

Hamilton, Irlannin suurin luonnontieteilijä

Osmo Pekonen

Irlannissa on vietetty Kansainvälistä fysiikan vuotta 2005 kansallista teemaa käyttäen. Einsteinin lisäksi on voitu muistella maan omaa suurta poikaa Sir William Rowan Hamiltonia (1805–1865), jonka syntymästä on sopivasti 200 vuotta.

William Rowan Hamilton syntyi Dublinissa keskiyöllä 3./4. elokuuta 1805, joten hänen syntymäpäivästään on kirjallisuudessa kahdenlaisia tietoja. Kotiosoite oli 36, Dominick Street. Isä Archibald oli asianajaja ja setä James pappi. He kannustivat pikku Williamia opintielle omaperäisillä menetelmillä: pojan isovarpaaseen kiinnitettiin naru, josta nykäisemällä hänet saatiin takaisin läksyjen pariin. William oli ihmelapsi, jonka lahjakkuus ilmeni aluksi kielellisesti. Jo ennen kouluikää hän oppi heprean, kreikan ja latinan alkeet. Myöhemmin seurasivat arabia, bengali, hindi, kaldea, malaiji, persia, sanskrit ja syyria. Pojalle ajateltiin uraa Itä-Intian kaupakompanian palveluksessa, mutta ennen pitkää selvisi, että hänestä tulisi tiedemies.

Kaksitoistavuotiaana William näki amerikkalaisen päässä laskijaihmeen Zerah Colburnin esityksen, joka sytytti hänessä matematiikan kipinän. Epänormaalin hyvät päässä laskijat ovat usein autisteja, ja varmaan siitä oli kysymys Colburninkin tapauksessa. Myös Williamilla oli ilmiömäisen hyvä laskupää, mutta hän ei sentään pärjännyt Colburnille. Nuori Hamilton kohtasi ehkäpä ensimmäistä kertaa itseään suuremman mentaalisen kyvyn, mikä lienee jäänyt harmittamaan häntä.

Kolmetoistavuotiaana Hamilton alkoi lukea ranskalaisen ihmelapsen – aikoinaan muuten Maupertuis'n mukana Lapissakin käyneen – Alexis Clairaut'n kirjoittamaa algebran oppikirjaa. Viidentoista vuoden iässä olivat lukulistalla Lagrange, Laplace ja Newton. Hän löysi Laplacen taivaanmekaniikasta erään virheenkin ja



herätti huomiota ilmoittamalla asiasta Irlannin kuninkaalliselle astronomille John Brinkleylle. Tämä totesi nuoren Hamiltonin olevan suuri matemaattinen henki ja kehotti häntä tulemaan aamuteelle milloin vain hän haluaisi. Kahdeksantoistavuotiaana Hamilton kirjoittautui Dublinin Trinity Collegeen, vuonna 1592 perustettuun kunnianarvoisaan opinahjoon, josta monet Irlannin suurmiehet ovat valmistuneet. Hamilton sai parhaat arvosanat niin humanistissa kuin luonnontieteellisissä aineissa.

Matematiikkaa vai runoutta?

Hamiltonin ensimmäinen, John Brinkleyn ohjaama matemaattinen tutkielma *On Caustics* valmistui 1824. Sitä ei kuitenkaan vielä julkaistu, vaan Irlannin Kuninkaallinen Tiedeakatemia kehotti tekijää pyrkimään kyseisen ongelman ratkaisussa pitemmälle. Tämä olikin hyväksi, sillä vuonna 1826 Hamilton esitti merkittävässä artikkelissaan *Theory of Systems of Rays* hyvin yleisen karakteristisen funktion, joka mahdollistaa monien optiikan perinteisten ongelmien matematisoimisen. Tulos oli suuri sensaatio.

Vuonna 1827 Hamilton jo valittiin sillä välin Cloynen piispaksi nimitetyn opettajansa Brinkleyn seuraajaksi Irlannin kuninkaallisena astronomina. Tähän juhlaan titтелиin kuului

myös Trinity Collegen tähtitieteen Andrewsinkin oppituoli sekä virka-asunto Dunsinkin tähtitornissa – ei hassumpaa kaksikymmentäyksivuotiaalle opiskelijalle, jonka lopputyö oli vielä tekemättä! Näin nuoren henkilön nimitys herätti tietenkin myös arvostelua, ja totta puhuen Hamiltonista ei kovin hyvää tähtitieteen havainnoijaa koskaan tullutkaan. Tähtitiede sai jäädä sivuseikaksi, sillä Hamiltonin aika kuului pikemminkin matematiikan parissa. Trinity College suhtautui kuitenkin asiaan suvaitsevaisesti: pääasia, että jokin pysyvä virka lahjakkaalle nuorelle miehelle saatiin.

Kielellisesti lahjakas Hamilton askarteli paljon myös runouden parissa. Hän osasi pitää komeita juhlapuheita, joissa kernaasti siteerasi aikakauden suuria runoilijoita ja lisäsi jatkoksi omaiakin säkeitään. Hän runoili mielellään tähtitaivaasta.

Kun Hamilton teki opintomatkan Englantiin, hän ystävystyi William Wordsworthin kanssa. Tietenkin hän näytti mestarille runojaan ja kertoi suunnittelevansa myös kirjailijan uraa. Wordsworth kuitenkin totesi pelkäävänsä, että kaunokirjallinen puuhastelu vieroitaisi nuoren professorin tieteestä. Hän suositteli Hamiltonille keskittymistä matematiikkaan, jossa tämä voisi saada aikaan suurempia asioita ihmiskunnan hyväksi kuin runoilijana.

Kaunosielu Hamilton ei kuitenkaan kokonaan malttanut luopua runoudesta. Hänellä oli lukuisia nuoruuden ihastuksia, joille hän syytti sonettejaan, eivätkä ne olleet vallan huonoja. Elämänsä loppuun asti Hamilton kävi epätoivoista runokirjeenvaihtoa erään Catherine Disneyn kanssa, johon hän oli rakastunut, vaikka tästä oli tullut erään papin vaimo.

Hamilton päätyi kuitenkin avioliittoon tähtitorninsa naapurissa asuneen Helen Maria Baylyn kanssa. He saivat kolme lasta. Hamilton ei kuitenkaan pitänyt vaimoaan tarpeeksi älykkäänä. Kun Hamiltonin salarakkaansa kanssa käymä kirjeenvaihto paljastui, papinrouva Catherine joutui asumuseroon miehestään ja yritti itsemurhaa, ja myös Helenin elämä synkistyi. Hamilton teki siis runoilullaan kaksi naista onnettomiksi.

Optiikka ja dynamiikka

Optiikan ja dynamiikan töillään Hamilton saavutti kansainvälisen maineen jo alle 30-vuotiaana. Vuonna 1832 hän julkaisi teoriansa kartiotaitumisesta. Merkillinen ilmiö esiintyy valon-

säteen tunkeutuessa sopivasta suunnasta optisesti kaksiakseliseen kiteeseen, esimerkiksi aragoniittiin. Tällöin säde taittuu ontoksi valokartioksi. Hamilton ennusti kartiotaitumisen matemaattisesti, ja kaksi kuukautta myöhemmin Trinity Collegen fysiikan professori Humphrey Lloyd todisti sen kokeellisesti, mikä teki Hamiltonista maailmankuulun. Koejärjestelyssä valokartio näkyy kirkkaana ohuena renkaana valokartiota leikkaavalla tasolla.

Vuonna 1839 Poggendorff havaitsi, että kyseinen valorengas itse asiassa muodostuu kahdesta renkaasta, joiden väliin jää pimeä alue. Vuonna 1905 Voigt selitti tämän ilmiön teoreettisesti. Vuonna 1941 Raman havaitsi, että pitkällä etäisyyksillä valokartio supistuu pisteeksi. Belsky ja Khapalyuk mallinsivat vuonna 1978 valokartion hienorakenteen matemaattisesti, mutta vasta 1997 Warnick ja Arnold kehittivät numeerisen menetelmän, jolla Belskyn-Khapalyukin yhtälöt voidaan ratkaista. Tällöin löytyi sisemmästä Poggendorffin renkaasta vielä oma matemaattisesti ilmenevä hienorakenteensa. Ei kuitenkaan ole pystytty valmistamaan niin säännöllisiä kiteitä, että tämäkin hienorakenne saataisiin kokeellisesti näkyväksi.

Kartiotaitumista on tutkittu kohta kaksisataa vuotta, mutta kumma kyllä sille ei ole keksitty merkittävää käyttöä optisissa laitteissa. Hannoverissa toimiva yhtiö Vision Crystal Technology AG tarjoaa Hamiltonin juhluvuoden kunniaksi 10 000 euron palkinnon sille, joka keksii parhaan kartiotaitumisen sovelluksen.

Vuonna 1834 tutkimuksessaan *On a General Method in Dynamics* Hamilton esitti sittemmin Hamiltonin funktiona tunnetun suureen, jolla on erittäin keskeinen merkitys mekaniikassa. Hän päätyi dynamiikan uuteen teoriaan soveltamalla samantapaisia metodeja, jotka aikaisemmin olivat johtaneet karakteristiseen funktion optiikassa.

Matemaattisiin yksityiskohtiin on tässä turha mennä. Riittääköön todeta, että Hamiltonin mekaniikka on monissa tilanteissa käyttökelpoinen vaihtoehto aikaisemmin tunnetulle Lagrangen mekaniikalle. (Hamiltonin funktio on itse asiassa Lagrangen funktiosta muodostettu Legendren muunnos.)

Vuonna 1835 Dublinissa pidetyssä British Association for the Advancement of Science'n kokouksessa Hamilton puhui aiheesta *Algebra as the Science of Pure Time*. Irlannin varakuningas ("Lord Lieutenant") aateloi hänet valtiomiehalla Trinity Collegen kirjastossa, kuuluisassa Long Hallissa, pidetyssä seremoniassa. Vuonna 1837



Hamilton valittiin Irlannin Kuninkaallisen Tiedeakatemiaan puheenjohtajaksi. Hän oli myös Berliinin, Pariisin, Torinin ja Yhdysvaltain tiedeakatemioiden jäsen. Aivan erityisesti Hamilton arvosti Pietarin keisarillisen tiedeakatemiaan hänelle myöntämää kirjeenvaihtajajäsensyyttä – ottaen huomioon, että hänen maansa oli silloin sodassa Venäjää vastaan! (Siihen aikaan totisesti osattiin olla sodassakin herrasmiehiä.) Kumpi kyllä Hamiltonia ei sen sijaan koskaan valittu Royal Societyn jäseneksi.

Kvaterniot

Optiikan ja dynamiikan töidensä lisäksi Hamilton teki tärkeitä keksintöjä algebran alalla.

Matematiikan kulttuurihistoriassa on tullut kuuluisaksi kävelyretki, jonka Hamilton teki maanantaina 16. lokakuuta 1843. Hän oli vaimonsa kanssa menossa tiedeakatemiaan istuntoon, kun Broughamin sillalla yhtäkkiä – niin kuin hän on asiaa kuvannut – hänestä tuntui ”kuin sähköinen virtapiiri olisi sulkeutunut ja kipinät lyöneet sen läpi”. Hamilton oli keksinyt kvaternioalgebran, joka voidaan ilmaista yksinkertaisella kaavalla:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

Hän kirjoitti kaavan heti muistikirjaansa, joka on säilynyt, ja varmemmaksi vakuudeksi kaiversi sen veitsellä myös Broughamin sillan kupeeseen.

Kvaternioilla tarkoitetaan lukuja

$$q = a + bi + cj + dk,$$

missä a, b, c, d ovat tavallisia reaalityyppisiä lukuja ja kirjaimet i, j, k ”imaginaariyksikköjä”, jotka noudattavat em. kvaternioalgebraa. Kvaterniot antavat tavan muodostaa neliulotteiseen avaruuteen kertolasku, jossa ei ole nollanjakajia. Toisin sanoen, jos kahden kvaternion tulo on nolla, niin ainakin toinen tulontekijöistä on nollakvaternio. Nollanjakajattomia kertolaskuja on olemassa vain ulottuvuuksissa 1 (reaaliluvut), 2 (kompleksiluvut), 4 (kvaterniot) ja 8 (oktoniot), joten kysymyksessä oli hyvin harvinaislaatuinen uuden algebrallisen rakenteen löytäminen. Kvaterniokertolasku ei ole vaihdannainen, mikä aikanaan tuntui merkilliseltä. Algebrallisesti kyseessä on ns. vinokunta (*skew field*). Nimen ’kvaternio’ Hamilton keksi Apostolien tekojen jakeesta 12:4, jossa kerrotaan neljän nelimiehisen roomalaisen sotilasvartioston (*four quaternions of soldiers*, Kuningas Jaakon Raamatun käännöksen mukaan) vartiointeen Herodeksen vangitsemää Pyhää Pietaria.

Bloomsday ja Broomsday

Broughamin silta, joka sijaitsee muutaman kilometrin päässä Dublinin keskustasta, tunnetaan nykyisin nimellä Broomen silta; taksiosoitte on Broomsbridge Road. Silta on kaunis kaksikaarinen kivisilta. Toisen kaaren ali virtaa Royal Canal ja toisen alittaa Dublinista Galwayhin johtava rautatie. Hamiltonin alkuperäinen grafiti on jo hävinnyt, mutta vuonna 1958 Irlannin Kuninkaallinen Tiedeakatemia kiinnitti siltaan muistolaatan, jonka paljasti Irlannin presidentti Eamon De Valera.

Irlannin kulttuurihistoriassa on olemassa kaksi kuuluisaa kävelyretkeä: Humanistisella puolella muistellaan joka vuosi 16. kesäkuuta James Joycen romaania *Odyseus* (suom. Pentti Saarikoski), jonka päähenkilö Leopold Bloom lähti kävelyretkelle 16. kesäkuuta 1904. Suuren romaanin koko maailma sisältyy tuohon yhteen päivään, joka tunnetaan nimellä ”Bloomsday”. Kyseisenä päivämääränä on Dublinissa joka

vuosi karnevaali, jolloin pukeudutaan menneen maailman asuihin ja monin tavoin juhlitaan Joycea. Äskettäin on luonnontieteellisellä puolella keksitty, että Hamiltonin kävelyretkestä saadaan vastaavanlainen vuotuinen juhlapäivä nimellä "Broomsday". Maynoothin yliopisto järjestää joka vuosi 16. lokakuuta Hamiltonin jalanjäljissä kävelyretken, joka suuntautuu Dunsinkin tähtitornilta Broomen sillalle. Viime aikoina Broomsday on muuttunut hyvinkin arvovaltaiseksi tapahtumaksi. Esimerkiksi vuonna 2003 Broomsdayn kunniavierana oli Fermat'n suuren lauseen todistaja Andrew Wiles, vuonna 2004 Fieldsin mitalin voittaja Timothy Gowers ja vuonna 2005 fysiikan nobelisti Steven Weinberg.

Bloomsdayn ja Broomsdayn lisäksi kolmas muistamisen arvoinen irlantilaispäivämäärä on tietysti Pyhän Patrickin päivä 17. maaliskuuta.

Traaginen loppu

Kvaterniot olivat kuitenkin tuhoisa käänne Hamiltonin uralla. Keksintö on merkittävä, mutta Hamilton luuli sitä vielä todellisuutta paljon merkittävämmäksi. Hän arveli kvaternioiden olleen "1800-luvun puolivälissä yhtä merkittävä keksintö kuin fluxiolaskenta 1600-luvun lopussa". Toisin sanoen Hamilton vertasi itseään Newtoniin, jonka fluxioista kehittyi nykyaikainen differentiaali- ja integraalilaskenta. Hamilton uskoi voivansa luoda jotain samankaltaista neljässä ulottuvuudessa. Hän käytti kvaternioiden tutkimiseen elämänsä viimeiset 22 vuotta ja kirjoitti niistä kokonaisia kirjoja kuten *Lectures on Quaternions* (1853) ja postuumina ilmestyneen 800-sivuisen *Elements of Quaternions* (1866), mutta nykypäivän silmin katsottuna teosten kiinnostava sisältö on vähäinen. Samat laskelmat osataan nykyisin tehdä yksinkertaisemmin muilla menetelmillä.

Hamilton oivalsi, että kvaternioiden avulla voidaan yhdistää aika ja avaruus neliulotteiseksi aika-avaruudeksi. Se oli sinänsä suuri oivalus. Hän runoili: *And how the one of Time, of Space the three / Might in the chain of symbols girdled be.* Hamilton uskoi, että kvaternioiden kielellä voitaisiin löytää ja parhaiten ilmaista luonnon keskeisimmät lait. Valitettavasti näin ei kuitenkaan ole. Esimerkiksi Einsteinin suppeampi suhteellisuusteoria (1905) kirjoitetaan kyllä neliulotteisessa aika-avaruudessa, mutta kvaternioita siinä ei tarvita, vaan Minkowskin avaruus, jossa on vain yksi imaginaariyksikkö, riittää.

Loppujen lopuksi kvaternioiden vinokunta on kyllä tärkeä algebrallinen käsite, mutta neliulotteisessa geometriassa, differentiaalilaskennassa saati fysiikassa sillä ei ole ollut niin keskeistä merkitystä kuin Hamilton oli kuvitellut. Kvaterniot olivat aikansa muotivillitys, joka johdatti kokonaisen matemaattisten fyysikkojen sukupolven harhateille. Lordi Kelvin piti kvaternioita suoranaishana kirouksena ("*unmixed evil*"). Tänä päivänä kvaternioita tosin käytetään esimerkiksi avaruusalusten ohjailussa, koska niiden avulla voidaan kätevästi esittää kolmiulotteisen avaruuden kiertoja. Syy kvaternioiden käyttöön tässäkin yhteydessä on kuitenkin vain se käytännöllinen seikka, että kvaterniokertolasku on numeerisesti stabiilimpi kuin matriisikertolasku.

Neljässä ulottuvuudessa on paljon tutkittu erilaisia kvaternioanalyysin malleja. Hamiltonin jälkeenkin tutkijoiden haaveena on ollut saada aikaan neliulotteinen vastine kahdessa ulottuvuudessa loistavasti toimivalle kompleksianalyysille. Kahdessa ulottuvuudessa funktio on analyyttinen, jos se toteuttaa Cauchyn–Riemannin yhtälöt. Vuonna 1935 sveitsiläinen Fueter esitti näiden yhtälöiden tietynlaisen yleistyksen neljässä ulottuvuudessa. Tällöin kuitenkin yksinkertaiset potenssifunktiotkaan eivät ole Fueter-analyyttisiä eikä Fueter-analyyttisiä funktiota voida kertoa keskenään uuden Fueter-analyyttisen funktion saamiseksi, joten teoria ei johda oikein mihinkään.

Kvaternioiden löytyminen itse asiassa oli julmaa kohtalon ivaa: niistä tuli Hamiltonille pakkomielte, joka ajoi hänet mielenterveyden rajamaille. Elämänsä loppuvaiheessa Hamilton alkoholisoiutui (mikä totta puhuen ei ole Irlannissa aivan epätavallinen kohtalo). Hän myös köyhtyi ja erakoitui papereidensa keskelle. Näin maalaili E. T. Bell kirjassaan *Matematiikan miehiä*:

"Sekasorto hänen papereissaan oli osoituksena niistä vaikeista kotiolosuhteista, joissa hän vietti viimeisen kolmanneksen elämästään. Lukematon joukko päivällisastioita, joissa oli kuivuneiden, koskemattomien kyljysten jäännöksiä, löytyi hautautuneena korkeiden paperipinojen alle. Ruoka-annoksia, jotka olisivat riittäneet pitkäksi aikaa suurelle perheelle, kaivettiin esiin kaaoksen keskeltä."

Hamiltonin jälkeensä jättämä paperivuori oli niin valtava, että sen toimittaminen kootuiksi teoksiksi valmistui vasta vuonna 2000, ja Hamiltonin kirjeenvaihdon toimittaminen jatkuu yhä.

Jälkimmäine

Vuonna 2005 William Rowan Hamiltonia on juhlinut koko Irlanti. Hänelle on omistettu 48 sentin postimerkki, 10 euron kolikko ja eritoten Trinity Collegen uusi matematiikan tutkimuslaitos Hamilton-instituutti, joka avattiin syyskuussa. Instituutin kotirakennuksen nimi on Hamilton Building, mikäpä muukaan.

Hieman naurettavaa tässä on se, että kilpaillevassa Maynoothin yliopistossa, joka sijaitsee 20 km Dublinista länteen, oli perustettu vastavaanlainen Hamilton-instituutti jo vuonna 2001. Trinity College on protestanttien ylläpitämä, Maynooth taas katolisten, ja Irlannissa kun ollaan, kumpikin uskoo olevansa maan johtava yliopisto. Niinpä Hamilton-instituuttejakin tarvitaan kaksi. Tosiasia kuitenkin on, että Hamilton itse oli protestantti ja Trinity Collegen professori.

Hamilton kuoli 2. syyskuuta 1865. "Hän rakasti työtä ja totuutta" lukee kreikaksi hänen haudallaan Mount Jeromen hautausmaalla Dublinissa. Hamiltonin elämä oli kuin traaginen sinfonia, mutta hänen jälkimainettaan ei horjuta mikään. Varsinkin Hamiltonin mekaniikka on metodisesti kauaskantoinen keksintö, jonka kautta Hamiltonin nimi elää kaikkialla matemaattisen fysiikan kirjallisuudessa. Ilman Hamiltonin mekaniikkaa meillä ei olisi tänä päivänä esimerkiksi kvanttimekaniikkaa. Viime aikoina myös Hamiltonille niin rakkaat kvaterniot ovat tehneet merkillisen comebackin fysiikkaan: kvaternioalgebra esiintyy hyper-Kählerin monistojen teoriassa, jota taas tarvitaan "kaikenselittävässä kaiken teoriassa" eli M-teoriassa.

Hamilton oli yksi niitä 1800-luvun suuria neroja, joiden työlle nykyajan tieteellis-teknologinen maailmankuva rakentuu. Hänkin joutui kuitenkin puolustamaan työnsä merkitystä oman aikansa tyhmeliineille:

"...mitä hyötyä tähtitieteestä sitten on? Toisin sanoen meiltä kysytään, miten sen avulla voi tienata rahaa? Mitä aistillisia nautintoja siitä saa? [...] Onko koko elämä alistettava kaupankäynnille ja markkinoille? Eikö ole mitään muita mielihyvän ja mielenkiinnon kohteita kuin aistillisia? Eikö muita kuin ulkonaisia ja materiaalisia haluja ja tarpeita? Olemmeko me täällä vain syömistä, juomista ja kuolemista varten?"

Kirjoittaja on matematiikan dosentti Jyväskylän yliopistossa. Hän osallistui Dublinin Trinity Collegessa 3.-10. syyskuuta 2005 Hamiltonin juhlavuoden merkeissä pidettyyn British Association for Advancement of Science'n tiedefestivaaliin sekä uuden Hamilton-instituutin avajaisiin 5. syyskuuta.

KIRJALLISUUTTA

- Bell, E. T.: "Irlantilainen tragedia: Hamilton", ss. 337–357. teoksessa E. T. Bell, *Matematiikan miehiä*, suom. Helka ja Klaus Vala, Porvoo: WSOY, 1963. [Tämä artikkeli on hauska kirjoitettu, mutta monin tavoin epäluotettava.]
- Hamilton, Sir William Rowan: *The Mathematical Papers*, Vol. 1: *Optics* (1931), Vol. 2: *Dynamics* (1940), Vol. 3: *Algebra* (1967), Vol. 4: *Geometry, Analysis, Astronomy, Probability and Finite Differences, Miscellaneous* (2000), Cambridge: Cambridge University Press.
- Graves, Robert Perceval: *Life of Sir William Rowan Hamilton, I-III*, Dublin: Hodges, Figgis & Co., 1882, 1885, 1889. Uusi painos: New York: Arno Press, 1975.
- Hankins, Thomas L.: *Sir William Rowan Hamilton*, Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1980.
- O'Donnell, Sean: *William Rowan Hamilton. Portrait of a prodigy*, Dún Laoghaire: Boole Press, 1983.
- Trinity Collegessa vaikuttava oppihistorioitsija David R. Wilkins ylläpitää Hamiltonista laajaa nettijulkaisua <http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Hamilton/>.