioms of set theory* (1940). Siinä hän todistaa, että mikäli joukko-opin perustana oleva aksiomaattinen systeemi on ristiriidaton, se säilyy sellaisena, jos siihen lisätään valinta-aksioma ja kontinuumihypoteesi.

Gödel otti Yhdysvaltain kansalaisuuden, vaikka olikin löytänyt sen perustuslaista mielestään vakavia loogisia ristiriitoja. Kun oli aika vanna kansalaisuusvala, todistajina olleiden Einsteinin ja Morgensternin piti tarinan mukaan pidettellä Gödeliä, jottei hän ryhtyisi esittämään loogisia vastaväitteitään.

### *Aikakone ja Jumalan olemassaolo*

Gödelin loppuelämä oli hiljaista saattohoitoa Princetonin Institute for Advanced Study'ssa, jota hänen vaimonsa nimitti ”vanhainkodiksi”. Gödelillä oli Princetonissa yksi luotettava ystävä ja ymmärtäjä, nimittäin saman kaliiberin paradigmanäkökulmista Einstein. Gödel ja Einstein käyskentelevät yhdessä Princetonin puistokaduilla (”kuin Platon ja Aristoteles”) ja kehittivät merkillisen maailmankaikkeuden mallin, jossa aika voi kulkea ympyrää ja aikakonekin on mahdollinen. Menneisyyteen voi periaatteessa matkustaa, joskaan ajan suunta ei silti käänny.

Gödel piti läheistä yhteyttä myös ”tietokoneen isänä” tunnetun John von Neumannin kanssa. Tämä oli ensimmäinen matemaatikko, joka oli täysin ymmärtänyt Gödelin epätäydellisyyslauseiden kauaskantoisuuden jo vuonna 1930 Kö-



Albert Einstein ja Kurt Gödel kävelyllä Princetonissa. Valokuva Oskar Morgenstern (1947)

nigsbergissä pidetyssä logiikan kokouksessa, jossa hän kuunteli Gödelin esitelmän. Vuonna 1956 Gödel kirjeessään von Neumannille esitti ensimmäisen formulaation laskennan vaativuus-teorian kuuluisasta "P = NP"-ongelmasta, joka on edelleen avoin. (Von Neumann oli kuitenkin silloin jo kuolemansairas, joten tämä kirje ei joutunut mihinkään.)

Elämänsä loppuvuosina Gödel syventyi myös teologiaan. Hän herätti henkiin Anselm Canterburyläisen (1033–1109) esittämän ontologisen todistuksen Jumalan olemassaolosta. Ensimmäinen käsikirjoitus tästä aiheesta on päivätty 1941. "Olen näkemyksiltäni teisti kuten Leibniz, en panteisti kuten Spinoza", hän julisti. Gödelin maailmankuva oli sekä teleologinen että kausaalinen: kaikella on maailmassa tarkoituksensa, aivan kuten kaikella on syynsä. Gödelin teologisista näkemyksistä on syntynyt oma laaja kirjallisuutensa (*Fitting* 2002).

Ikävä kyllä Gödel sairastui Princetonissa paranoiaan. Hän tuli ruoan suhteen sairaalloiseksi eikä suostunut syömään muuta kuin vaimonsa laittamaa ruokaa. Kun kuusi vuotta häntä vanhempi Adele sitten alkoi sairastella eikä enää jaksanut hoitaa miestään, Gödel kieltäytyi syömästä mitään. Hän menehtyi 14. tammikuuta 1978 "persoonallisuuden häiriintymisestä johtuvaan aliravitsemukseen ja nääntymykseen". Ikä 71 vuotta, pituus 167 cm, paino 36 kg.

Maineikkain Gödelin työn jatkaja on ollut amerikkalainen Paul Cohen, joka vuonna 1963 julkaisi todistuksen, että kontinuumihypoteesi on riippumaton joukko-opin perustana olevas-

ta Zermelon-Fraenkelin aksiomajärjestelmästä, jossa valinta-aksioma on mukana. Juuri näin Gödel oli ajatellut asian olevan. Hän tunnusti heti Cohenin käyttämän forcing-menetelmän nerokkuuden ja sanoi nauttineensa siitä "kuin hyvästä teatterista".

Gödel oli Yhdysvaltain Kansallisen Tiedeakatemian, Ranskan Instituutin, British Academyn ja Royal Societyn jäsen, Harvardin ja Yalen kunniatohtori ym. Kotimaassaan häntä ja hänen perhettään oli kuitenkin kohdeltu niin huonosti, ettei hän halunnut ottaa vastaan Itävallan Tiedeakatemian kunniajäsenyyttä. Gerald Ford myönsi hänelle 1975 Yhdysvaltain Kansallisen Tiedemitalin, joskaan hän ei enää jaksanut tulla paikalle ottamaan sitä vastaan.

Gödelin juhlavuonna 2006 sekä Brnossa että Wienissä järjestettiin hänen satavuotispäivänsä 28. huhtikuuta kunniaksi juhllallisuuksia. Wienin yliopiston juhlasalissa, kristallikruunujen ja Gustav Klimtin kattomaalausten alla, kokoontui joukko tieteen huippuja eri puolilta maailmaa kunnioittamaan von Neumannin sanoin "Aristoteleen jälkeen suurimman loogikon" muistoa. Paikalla olivat mm. John Barrow, Paul Cohen, Solomon Feferman, Harvey Friedman, Ivor Gratton-Guinness, Georg Kreisel, Roger Penrose, Hilary Putnam, Wolfgang Rindler, Dana Scott, Walter Thirring, Avi Wigderson, Hugh Woodin ja Anton Zeilinger muutamia nimiä mainitakseni. Tilaisuuden avasi Itävallan presidentti Heinz Fischer. Gaalailallista nautittiin Belvederen linnassa, jossa pöytäpuheen piti shakkimestari Garry Kasparov.

Helsingin yliopiston matematiikan ja tilastotieteen laitoksella toimii kansainvälisesti maineikas logiikan tutkimuksen ryhmä (Helsinki Logic Group), jota Wienin kokouksessa edustivat Juliette Kennedy ja Jouko Väänänen. Kennedyn pitämän esitelmän aiheena oli muun muassa Gödelin analyysi Platonin dialogista *Euthyfron*: maailma on rationaalinen, mutta sen moraalinen vajavaisuus johtuu irrationaalisista valinnoistamme.

### *Kauniita metaforia vai eksakteja väittämiä?*

Gödel on 1900-luvun tieteen suurimpia symbolihahmoja siinä missä Einstein.

Pop-kulttuurissa hänestä on tullut suoranainen tieteen ikoni, mitä ovat osaltaan edesauttaneet muutamät Einsteinin kanssa Princetonissa otetut yhteiskuvat. Gödelin epätäydellisyyslauseiden popularisoimisessa ongelmallista on se, että ne ovat saaneet jo liiankin suuren metaforisen kantavuuden. Gödelin väitettyä ajatusta "kaiken epätäydellisyydestä" on paljon popularisoitu väärin kuten Einsteinin väitettyä ajatusta "kaiken suhteellisuudesta".

Tarkkaan ottaenhan Gödelin epätäydellisyysteoria kertoo jotakin vain eräistä hyvin teknisistä ja spesifisistä matematiikan perusjärjestelmistä kuten Zermelon-Fraenkelin aksiomasysteemistä. Gödelin persoonan ja teorian ikoninen ja metaforinen status on kuitenkin saanut aikaan sen, että hänen tuloksensa helposti yleistetään muitta mutkitta koko eksaktia tiedettä, koko ihmisajattelua tai jopa koko maailmankaikkeutta koskeviksi. Jossain määrin näin on lupa tehdä – kuten itsekin olen edellä tehnyt – kunhan vain muistetaan, että kyseessä on kaunis metafora eikä eksakti väittäjä. Spekulaation ja filosofian, uskonnon ja teologian, taiteen ja runouden laajoilla kentillä metafora ilmaismuotona saattaa tavoittaa todellisuudesta jotakin oleellista, jota eksaktin tieteen kielellä ei ole mahdollista ilmaista, ainakaan toistaiseksi.

Gödelin epätäydellisyysteoriaa on käytetty vasta-argumenttina muodikkaille unelmille Kaikenselittävästä Kaiken Teoriasta, joka myös on muuttunut vastaavanlaiseksi metafyyksiseksi metaforaksi. Yli-innokkaille kaikenselittäjille on gödeliläistä kritiikkiä tarjonnut muun muassa Freeman Dyson (*The New York Review of Books*, May 13, 2004).

Sir Roger Penrose on teoksessaan *Shadows of the Mind* käyttänyt Gödelin epätäydellisyyslau-

seita osoittaakseen matemaattisesti, että "ihmisen tietoisessa ajattelussa täytyy olla mukana sellaisia aineksia, joita ei voida edes simuloida laskennallisesti, ja vielä vähemmän voi pelkästä laskennasta syntyä tietoisuutta tai aikomuksia". Teos synnytti kiivaan keskustelun siitä, todistiko Penrose jotakin vai esittikö hänkin vain kauniin metaforan. Penrosen huomattavin kriitikko tässä asiassa on ollut Feferman (*Psyche*, 2 (7), May 1995).

### *Kirjallisuuskatsaus*

Gödelin ajatukset olivat omana aikanaan niin häkellyttäviä ja vaikeasti hyväksyttäviä, ettei niitä aluksi juuri sisällytetty logiikan standardiopikirjoihin kuin ehkä alaviitteinä. Esimerkiksi ranskalaisen Bourbaki-ryhmän laatimassa koko matematiikan yleisesityksessä Gödeliä ei mainita lainkaan. Bertrand Russell, joka eli 97-vuotiaaksi, ei liene koskaan hyväksynyt Gödelin tuloksia. Wittgenstein piti epätäydellisyyslauseita pelkkinä "temppeina", *Kunststücke*. Monet käytännön työtä tekevät rivimatemaatikot pitivät pitkään Gödelin epätäydellisyyslauseita abstrakteina ja marginaalisina, vaikka niille olisi kuulunut paikkansa logiikan keskiössä.

Gödel ei mainostanut julkisuudessa töitään, saati itseään. Eläessään hän oli suurelle yleisölle henkilönä melko tuntematon, olihan hän luonteeltaan syrjäänvetäytyvä ja erakkomainen boheemiin ja rehevään Einsteininiin verrattuna.

Gödelin teorian tunnetuksi tekemisessä oli suuri osuus Ernst Nagelin ja James Newmanin aikoinaan monille kielille (mutta ei valitettavasti suomeksi) käännettyllä kirjasella *Gödel's proof* (1958). Pop-kulttuurin ikoniksi Gödelin nosti Douglas R. Hofstadter kirjallaan *Gödel, Escher, Bach. An eternal golden braid* (1979). Aika moni suomalainenkin logiikan harrastaja lienee saanut ensikipinän juuri tästä kirjasta. Ikävä kyllä Hofstadter kuitenkin levittää Gödelin ajattelusta myös niitä harhakuvia, joita ammattiloogikot joutuvat närkästyneinä torjumaan. Raymond Smullyan (1992) on luotettava opas sille, joka todella haluaa tietää, mistä epätäydellisyyslauseissa on kysymys. Jaakko Hintikka (1999) selviytyy samasta aiheesta vain 70 sivulla, joilta huumoriakaan ei puutu.

Gödelin hänen loppuvuosiinaan tuntenut kiinalaissyntyinen filosofi Hao Wang on julkaissut kolme mestarinsa kanssa käytyihin keskusteluihin perustuvaa muistelmateosta (1974, 1987, 1996). Gödelin standardielämäkerta on John W.

Dawsonin laajaan arkistotyöhön perustuva *Logical dilemmas* (1997), jonka suomentamista sopisi ainakin harkita. Suomeksi on jo käännetty John Castin ja Werner DePaulin Gödel-elämäkerta (2001), mutta se on valitettavasti kovin pinnallinen. Palle Yourgrau (2004) on tutkinut tarkemmin Gödelin fysikaalisia teorioita ja vuorovaikutusta Einsteinin kanssa. Rebecca Goldsteinin uusi dramatisoitu Gödel-elämäkerta *Incompleteness* (2005) on vetävästi kirjoitettu, mutta osittain mielikuvituksellinen. Milloin mahtaa valmistua ensimmäinen ”Kaunis mieli” -tyyppinen Gödel-elokuva?

Gödelin juhlavuoden merkeissä on ilmestynyt tai ilmestymässä koko joukko uutuusteoksia: Karl Sigmund, John Dawson ja Kurt Mühlberger (2006) ovat koonneet valokuva- ja dokumenttialbumin Gödelin elämästä. Nuorena kuollut Luulajan yliopiston lahjakkuus ruotsalainen Torkel Franzén (2006) on tarkastellut kriittisesti Gödelin ajatusten laajoja jälkimarkkinoita pop-kulttuurissa. Wienissä 27.–29. huhtikuuta 2006 pidetystä Gödel-konferenssista *Horizons of Truth* ilmestyy aikanaan erittäin merkittävä proceedings-julkaisu.

Pieni linkki Suomeen löytyy Gödelin kootuista teoksista (1986–2003). Niiden kuvituksena on käytetty suomalaisen Veli Valpolan Gödelistä Princetonissa 1958 ottamia harvinaisia valokuvia. Olen kertonut tämän episodin taustoista teoksessani *Marian maa* (2002).

## KIRJALLISUUTTA

- Casti, John L. & DePauli, Werner (2001): *Kurt Gödel, elämä ja matematiikka*. Suom. Risto Vilkkö. Helsinki: Art House.
- Dawson, John W. (1997): *Logical dilemmas. The life and work of Kurt Gödel*. Wellesley, MA: AK Peters Ltd, 1997.
- Fitting, Melvin (2002): *Types, tableaux, and Gödel's God*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Franzén, Torkel (2005): *Gödel's theorem. An incomplete guide to its use and abuse*. Wellesley, MA: AK Peters Ltd.
- Goldstein, Rebecca (2005): *Incompleteness. The proof and paradox of Kurt Gödel*. New York: W.W. Norton.
- Gödel, Kurt (1986–2003): *Collected works I–V*. Toim. Solomon Feferman et alia. Oxford: Oxford University Press.
- Hintikka, Jaakko (1999): *On Gödel*. Belmont, CA: Wadsworth Philosophers Series.
- Hofstadter, Douglas R. (1979): *Gödel, Escher, Bach. An eternal golden braid*. New York: Basic Books.
- Nagel, Ernst & Newman, James R. (1958): *Gödel's proof*. New York: New York University Press.
- Penrose, Roger (1994): *Shadows of the mind. A search for the missing science of consciousness*. Oxford: Oxford University Press.
- Sigmund, Karl; Dawson, John W. & Mühlberger, Kurt (2006): *Kurt Gödel – Das Album/The Album*. Wiesbaden: Vieweg.
- Smullyan, Raymond M. (1992): *Gödel's incompleteness theorems*. Oxford: Oxford University Press.
- Wang, Hao (1974/1987/1996): *From mathematics to philosophy*. New York: Humanities Press, 1974. *Reflections on Kurt Gödel*. Cambridge, MA: MIT Press, 1987. *A logical journey*. Cambridge, MA: MIT Press, 1996.
- Yourgrau, Palle (2004): *A world without time: The forgotten legacy of Gödel and Einstein*. New York: Basic Books.

*Kirjoittaja on Helsingin ja Jyväskylän yliopistojen matematiikan dosentti.*