

Maupertuis ja pienimmän vaikutuksen periaate

Osmo Pekonen

Pierre-Louis Moreau de Maupertuis'n (1698–1759) Tornionjokilaaksossa johtama Ranskan tiedeakatemian astemittaus on yleisesti tunnettu. Mutta mitä kaikkea muuta Maupertuis teki? Matematiikan yleisessä historiassa hänet tunnetaan myös ns. pienimmän vaikutuksen periaatteen esittäjänä.

Suomessa on hyvin harvoin tehty maailmanhistoriaan jääneitä tieteellisiä keksintöjä. Edelleen kuuluisin ja kauaskantoisin niistä on Maupertuis'n retkikunnan Tornionjokilaaksossa talvella 1736–1737 toteuttama Maapallon muodon mittaus. Vertaamalla lähellä pohjoista napapiiriä mitatun yhden asteen suuruisen meridiaaninkaaren pituutta päiväntasaajalla tehtyyn vastaavaan mittaukseen saatiin tulokseksi, että Maapallo on pyörimisliikkeensä vuoksi navoiltaan litistynyt, kuten Newton oli ennustanut. Litistymissuhteen numeroarvoksi saatiin 1:205, mikä varsin hyvin vastasi Newtonin ennustamaa arvoa 1:230. Nykyisin tiedämme, että tarkka arvo on 1:298,257.

Tässä on turha ryhtyä kertaamaan Maupertuis'n retkikunnan värikkäitä vaiheita ja tieteellisiä saavutuksia. Niitä on Suomessa usein muisteltu, ja ne on varsin kattavasti dokumentoitu sekä suomeksi ilmestyneessä että kansainvälisessä kirjallisuudessa. Tärkein suomeksi saatavissa oleva lähde on retkikunnan sielunhoitajan pappi Outhier'n kirjoittama *Matka Pohjan perille* (suom. Marja Itkonen-Kaila, 1975), josta olisi aika saada uusi painos. Vuonna 1986, jolloin Maupertuis'n Lapin-matkasta tuli kulu-neeksi 250 vuotta, asiaa juhlistettiin paitsi postimerkillä myös lukuisilla julkaisuilla (*Kakkuri et al.* 1986, lukuisat lehtiartikkelit). Erikseen mainittakoon Maupertuis'n torniolaisesta assistentista Anders Hellantista kirjoitettu tutkielma (*Tobé* 1991) sekä ranskalaisten matemaatikkojen mukaansa vokottelemien Tornion pormestarin



Kuva 1. Maupertuis kuvattuna lapinpuvussa litistämässä Maapalloa. Taustalla maisema Tornioista. Ranskalainen gravyyri 1740-luvulta.

tytärten Christina ja Elisabeth Planströmin vaiheista kertova romaani (*Hederyd* 1996).

Maupertuis oli Ranskan valistuksen loistavimpia hahmoja. Yleisessä 1700-luvun oppihistoriassa hän on edelleen kiinnostava henkilö, josta äskettäin on ilmestynyt koko joukko uusia kirjoja (*Tobé* 1986, *Martin* 1987, *Beeson* 1992, *Balland* 1994, *Hecht* 1999, *Ekeland* 2000, *Terrall* 2002, *Tobé* 2003). Näistä paras ja kattavin on Los Angelesin yliopiston oppihistorian professorin Mary Terrallin teos, joka itse asiassa on ensimmäinen perusteellinen Maupertuis'n elämäkerta. Aikaisemmassa Maupertuis-kirjallisuudessa huomion pääpaino on ollut Lapin-matkassa, jonka varjoon Maupertuis'n muut vaiheet ja aikaansaannokset ovat jääneet.

Mikä mies oli Maupertuis?

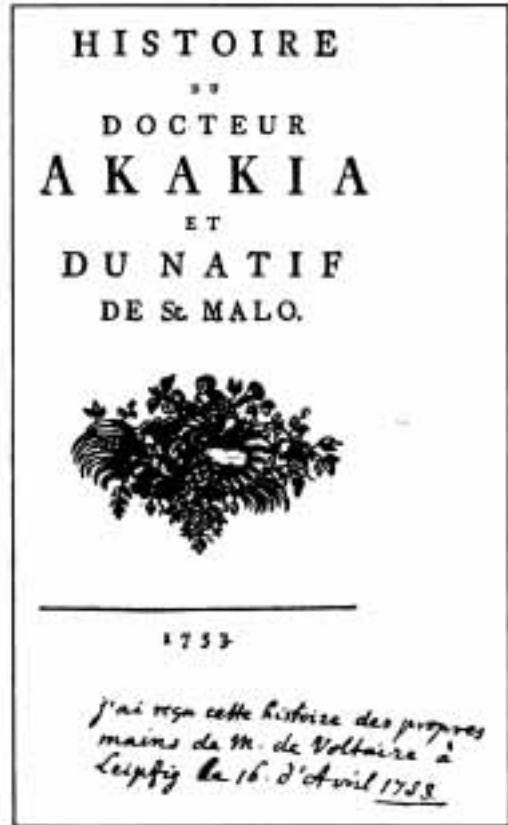
Maupertuis syntyi Saint-Malo'ssa Bretagnessa 1698. Hän opiskeli aluksi musiikkia, matematiikkaa ja sotatiedettä ja toimi musketööriluutnanttina ja rakuunakapteenina. Ranskan tiedeakatemi-
an kirjeenvaihtajajäsen hänestä tuli 1723 ja Royal Society'n jäsen 1728. Yhdessä esimerkiksi Madame Châtelet'n kanssa hän oli newtonilaisen fysiikan tunnettuja esitaistelijoita Ranskassa. Aluksi Maupertuis oli hyvissä väleissä myös Voltairen kanssa, ja tämä kirjoitti – ehkäpä leikillisesti – suunnitelleensa jopa mukaan Lappiin lähtemistä. Astemittauksen valmistuttua Maupertuis joutui kiistoihin Versailles'n hovipiirien kanssa ja siirtyi Preussin kuninkaan Fredrik Suuren palvelukseen. Hän osallistui Slesian sodassa itävaltalaisia vastaan käytyyn Mollwitzin taisteluun 1740 ja joutui vangiksi. Arkkiherttuatar Maria Teresia kuitenkin vapautti kuuluisan tiedemiehen ilman lunnasvaatimuksia.

Ranskan Akatemian jäsen Maupertuis'sta tuli 1743 ja Preussin tiedeakatemi-
an esimies 1746. Voltaire olisi suonut nämä kunnianosoitukset mieluummin itselleen, ja hänestä tuli nyt Maupertuis'n katkera vihemies, arvostelija ja pilkkaaja. Voltairen pilkkakirjoitukset Maupertuis'ta vastaan ilmestyivät kokoomateoksena *Histoire du docteur Akakia et du natif de Saint-Malo* (Tohtori Akakian ja Saint-Malon syn-
typeräisen asukkaan tarina, 1753). Miesten välinen kiista herätti Euroopan-laajuisia huomiota, ja kaikuja siitä kuuluu vielä Voltairen teoksissa *Candide* (suom. J.A. Hollo 1953) ja *Micromégas* (suom. Marja Haapio 2002); tähän kaikkeen aion palata toisessa yhteydessä.

Fredrik Suuri asettui puolustamaan tiedeakatemi-
ansa esimiestä ja jopa määräsi pyövelinsä polttamaan julkisesti Voltairen Maupertuis'ta loukanneet kiistakirjoitukset. Siitä huolimatta Voltairen parjaukskampanja satutti Maupertuis'ta pahoin. Hän kuoli suhteellisen yksinäisenä ja hylättyinä Baselissa 1759, ja hänet haudattiin Sveitsin Dörlachiin.

Snelliuksen lain uusi tulkinta

Kaikkina aikoina akateemiset kollegat ovat kat-
soneet karsaasti monioppineita, joiden julkai-
sutoiminta rönsyilee yhä uusille tiedon aloille, huolellisesti vartioiduista akateemisista revii-
reistä piittaamatta. Maupertuis oli tässä suhteessa oikea kauhukakara, joka ei koskaan parantunut ihmelapsen syndroomastaan.



Kuva 2. Voltairen pilkkakirjoitukset Maupertuis'ta vastaan ilmestyivät kokoomateoksena "*Histoire du docteur Akakia et du natif de Saint-Malo*", Tohtori Akakian ja Saint-Malon syn-
typeräisen asukkaan tarina, 1753.

Hänen kirjatehtaastaan sinkoilivat maail-
malle tutkielmat salamantereista ja skorpioneis-
ta, akustiikasta ja ballistiikasta, pyrstötähdistä, maailmankaikkeuden synnystä ja Jumalan ole-
massaolosta. Vuonna 1744 ilmestyi *Dissertation sur un nègre blanc* (Tutkielma valkoisesta nee-
keristä), vuonna 1745 *Vénus physique* (Fyysinen Venus), jonka on sanottu ennakoineen lajien
muuttumista ja evoluutioteoriaa, vuonna 1748 *Réflexions philosophiques sur l'origine des langues
et sur la signification des mots* (Filosofisia miet-
teitä kielten alkuperästä ja sanojen merkityk-
sestä), vuonna 1749 *Essai de philosophie morale* (Tutkielma moraalifilosofiasta), vuonna 1750
Essai de cosmologie (Tutkielma kosmologiasta), vuonna 1752 *Lettres* (Kirjeet) jne.

Maupertuis'n teokset ovat oppihistoriallinen runsaudensarvi, joka tarjoaa monenlaisia avaimia 1700-luvun yleisen tieteenhistorian

ymmärtämiseen. Tässä esseessäni tarkastelen Maupertuis'n teoksista lähemmin vain yhtä, nimittäin 15. huhtikuuta 1744 Ranskan kuninkaalliselle tiedekatemialle esitettyä tutkielmaa *Accord de différentes lois de la nature qui avoient jusqu'ici paru incompatibles* (Tähän asti yhteensopimattomilta näyttäneiden luonnonlakien sopusointu), jonka suomennos julkaistaan tämän kirjoituksen yhteydessä.

Jo otsikko on mahtipontisuudessaan hämmentävä. Maupertuis ei ollut turhalla vaatimattomuudella pilattu. Hän hankki paljon vihamiehiä asettaessaan kirjoituksessaan itsensä Descartes'n, Fermat'n ja Leibnizin työn jatkajaksi, sotkemalla fysiikkaan aimo annoksen metafysiikkaa ja pyrkimällä seurustelemaan ikään kuin kollegana myös Jumalan kanssa.

Työssään Maupertuis esittää uuden todistuksen valon taittumista kuvaavalle, hollantilaisen Willebrord Snelliuksen esittämälle laille (1620), jonka mukaan valonsäteen taittuessa kahden aineen välisestä rajapinnasta tulokulman ja taitekulman sinien suhde on yhtä kuin väliaineparille ominainen vakio. Esimerkiksi valon tullessa ilmasta veteen kyseisen vakion arvo on noin 1,33. Snelliuksen laki, joka alkusi johdettiin kokeellisesti, tuli kuuluisaksi siitä, että se oli helppo esittää mutta vaikea teoreettisesti todistaa.

Vaikeudet johtuivat muun muassa siitä, että 1600-luvun fyysikoilla ei ollut mahdollisuuksia mitata valon nopeutta eri väliaineissa. Römerin kuuluisa mittaus valon nopeudesta avaruudessa (1676) antoi nyky-yksiköillä ilmaistuna tulokseksi ehkä noin 210 000 km/s, joskin mittauksen tuloksesta on kiistaa (vrt. oikea arvo 299 792 km/s). Sen sijaan oli epäselvää, kulkeeko valo nopeammin ilmassa vai vedessä. Väärää teoriaa, jonka mukaan valon nopeus ilmassa on pienempi kuin vedessä, kannattivat useimmat aikakauden fyysikot ja luonnonfilosofit kuten Descartes, Newton ja Maupertuis; oikean mielipiteen sen sijaan oli esittänyt Fermat. Väärä fysiikaalinen intuitio lienee johtunut analogiasta ääniaaltoihin, jotka etenevät nopeammin vedessä. Ongelma ratkesi lopullisesti vasta 1850, jolloin Foucault mittasi valon nopeuden vedessä.

Uusi suure 'vaikutus'

Maupertuis'n uusi idea oli ottaa käyttöön uusi suure nimeltä *vaikutus* (ransk., engl. *action*), joka lasketaan summana, tai yleisemmässä tapauksessa integraalina, valon nopeuksista kullakin reitti-

osuudella kerrottuna kyseisen reittiosuuden pituudella. Maupertuis osoitti, että Snelliuksen lain mukainen valonsäteen rata minimoi tämän vaikutuksen. Hänellä oli siis hämmästyttävä onni johtaa oikea luonnonlaki väärästä fysikaalisesta premissistä, nimittäin oletuksesta, jonka mukaan valo etenisi tiheässä väliaineessa nopeammin kuin harvassa.

Maupertuis yleisti tekemänsä todistuksen uudeksi periaateksi, joka tunnetaan "pienimmän vaikutuksen periaatteena". Uuden periaatteen mukaan luonnon ilmiöt syntyvät siten, että luonto ikään kuin "minimoi kustannukset", joi- ta edustaa kullekin ilmiölle ominainen vaikutus. Vuonna 1745 julkaisemassaan kirjoituksessa *Les Lois du mouvement et du repos déduites d'un principe de métaphysique* (Liikkeen ja levon lait erästä metafysiikan periaatteesta johdettuina) Maupertuis yleisti valon taittumista koskevan pienimmän vaikutuksen periaatteen myös mekaniikkaan: "Yleinen kaikkea koskeva periaate on, että tarpeellisen vaikutuksen määrä muutoksen aiheuttamiseksi Luonnossa on niin pieni kuin mahdollista." Tässä kirjoituksessa vaikutuksen käsite on yleistetty tuloksi liikkuvan kappaleen massasta, nopeudesta ja kuljetusta matkasta kullakin reittiosuudella.

Esimerkkinä periaatteensa selittävästä voimasta Maupertuis johtaa siitä liikkeen lait kahden kappaleen törmätessä yhteen sekä vivun tasapainon lait. Vaikka Maupertuis'n premisit siis olivatkin vääriä hänen selittäessään valon taittumista, toisissa tilanteissa hänen keksimänsä vaikutusfunktioaali kuitenkin tuotti täysin oikeita tuloksia, mikä on aatehistoriallisesti hämmentävää, muttei logiikan vastaista.

Hämmästyttävää tässä on ensinnäkin se, että vaikutus sinänsä on abstrakti suure, joka muodostetaan laskennallisesti, mutta jota ei voida suoraan havaita eikä mitata luonnossa. Kuitenkin se näyttää säätelevän luonnon perusilmiöitä kuten valon taittumista tai kappaleiden liikettä. Luonto siis ikään kuin tekee kussakin erikoistapauksessa matemaattiseen variaatiolaskentaan perustuvan optimaalisen päätöksen. Maupertuis'n maailmankuva on teleologinen: *Luonto* pyrkii alati kohti parhainta mahdollista olotilaa. Argumentti on matemaattinen, mutta filosofisesti se sulautuu aikaisemman filosofisen perinteen, eritoten Leibnizin, esittämiin ajatuksiin "parhaasta mahdollisesta maailmasta".

Aatehistoriallisesti kiinnostavaksi Maupertuis'n artikkelin tekee se, että siinä ensi kertaa ilmaistaan joitakin ideoita, jotka ovat pysyvästi jääneet nykyisenkin fysiikan johtoajutuk-

siksi. Varsin moni yhtenäiskenttäteorian paris-
hikeään vuodattava nykyfysikko haaveilee
jonain päivänä julkaisevansa paperin otsikolla
"Tähän asti yhteensopimattomilta näyttänei-
den luonnonlakien sopusointu". Yhtä yleinen
on usko Maupertuis'n julistukseen, että "luonto
saa ilmiönsä aikaan käyttäen yksinkertaisimpia
keinoja". Matemaatikon silmin tämä tarkoittaa
luonnonlakien yksinkertaisuutta ja kauneutta,
kun ne kirjoitetaan auki matematiikan kielellä.

Matemaattis-fysikaalisen maailmankuvan
suurena unelmana elää ajatus "maailmanka-
avasta" (saksaksi *Weltformel*), yksinkertaisesta
kaavasta tai periaatteesta, joka "selittäisi kai-
ken". Ajatus on metafyyminen, ja sen juuret voi-
daan johtaa länsimaisen tieteen alkujuuriin,
Platoniin tai joonialaisiin luonnonfilosofeihin
asti, jos niin halutaan. Pienimmän vaikutuksen
periaatteen erottaa Maupertuis'ta edeltäneiden
metafysikkojen spekulatioista kuitenkin se,
että hänen periaatteensa voidaan ilmaista mate-
maattisena kaavana ja myös laskennallisesti to-
dentaa joissakin yksinkertaisissa tapauksissa.

Kaikenkattava maailmanselitys

Maupertuis'n innostuksella ei ollut rajoja, kun
hän tajusi löytönsä kauaskantoisuuden. *Essees-
sään kosmologiasta* (Berliini 1750) hän kirjoittaa:

"Niin monien asian parissa työskennelleiden suur-
miesten jälkeen tuskin rohkenen sanoa, että olen löy-
tänyt periaatteen, johon perustuvat kaikki liikkeen
lait, periaatteen, joka kattaa niin kovat kuin kimmoi-
satkin kappaleet; josta riippuvat kaikkien materiaalis-
ten substanssien liikkeet. [...] Periaattemme, joka so-
pii paremmin olemassa oleviin käsityksiimme asiois-
ta, jättää maailman Luojan mahdin luonnolliseen tar-
peeseen ja on luonnollinen seuraus tämän mahdin
käytöstä. [...] Mikä tyydytys ihmismielelle, joka poh-
tii näitä niin kauniita ja yksinkertaisia lakeja, jotka
ovat kenties ainoat, jotka Luoja ja asioiden Järjestäjä
on säättänyt aineeseen saadakseen siinä aikaan kaikki
tämän näkyvän maailman ilmiöt".

"Kun tiedetään, että kaikki liikkeen lait perustuvat
parhaimman periaatteelle, ei voida epäillä, etteivät-
kö ne olisi Kaikkivaltiaan ja Kaikkiviisaan Olennon
asettamia, joko niin, että Hän on antanut kappaleille
vallan vaikuttaa toinen toisiinsa, tai niin, että Hän on
käyttänyt jotain muuta keinoa, jota emme vielä kyl-
lin hyvin tunne."

Maupertuis'n maailmankuva oli siis teleolo-
ginen ja finalistinen: seuraus selittää syyn, eikä
päinvastoin. Jo 1700-luvulla tämäntyyppinen
luonnonfilosofia, jonka Maupertuis'n pilkkaajat
Voltaire ja Diderot yhdistivät Leibnizin metafy-

siikkaan, herätti paljon pahaa verta; puhumat-
takaan 1800-luvun positivismista, jonka edus-
tajille puheet luonnossa piilevästä tarkoituk-
senmukaisuudesta olivat myrkyä. Esimerkiksi
Ernst Mach julisti koko periaatteen hyödyttö-
mäksi mystiikaksi: "Pienimmän vaikutuksen
periaate ja sen mukana kaikki muutkin mini-
min periaatteet, joita mekaniikassa tapaa, ilmai-
sevat yksinkertaisesti, että jokaisessa tapaukses-
sa tapahtuu täsmälleen kaikki, mitä voi tapah-
tua kyseisissä olosuhteissa, toisin sanoen kai-
ki, minkä olosuhteet määrittelevät ainutkertai-
sella tavalla". Tarkemman kuvauksen pienim-
män vaikutuksen periaatteen reseptiosta 1700-
ja 1800-luvulla lukija löytää Ivar Ekelandin kir-
jasta (*Ekeland 2000*), joka tänä vuonna ilmestyy
myös suomeksi.

Maupertuis'n ajatukseen "pienimmän" vai-
kutuksen periaatteesta sisältyy se tekninen vir-
he, että monissa tilanteissa pitäisi yleisemmin
puhua vaikutusfunktionaalien kriittisistä eli sta-
tionaarisista pisteistä, jotka voivat olla esimer-
kiksi satulapisteitä eivätkä siis välttämättä mi-
nimejä tai maksimeja. Merkillistä kyllä ajatus
satulapisteiden olemassaolosta ei kuitenkaan
ollut selvä variaatiolaskennan muillekaan pe-
rustajille kuten Eulerille tai Lagrangelle.

Maupertuis'n ajatuksista syntyneen teolo-
gis-filosofisen taistelun pölypilvet ovat laskeu-
tuneet jo vuosisatoja sitten. Nykyinen teoreet-
tinen fysiikka ei enää ole luonteeltaan kovin fi-
losofista, metafyyminen tai maailmankatsomuk-
sellista (ellei sitten maailmankatsomuksellisuudeksi
katsota kaikenlaisen metafysiikan syste-
maattista vähättelyä).

Maupertuis'n esittämä pienimmän vai-
kutuksen periaate jatkaa kuitenkin olemassaolo-
aan myös nykyfysiikan yhtenä kulmakivenä.
Itse asiassa kaikkien tunnettujen luonnonvoi-
mien kenttäyhtälöt, kuten sähkömagnetismia
kuvaavat Maxwellin yhtälöt (1873), gravitaatio-
ta kuvaavat Einsteinin yhtälöt (1915) ja heikkoa
tai vahvaa vuorovaikutusta kuvaavat Yangin-
Millsin yhtälöt (1954) voidaan johtaa variaatio-
laskennan avulla vaikutukseksi (*action*) sano-
tusta suureesta. Näillä uudemmilla vaikutuk-
sen käsitteillä tosin ei enää ole suoranaista tek-
emistä Maupertuis'n esittämän kaavan kans-
sa, mutta saman sanan käyttö on jatkunut ja pe-
rusidea on sama. Maxwellin ja Yang-Millsin yh-
tälöissä dynaamisena suureena on "vektoripo-
tentiaali" eli sopivan säiekimpun konnektio ja
vaikutuksena siihen liittyvän kaarevuuden nor-
min neliö. Einsteinin kenttäyhtälöissä taas dy-
naamisena suureena on avaruusaajan metriikka-

ka ja vaikutuksena sen kokonaisskalaarikaarevuus. Kaikkien voimien yhdistämisen vaikeutena on pohjimmiltaan se, että perusteorioiden dynaamiset suureet ovat niin kovin erilaisia.

Yhtenäisteorian uusimmissakin malleissa (jousiteoria, M-teoria jne.) haetaan edelleen Maupertuis'n asettaman paradigman mukaisia aineksia kuten sopivaa vaikutusfunktionaalia, josta kenttäyhtälöt saataisiin johdetuiksi variaatiolaskennan avulla. Rentoon fyysikkotyyliin ilmaistuna: *Physics is where the Action is*. Toki muitakin kuin variationaalisia lähestymistapoja yhtenäiskenttäteoriaan on esitetty, mutta jossain mielessä voimme sanoa nykypäivän kaikenselittäjien jääneen Maupertuis'n klassisessa työssään vuonna 1744 esittämän paradigman vangeiksi.

KIRJALLISUUTTA

a) Kirjoja:

- Balland, A. (1994): *La terre mandarine*. Seuil, Pariisi.
Beeson, D. (1992): *Maupertuis: an intellectual biography*. Voltaire Foundation, Oxford.
Ekeland, I. (2000): *Le meilleur des mondes possibles. Mathématiques et destinée*. Seuil, Pariisi. Suom. *Paras mahdollisista maailmoista*, suom. S. Maaranen, Art House, Helsinki, 2004 (painossa).
Hecht, H. (toim.) (1999): *Pierre Louis Moreau de Maupertuis: Eine Bilanz nach 300 Jahren*. Verlag A. Spitz, Berliini.
Hederyd, O. (1996): *Två systrar: en lätt romantiserad*

1700-talskrönika från Bottenviken och Frankrike. Ord & visor, Skellefteå.

- Kakkuri, J., Kukkamäki, T.-J., Levallois, J.-J., Moritz, H. (1986): *Le 250e anniversaire de la mesure de l'arc du méridien en Laponie*. Suomen geodeettisen laitoksen julkaisuja n:o 103, Helsinki.
Martin, J.-P. (1987): *La figure de la terre: récit de l'expédition française en Laponie suédoise (1736--1737)*. Éditions Isoète, Cherbourg.
Outhier, R. (1975): *Matka pohjan perille*. Suom. M. Itkonen-Kaila, Otava, Helsinki.
Terrall, M. (2002): *The Man Who Flattened the Earth. Maupertuis and the Sciences in the Enlightenment*. Chicago University Press, Chicago.
Tobé, E. (1986): *Fransysk visit i Tornedalen 1736--1737. En bok om gradmätningsexpedition och dess nyckelpersoner*. Tornedalica 42, Luleå.
Tobé, E. (1991): *Anders Hellant: en krönika om sjuttonhundratalets märkligaste tornedaling*. Tornedalica 49, Luleå.
Tobé, E. (2003): *Anders Celsius och den franska gradmätningen i Tornedalen 1736--37*. Acta Universitatis Upsaliensis 74, Uppsala.

b) Suomalaisia artikkeleita:

- Lukuisia artikkeleita *Tornionlaakson vuosikirjassa* 1975, 1977, 1984, 1985, 1987, 1996.
Tähdet ja avaruus -lehden Maupertuis-teemanumero 5/1986.
T. J. Kukkamäki: "Maapallon muodon selvittelyä", teoksessa *Isaac Newton – jättiläisen hartioilla*, toim. R. Lehti, T. Markkanen, J. Rydman (Tähtitieteellinen yhdistys Urso 1988)
A. Leikolan essee "Herra Maupertius ja oppi elämästä", teoksessa *Oppineisuuden hirmu* (WSOY 1980)
J. Sarkavan artikkelit *Kaltio*-lehdessä 1/1991, 2/1997, 4/1999.

Kirjoittaja on Jyväskylän yliopiston matematiikan dosentti.