

Luvut – olennainen osa kulttuuriamme

Risto Vilkkö

Graham Flegg (toim.): *Lukujen historia. Sormilla laskemisesta tietokoneisiin.* Art House 2002. 320 sivua.

Graham Fleggin toimittaman *Lukujen historian* taustalla on englantilaisessa The Open Universityssa 1980-luvulla järjestetty laajalle opiskelijajoukolle suunnattu matematiikan historian opintokokonaisuus. Fleggin lisäksi opettamiseen ja kirjoittamiseen osallistuivat B. L. van der Waerden, M. Folkerts, E. Neuenschwander ja S. H. Hollingdale. Flegg käsitteli kurssilla yhdessä van der Waerdenin kanssa alkeellisia ja kehittyneempiä laskutapoja, kymmenkantaisia lukusanoja, sekä erilaisia laskemisen apuvälineitä. Van der Waerden opetti myös kirjoitettujen lukujen, murtolukujen ja erilaisten laskumenetelmien historiaa. Folkerts osallistui kirjoitettuja lukuja ja Neuenschwander erilaisia laskumenetelmiä käsittelevään opetukseen. Hollingdale valmisti yksin ylimääräisen kurssijakson otsikolla ”Matematiikka ja ihminen”.

Kurssin pohjalta toimitettu teos (*Numbers Throughout the Ages*, 1989) koostuu vastaavasti

johdannosta ja viidestä luvusta, joissa käsitellään laskemisen ja lukujärjestelmien kulttuurihistoriaa (19-83), lukuihin, lukusanoihin ja laskemiseen liittyviä kielitieteellisiä seikkoja (85-110), erityisesti hindulais-arabialaisten numeroiden historiaa ja leviämistä (111-182), murtolukuja ja laskutoimitusten suorittamista erilaisissa järjestelmissä (183-237), sekä laskemisen apuvälineitä helmitaulusta tietokoneeseen (237-284). Käsillä olevaan suomenkieliseen laitokseen on liitetty suomalais-ugrialaisten kielten professorin Ulla-Maija Kulosen kirjoitus suomalaisista ja suomalais-ugrilaisista lukusanoista.

Kuten jo edellä mainitusta ilmenee, *Lukujen historian* yleisilme on pikemminkin käytännöllinen kuin teoreettinen. Siinä ei tarkastella esimerkiksi luvun käsitettä tai laskemisen analyysin kehitystä. Käytännönläheinen kulttuurihistoriallis-kielitieteellinen painotus tehdään lukijalle selväksi heti kirjan alussa:

”Tämä kirja kertoo juuri luvuista niiden monissa ilmenemismuodoissa. Mielenkiinto ei [...] kohdistu lukujen abstrakteihin matemaattisiin

ominaisuuksiin, vaan käytännön ongelmiin, miten laskea lukumääriä, kirjoittaa lukuja ja suorittaa yksinkertaisia laskutoimituksia. [...] painotetaan erityisesti lukujen [...] kirjoittamiseen käytetyn kymmenjärjestelmän historiaa, sen alkuperää ja kehittymistä nykypäiviin saakka” (13). Loppuhuomautuksissa muistutetaan vielä erikseen, että ”muiden aiheiden, kuten erilaisten laskutapojen, kirjanpitosauvojen, murtolukujen, abakuksen, tietokoneiden jne. ensisijainen tarkoitus on ollut asettaa [kymmenkantaisen lukujärjestelmän] historia oikeaan perspektiiviin.” (283).

Flegg korostaa myös, ettei hänen toimittamansa teos edes pyri tarjoamaan täydellistä selvitystä lukujen historiasta. Hänen mukaansa *Lukujen historia* tarjoaa oikeastaan vain perustan lukujen tutkimukselle kulttuurin näkökulmasta (13). On tärkeätä, ettei tämä näkökulma jää lukijalle epäselväksi. Muussa tapauksessa hän voi turhaan ihmetellä, miksi matemaatikkojen kirjoittamasta lukujen historiaa käsittelevästä teoksesta ei löydy sanaakaan esimerkiksi Fregen, Dedekindin, Peanon, Russellin tai Whiteheadin saavutuksista luonnollisen luvun käsitteen analysoimiseksi. Myös laskemista tarkastellaan vain erilaisten käytäntöjen ja välineiden yhteydessä. Ilmeisesti siitä syystä myös Churchin ja Turingin perustavat tulokset on jätetty tarkastelun ulkopuolelle. Nämä valinnat ja rajaukset ovat hyvin perusteltuja ja hyväksyttäviä lukuun ottamatta osiata, jossa tarkastellaan automaattisten laskukoneiden kehitystä. Palaan tähän aiheeseen myöhemmin.

Lukujärjestelmät

Laskemisen ja siihen liittyvien lukujärjestelmien historia on kulttuurihistoriamme kiinnostavimpia aiheita. Kuten Flegg kirjoittaa:

”Se on jo itsessäänkin mielenkiintoinen, mutta lisäksi se liittyy läheisesti myös matematiikan historiaan ja yleiseen tieteen historiaan. Hyvä lukujärjestelmä, joka tekee mahdolliseksi ilmaista suuria lukuja puheessa tai kirjoituksessa, on olennainen edellytys aritmetiikalle, algebralle, tähtitieteelle, fysiikalle ja monelle muulle tietelle” (14).

Jokaisessa lukujärjestelmien varhaishistoriaa tarkastelevassa tutkimuksessa on tavalla tai toisella osallistuttava köydenvetoon niin sa-

notun diffuusiohypoteesin ja riippumattoman kehityksen hypoteesin välillä. Edellisen mukaan jokainen lukujärjestelmä on ainutlaatuinen keksintö, joka on aikojen saatossa levinnyt kansojen keskuudessa. Kirjoittajien mukaan tätä oletusta tukee moni historiallinen ja empiirinen tosiasia. Epäselvissä tapauksissa tutkijat ovat kuitenkin usein taipuvaisia harkitsemaan myös riippumattonta kehitystä, jonka mukaan useampi kansa on ehkä keksinyt saman laskemista helpottavan periaatteen toisistaan riippumatta. *Lukujen historiassa* painotetaan diffuusiohypoteesia vaikka Flegg myöntää, että riippumattoman kehityksen oletus voi tuntua intuitiivisesti houkuttelevammalta (15). Hyvät lukujärjestelmät ovat kuitenkin harvinaista keksintöjä, joilla on taipumus levitä myös muiden kansojen käyttöön ja syrjäyttää samalla alkeellisempia menetelmiä. Lisäksi hänen mukaansa riippumattoman keksinnön puolesta on selvästi vaikeampi löytää sitovia kiistattomiin tosiasioihin perustuvia todisteita. Kirjansa johdannossa Flegg kuitenkin korostaa, että ”muutkin hypoteesit, varsinkin riippumaton keksintö, ovat myös mahdollisia” (16). Lukujärjestelmien historiaa käsittelevän luvun lopussa sävy on kuitenkin jo jyrkempi. Riippumattoman keksinnön oletusta ei ”hylätä täydellisesti” vaikka sitä selvästi pidetään joksikin arvottomana: ”riippumattoman keksinnön kannattajat tuntuivat enimmäkseen pitävän oletustaan itsestään selvänä ja etsivät sitten sen puolesta hyvin spekulatiivisia psykologisia todisteita. Nämä selitykset pyrkivät selvittämään, mitä esi-isämme ajattelivat tuhansia vuosia sitten, eivätkä mitkään historialliset tosiasiat tue niitä” (82). Fleggin ja van der Waerdenin argumentit ovat huolellisesti perusteltuja ja uskottavia.

Merkintätapojen juuret kaukana

Lukujen historiassa korostetaan luonnollisesti hindulais-arabialaisten numeroiden ja kymmenjärjestelmän kehityshistoriaa muinaisista ajoista aina näihin päiviin saakka. Kirjan neljäs luku sisältää laajoja lainauksia Carl Boyerin tärkeästä kirjoituksesta ”Fundamental Steps in the Development of Numeration” (1944). Boyer luettelee hyvän merkintätavan viisi tärkeintä ominaispiirrettä (129-139): (1) se on lyhyttä ja helppoa kirjoittaa; (2) kirjoitetut merkit ovat luettavissa nopeasti, helposti ja yksiselitteisesti; (3) se soveltuu hyvin laskutoimitusten suorittamiseen; (4) se on mahdollisimman yhdenmukainen; ja (5) se ei ole liian vaikea hallita.

Näiden kriteerien valossa ympäri maailman vakiintunut kymmenkantainen järjestelmä hindulais-arabialaisine numeroineen on tietenkin aivan ylivoimainen verrattuna moniin muihin sekä menneisiin että nykyisiin järjestelmiin, joita myös Fleggin kirjassa esitellään. Boyer kuitenkin muistuttaa, että myös meidän järjestelmästä löytyy parantamisen varaa. Kokonaislukujen kymmenkantaisen merkintätavan täydentäminen kuusikymmenkantaisilla murtoluvuilla on esimerkiksi aiheuttanut, kuten hän kirjoittaa, ”järjettömän tilanteen, joka näkyy hyvin selvästi omista kulma- ja aikayksiköissämme. Yhdenmukaisuus, tiukka pitäytyminen merkintätavan mukaiseen kantalukuun, on yksi tyydyttävän luku- ja mittajärjestelmän pääkriteereistä. Tästä lainkaan piittaamatta kymmenkantainen yhteiskuntamme sietää edelleen sellaisia kummajaisia kuin New Yorkin pörssin kahdeksankantaisia murtolukuja” (136).

Boyer huomauttaa lisäksi, että vaikka numeromerkkimme historia ei ulotu hyvällä tahdollakaan kuin tuhannen vuoden päähän, merkintätapamme juuret ulottuvat huomattavasti kauemmas menneisyyteen. Hänen mukaansa sen, joka keksi käytössämme olevan merkintätavan, ei tarvinnut kehittää uusia periaatteita sillä järjestelmämme kaksi perustekijää tunnettiin jo ainakin neljä tuhatta vuotta sitten: *paikkamerkintä* otettiin käyttöön babylonialaisessa sivilisaatiossa ja jo muinaiset egyptiläiset ennakoivat toista, *kasakonekoodausta*, jota Aleksandrian kreikkalaiset hyödynsivät tehokkaasti. Tehtäväksi jäi vain, kuten Boyer sanoo, näiden periaatteiden ”liittäminen yhdeksi järjestelmäksi, jossa kumpaakin käytettäisiin täysin hyväksi, olipa järjestelmä sitten kymmenkantainen tai ei” (139).

Lukujen historian kirjoittajat tuntuvat hyväksyvän Boyerin näkemykset ainakin pääosin ja muistuttavat vielä myöhemmin – murtolukujen ja laskutoimitusten yhteydessä – että vaikka monet kirjassa esille nostetuista historiallisista järjestelmistä ovat meille vieraita, eräissä tapauksissa niillä on jopa yllättävän läheisiä yhteyksiä omiin menetelmiimme (228). Esimerkkeinä jälkimmäisen kaltaisista tapauksista mainitaan egyptiläiset apuluvut, babylonialainen menetelmä yhtälöiden ratkaisemiseksi ja hindulaiset menetelmät murtolukujen käsittelyyn.

Mihin jäi Turing?

Automaattisten laskukoneiden kehitystä käsittelevässä luvussa annetaan kaikki kunnia

elektronisen tietokoneen toimintaperiaatteen kehittämisestä John von Neumannille ja hänen 1940-luvulla johtamalleen amerikkalaiselle työryhmälle (275). On totta, että ensimmäinen digitaalinen elektroninen tietokone rakennettiin 1940-luvun puolivälissä Pennsylvanian yliopiston sähkötekniikan laitoksella von Neumannin ja John Presper Eckertin johdolla. Niin ikään pitää paikkansa, että pian koneen valmistumisen jälkeen von Neumann laski julkisuuteen suunnitelmaluonnoksen, jossa esiteltiin perustava yhä vielä hänen nimeään kantava looginen tietokonemalli.

Lukujen historiassa jätetään kuitenkin mainitsematta, että hänen mallinsa perustui englantilaisen Alan Turingin aikaisempiin tuloksiin ja erityisesti hänen yleiskäyttöisen laskijan matemaattiseen malliinsa vuodelta 1936. *Time*-lehdessä esiteltiin vuosituuhannen vaihtuessa (29.3.1999) kaksikymmentä 1900-luvun merkittävintä tieteentekijää ja ajattelijaa – Turing heidän joukossaan. Valintojen perusteluissa Turingin ja von Neumannin saavutuksista sanottiin osuvasti seuraavaa:

”Käytännöllisesti katsoen kaikilla tämän päivän tietokoneilla, aina kymmenen miljoonan dollarin supertietokoneista kännyköiden ja elektronisten pehmolelujen pikkuruisiin siruihin saakka on yksi yhdistävä tekijä: ne kaikki ovat ”von Neumannin koneita” eli muunnelmia siitä tietokoneen perusmallista, jonka John von Neumann suunnitteli 1940-luvulla Alan Turingin tulosten pohjalta.”

Mutta *Lukujen historiassa* Turingista ei kerrota mitään. Häntä ei mainita edes nimeltä. Tätä ällistyttävää aukkoa voi yrittää selitellä sanomalla, että Turingin tulokset tunnettiin pitkään verrat huonosti koska hän työskenteli aikoinaan Britannian sotilastiedustelun palveluksessa ja monet häntä koskevat asiakirjat olivat yksinkertaisesti salaisia. Hänen keskeiset kirjoituksensa tulivat niin sanotun suuren yleisön tietoon oikeastaan vasta 1990-luvulla hänen koottujen teostensa toimitustyön alettua kantaa hedelmää. Sitä paitsi Turingin saavutukset sivuutettiin vielä 1980-luvulla monessa muussakin teoksessa.

Tällaisia puolusteluja ei tietenkään tarvitse hyväksyä. Turingin keskeiset julkaisut ovat olleet asiantuntijoiden ulottuvilla ilmestymisestään lähtien. Hänen perustavat laskemista ja laskettavuutta koskevat tuloksensa eivät koskaan olleet salaisuuksia. Kaikenlaisiksi englantilaisen Andrew Hodgesin kuuluisa Turing-elämäkerta

ilmestyi jo vuonna 1983 (suom. *Alan Turing, Arvoitus*, Terra Cognita 2000). En keksi kunnollista selitystä sille, miksi *Lukujen historiassa* Turingista ei kirjoiteta sanaakaan. Perusteluksi ei kelpaa edes kirjan käytännöllinen yleisilme. Mainittakoon vielä, että sivulla 275 ensimmäisten Britanniassa rakennettujen tietokoneiden joukossa mainittu prototyyppi *ACE Pilot Model* perustui Turingin yksityiskohtaiseen suunnitelmaan vuodelta 1945.

Surkea automaattisia laskukoneita käsittelevä luku jättää ikävän sivumaun muilta osin mainioon ja monin tavoin valaisevaan lukukokemukseen. Siitäkin huolimatta *Lukujen historia* sopii erinomaisesti aiottuun tarkoitukseensa eli ajatusten herättäjäksi niille, joita kiehtovat luvut ja niihin liittyvät asiat ja myös (tai ehkä erityisesti) niille,

joiden tehtävänä on välittää numeerista tietoa niin nuorille kuin vanhemmillekin oppilaille (17). Jokaisen matematiikanopettajan kannattaa tutustua tähän teokseen ja suositella sitä lisälukemiseksi ainakin edistyneemmille oppilailleen. Kuten Flegg kirjansa johdannossa tähdentää, ”luvut ovat olennainen osa kulttuuriamme” (17).

Ulla-Maija Kulosen kirjoittama selkeä ja perusteellinen liite suomalaisista ja suomalais-ugrilaisista luvuista ja lukusanoista (s. 285-301) tukee hyvin teoksen muita kielitieteellisiä tarkasteluja.

Hannu Karttusen asiantuntevassa ja sujuvasa käänöksessä ei ole huomautettavaa.

Kirjoittaja on Suomen Akatemian tutkijatohtori logiikan historian alalta.