

Massa och energi – än en gång

Matts Roos

Martti Pekkanen och Jukka Maalampi har fört en diskussion om dessa begrepp, mass och energi, senast i *Tieteessä tapahtuu* 7/2001, 1/2002, 2/2002 och 3/2002 utan att uppnå samförstånd. I all korthet (och utan att referera till vem som sagt vad) vill jag därför klargöra situationen.

Einsteins speciella relativitetsteori bygger på två postulat:

- (i) mätresultat i olika referenssystem, som rör sig med konstant hastighet v i förhållande till varandra, måste vara identiska;
- (ii) ljusets hastighet i vacuum är densamma, c , i alla referenssystem.

Postulatet (i) kan också formuleras så, att mätbara storheter bör vara invarianta under Lorentz-transformationer.

Härav följer att naturlagarna måste skrivas med hjälp av fyr-vektorer i en fyr-dimensionell rymd-tid. Till exempel avståndsvektorn \mathbf{r} med komponenterna x, y, z får en nollte (eller fjärde) komponent ct , där t är tiden. Impulsmomentvektorn $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ i tre-rymden för en partikel med vilomassan m får en nollte komponent E/c i fyr-rymd-tiden där E är den totala energin. Skalärprodukter av fyr-vektorer är då invarianta under Lorentz-transformationer, till exempel fyr-impulsmomentvektorn P skalärmultiplicerad med sig själv ger den invarianta fyr-skalären

$$P^2 = (E/c)^2 - (gm\mathbf{v})^2 = (gmc)^2.$$

Här använder jag beteckningen g för den relativistiska tidskorrektionen, som är det inversa värdet av kvadratroten för $1 - (v/c)^2$. Ur denna ekvation ser man att varken E eller $m\mathbf{v}$ är invarianta, endast P^2 och mc är det. Ekvationen ger omedelbart relationen mellan massa och energi,

$$E^2 = (gm)^2 c^4 + (gmvc)^2.$$

Einsteins relation $E = mc^2$ gäller således endast i partikelns vilosystem, $v = 0$.

Låt mig ge ett praktiskt exempel på detta. En proton med massan m och laddningen Q som cirkulerar med hastigheten v i en synkrotron med radien r , kan endast hållas i sin cirkulära bana med hjälp av ett magnetfält med tätheten B . Villkoret för att magnetkraften och centrifugalkraften skall kompensera varandra är

$$B = mv/Qr.$$

Varje gång protonen passerar en accelererande station ökar dess hastighet, och B måste ökas av en fysiker i sitt vilosystem. Banlängden mellan två accelererande stationer är fast, låt oss säga d . För fysikern har protonen hastigheten $v = d/t$, där t är den tid protonen behöver för att tillryggalägga banlängden d . Men om hastigheten v är en väsentlig fraktion av ljusets hastighet kommer en observatör som färdas med protonen att mäta den relativistiskt förkortade tiden t/g , så att B måste ökas till värdet

$$B = gm\mathbf{v}/Qr.$$

Man kan lätt missförstå formeln så att man tror att massan ökar med hastigheten från m till gm .

Men så är det inte, den relativistiska faktorn g är en korrektion till en tidsmätning.

Diskussionen mellan Pekkanen och Maalampi kom också in på frågan om ljus har massa. Då går vi från den speciella relativitetsteorin till allmänna relativitetsteorin och kovariansprincipen. Einstein sökte ett sätt att omformulera Newtons andra lag invariant, vilket inte låter sig göra, men han gjorde en gissning. Den gissningen går ut på att materiens massa och tryck är relaterade till rymd-tidens geometri på ett synnerligen komplicerat sätt. Ljusstrålar följer alltid den kortaste vägen, men i närvaro av massa eller tryck är den kortaste vägen inte rätlinjig, den är en geodetisk kurva i den krökta rymd-tiden. Om man vill kan man säga att ljuset har massa och attraheras av massa, men det är bara en omskrivning av att ljuset följer en geodetisk kurva. Den här problematiken har ingenting

att göra med den föregående diskussionen om den speciella relativitetsteorin.

Skribenten är emeritus professor i partikelfysik vid Helsingfors universitet.