



Matematiikan platonistinen perinne

Osmo Pekonen

John D. Barrow: *Lukujen taivas. Art House 1999.*
Suomentanut Risto Vilkkö englanninkielisestä alkuteoksesta *Pi in the Sky*. 440 sivua.

Bertrand Russellin mukaan matematiikka on tieteenala, jossa "emme koskaan tiedä mistä puhumme emmekä myöskään pitääkö sanomamme paikkansa". Siispä tarvitaan matematiikan filosofiaa. Koulukuntia on ollut paljon, mutta nykyisin kolme tärkeintä niistä ovat formalismi, intuitionismi ja platonismi. Näitä kaikkia esitellään tasapuolisesti John D. Barrowin suomennetussa teoksessa, mutta tekijän omat mieltymykset ovat platonistisia, kuten varsinkin kirjan viimeisestä luvusta "Platonismin taivaassa" käy ilmi.

Formalisti pyrkii aksiomatisoimaan matematiikan. Hän uskoo, että kaikkiin - tai käytännössä lähes kaikkiin - matematiikan ongelmiin lopulta löytyy looginen ratkaisu. Itse matemaattinen todistaminen on formaalia kielipeliä, pohjimmiltaan vain loogista tautologiaa, jolla ei ole sen syvällisempää merkitystä. Formalistin huoneentauluksi sopisi David Hilbertin hautakirjoitus: *Wir müssen wissen. Wir werden wissen*. Hilbert itse uskoi näin, kunnes Kurt Gödelin kuuluisa epätäydellisyyslause (1931) horjutti formalismin perusteita. Gödel osoitti, että jokaisen aksiomajärjestelmän puitteissa voidaan konstruoida myös totuusarvoltaan ratkaisemattomia väittämiä. Gödelin aikaansaamasta filosofisesta kriisistä huolimatta suurin osa käytännön matemaatikoista silti jatkaa edelleen arkipäivän formalisteina näkemättä tieteenalassaan tarvetta sen syvällisempään filosofointiin.

Intuitionismi, jonka perusti L. E. J. Brouwer, on vaihtoehtoinen lähestymistapa matematiikan aksiomatiikkaan, mutta sen selittäminen maallikolle ei ole aivan helppoa. Pelkkä viittaus sanaan 'intuitio' on tässä yhteydessä harhaanjohtavaa, koska intuitionismissa on kysymys lähtökohdiltaan sangen teknisistä asioista. Ideana kuitenkin on, että intuitionisti hyväksyy vain sellaiset matemaattiset konstruktiot, jotka voidaan johtaa äärellisiä päättelyketjuja käyttäen ja turvautumatta "intuition vastaisiksi" katsottuihin aksiomiin kuten valinta-aksiomaan tai edes kolmannen pois suljetun lakiin. Brouwerin ja Hilbertin yhteentörmäys 1920-luvulla kuuluu matematiikan historian kuuluisimpiin oppiriitoihin, mutta Brouwerin veroista karismaattista keskushenkilöä ei intuitionismin perinnönjakajille ole sen koommin löytynyt.

Kun formalismi on osoitettu epätäydelliseksi ja intuitionismi jäänyt pois muodista, vallitsevana matematiikan filosofiana on jäljellä oikeastaan vain platonismi, josta seuraavassa enimmäkseen puhumme. Leikillisesti voidaan sanoa, että platonistit ovat matemaattikkoyhteisön "tosiuskovaisia". Kuten kaikissa uskonyhteisöissä tosiuskovaisia on kuitenkin vain vähän.

Matemaatikkojen suuri enemmistö koostuu pikemminkin agnostikoista. He jatkavat käytännössä formalisteina ja ovat haluttomia ottamaan henkilökohtaista kantaa platonismin herättämiin suuriin - monien mielestä liian suuriin - kysymyksiin. Lisäksi on olemassa intuitionistien pieni, eksentrisen ja joskus äänekäskin lahko.

Platonismin perustajaksi voisi luulla Platonia, ja niinhän asia toki onkin, mutta vuosisatojen ajan platonismi oli antiikin perinnön osana itsestäänselvyys, jota ei tarvinnut muotoilla erityiseksi opinkappaleeksi. Matemaattisesta platonismista on alettu vakavammin puhua vasta 1900-luvulla, kun on katsottu tarpeelliseksi reagoida formalismin ylilyönteihin. Barrowin mukaan sanaa 'platonismi' olisi matematiikan yhteydessä ensimmäisenä käyttänyt Paul Bernays vuonna 1934. (Varmaan jokin varhaisempikin käyttöyhteys löytyisi?)

Verhottu todellisuus

Vakaumuksellinen platonisti uskoo, että matemaattiset oliot ovat tosiolevaisia sinänsä. Ne ovat ikuisesti olemassa jossain toisessa, muuttumattomassa ja ihmisestä riippumattomassa todellisuudessa eli "lukujen taivaassa". Niinpä platonistin mielestä matematiikassa ei varsinaisesti koskaan keksitä mitään, vaan ainoastaan löydetään tai paljastetaan platonisen



todellisuuden rakenteita. Matematiikan tehtävänä on "vain" raottaa ideoiden maailmaa verhoavaa huntua, mutta tämä ei ole niinkään helppo tehtävä, koska vain harvat ja valitut onnistuvat kurkistamaan hunnun taakse.

Joissakin muissa kielissä keksimisen ja löytämisen verbit on erotettu toisistaan selkeämmin kuin suomessa. Esimerkiksi englanniksi *invent* ja *discover*, saksaksi *erfinden* ja *entdecken*, ranskaksi *inventer* ja *découvrir* jne. Näissä kielissä filosofinen ajatus 'peitteen poistamisesta' sisältyy jo käytettyyn sanastoon.

Eugene Wignerin lentävä lause "matematiikan käsittämättömästä tehokkuudesta luonnontieteissä" kuuluu ikuisuusasioihin, joita jokainen filosofisesti suuntautunut matemaatikko ja fyysikko joskus on pohdissellut. "Matematiikan kielen soveltuvuus luonnonlakien muotoiluun on ihme, jota emme ymmärrä, ja ihmeellinen lahja, jota emme ole ansainneet." (Wigner) Jo Galileo Galilei tiesi, että luonto on matematiikan kielellä kirjoitettu kirja, jonka ymmärtämiseksi on opetettava matematiikan aakkoset.

Taivaankappaleista alkeishiukkasiin kaikki tuntemamme fysikaaliset objektit totelevat muutamia yksinkertaisia luonnonlakeja, mikä sinänsä on jo kyllin merkittävää. Vielä merkittävämpää kuitenkin on se, että ihminen kykenee luonnonlakeja lukemaan, tutkimaan ja tulkitsemaan. Eikö näet olekin syvästi ihmeellistä, että paperille tai liitutaalulle piirtämämme, näennäisesti silkan mielikuvituksen synnyttämät matematiikan abstraktit koukerot ylipäänsä voivat vastata jotain todellista fysikaalisessa maailmassa? Miten on selitettävissä, että ihmisen sisäisen ja ulkoisen todellisuuden välillä vallitsee niin tarkka vastaavuus? Einsteinin sanoin:

"Kuinka voi olla, että matematiikka, joka lopulta on kuitenkin vain ihmisen ajattelun tuotetta ja jolla ei ole mitään itsenäistä olemassaoloa, soveltuu niin ihailtavan hyvin reaalitodellisuuden objekteihin?"

Onko matematiikka ihmismielestä nousevaa vai päinvastoin ihmismieleen saapuvaa tietoa? Miksi matematiikan historiassa näkyy ikään kuin kehityksen suuntaa osoittava vektori, joka on jopa riippumaton yksittäisistä matemaatikoista? Mistä johtuu, että varsinkin matematiikan vanhemmassa historiassa samat matemaattiset käsitteet riippumattomasti keksittiin samanaikaisesti useammalla taholla?

Nykyisin asioiden yhtäaikainen keksiminen ei ole suurikaan ihme, koska tehokkaat uudet viestintävälineet kuten internet yhdenmukaistavat kaikkien samalla alalla toimivien tiedemiesten ajattelua. Ammennamme kaikki samasta lähteestä, mutta onko lähde jo saastunut? Ennen pitkää saatamme turtua uskomaan, että ainoa transsendentti metatodellisuus on sähköinen kyberavaruus: internetissä vellova ihmiskunnan kollektiivisen kokemuspääoman meri. Virtuaalitodellisuuksien vahvat illuusioiden saattavat lopullisesti surkastuttaa kykymme kuvitella matemaattisia ideaalimaailmoja muuten kuin digitaalisina simulaatioina. Toisaalta saattaa käydä niinkin, että lometodellisuuden tulo kokemuspääomamme osaksi kilpailemaan reaali maailman kanssa päinvastoin terästä filosofista huomiokykyämme ja havahduttaa meidät ontologisesta uneliaisuudestamme.

Universaalikieli

Voimme myös tehdä ajatuskokeen, jossa kuvittelemme toisilla taivaankappaleilla mahdollisesti asuvia matemaatikkoja. Ehkäpä jonain päivänä saamme heihin yhteyden ja kuulemme, ovatko he päätyneet samoihin matemaattisiin totuuksiin kuin me? Se olisi vahva todiste platonistisen ideaalimaailman itsenäisen olemassaolon puolesta. Ajatuskokeemme ei ole aivan pelkkää tieteiskuvitelmaa, onhan ulkoavaruuteen singotuissa luotaimissa mukana ekstraterrestriaaleille osoitettuja yhteydenottokapseleita, joissa kerrotaan nimenomaan Maapallolla saavutetuista matemaattisista tuloksista.

Suunnitelma kommunikoinnista humanoidien kanssa ensimmäiseksi juuri matematiikan avulla on perusteltu, koska ainakin tällä planeetalla matematiikka on pisimmälle kehittynyt universaalikieli, jonka ihmiskunnan kulttuurievoluutio on tuottanut. Matematiikan kielellä on mahdollista viestiä yksiselitteisesti yli kaikkien kulttuurillisten, uskonnollisten ja rodullisten rajojen; voimme olla yhteydessä jopa toisten aikakausien kanssa. Pythagoras, Eukleides ja Arkhimedes tuntuvat kollegoilta, joiden tieteellinen työ on edelleen täysin

relevanttia. Matematiikan merkinnät ovat aikojen kuluessa vaihdelleet, mutta siitä huolimatta "7" tarkoittaa meille pohjimmaltaan samaa kuin "VII" tarkoitti Julius Caesarille.

Tiedämme, että fyysikaalinen maailmankaikkeus on dynaaminen. Avaruusaian geometria muuttuu koko ajan, luonnonlait muuttuvat, ja ehkäpä niiden mukana jopa luonnonvakioitkin. Platonisti sen sijaan voi todeta tutkimiansa matemaattisten olioitten olevan kotoisin toisesta maailmasta, jossa "ei ole muutosta, ei vaihteen varjoa". Fysikaalisille luonnonlaeille tunnusomaista on, että niissä esiintyy parametrinä aika. Matematiikka sen sijaan on ajasta riippumatonta. Matematiikan avulla päinvastoin aikakin voidaan ottaa tutkimuskohteeksi. Matematiikkaa käyttäen voimme mielikuvituksessamme tunkeutua avaruusaian sellaisille vyöhykkeille, jotka ovat kaukana meistä ja joista emme voi saada empiiristä informaatiota, vaikkapa hamaan alkuräjähdykseen tai loppuromahdukseen.

Mutta jos matematiikka on ajatonta, onko se ikuista? Platonistin mielestä on ilmiselvää, että matematiikan totuudet olisivat olemassa, vaikka maailmassa ei olisi koskaan ollut ensimmäistäkään matemaattikkaa. Esimerkiksi Pythagoraan lause oli epäilemättä voimassa jo ennen Pythagorasta, aivan niin kuin se on voimassa vielä nytkin kun Pythagoras on kuollut. Saman logiikan mukaan kateettien neliöiden summa oli yhtä kuin hypotenuusan neliö jo ennen koko Maapallonkin syntymää. Mutta oliko Pythagoraan lause - ja koko matematiikka - olemassa myös ennen koko maailmankaikkeuden syntymää? Mikä siinä tapauksessa oli sen "kantaja"? Platonistista metaforaa käyttäksämme, onko matematiikka osa luomakuntaa vai pikemminkin luomistyötä tehneen demiurgin ominaisuus? Jääkö matematiikka yhä vain jäljelle sittenkin, kun koko fyysikaalinen maailmankaikkeus on hävinnyt, tähdet sammuneet ja viimeiset matemaatikot matkanneet manan majoille?

Viimeistään tässä vaiheessa kyselymme on saanut uskonnollisen luonteen. Jos vaihtaisimme sanan 'matematiikka' tilalle sanan 'Jumala', huomaisimme kyselevämme samoja kysymyksiä, joita uskonnolliset ihmiset ovat kyselleet maailman sivu. Joidenkin matemaatikkojen mielestä havainto on kiusallinen, onhan täysin rationalistinen maailmankatsomus matemaatikon jokapäiväistä leipää. Matematiikka jos mikä on järkitiede, ja sen pitäisi siis tieteiden kartalla sijaita niin kaukana teologiasta, uskonnosta ja mystiikasta kuin suinkin mahdollista. Matematiikassa on kuitenkin omat fundamentaaliongelmansa, joiden analysointi viimeiselle rajalle mentäessä helposti saa uskonnollis-mystisen sävyn.

Kaiken teoria

Perimmäisiin kysymyksiin vääjäämättä kytkeytyvä mystiikka on tehnyt comebackin myös nykyfysiikassa paljonpuhuttuun Kaikenselittävän Kaiken Teorian hahmossa. "Jos kadulla pysäyttää hiukkasfysiikon, on suuri mahdollisuus joutua kuuntelemaan, miten yksinkertainen, symmetrinen ja kaikinpuolin elegantti onkaan tämä maailmankaikkeudeksi nimittämämme otus." (Barrow) "Kaiken Teoria" (tai vaatimattomammin M-teoria, ks. *Tieteessä tapahtuu* 4/1999) on eittämättä platonismiin kuuluva ajatusrakennelma, jonka perusobjektit, ns. braanit, ovat puhtaasti matemaattisia olioita. Niiden kuvitteleminen fyysikaalisina objekteina on kyseenalaista, sillä braanien häviävän pienen, Planckin suuruusluokkaan kuuluvaksi oletetun koon ja Heisenbergin epätarkkuusperiaatteen vuoksi niitä ei periaatteessakaan ole mahdollista tutkia empiirisesti. Kyseessä on kokonaan matematisoitu teoria, jonka tutkimuksessa idealistiset kriteerit, kuten teorian kauneus, ovat suuntaa-antavia. On siis palattu antiikin luonnonfilosofiaan: etsimään platonisen demiurgin luomaa kauneinta ja parasta maailmaa.

Näin pitkälle kehittynyt idealismi tuntuu olevan räikeässä ristiriidassa samaisten hiukkasfysiikkojen toisissa yhteyksissä julistaman kategorisen materialismin kanssa. Esimerkiksi Kari Enqvist on moneen kertaan todennut: "En usko minkään muun kuin fyysikaalisen aineen olemassaoloon." Mutta uskovatko hiukkasfysikot näin ollen edes M-teorian olemassaoloon? M-teoria tuskin koostuu fyysikaalisesta aineesta, ja tuskin sitä myöskään on "kirjoitettu" fyysikaaliseen aineeseen, joten enqvistiläisen luonnonfilosofian mukaan sitä ei siis varsinaisesti liene olemassa, ei ainakaan pysyvästi. Ainoa olemassaolon muoto, joka M-teorialle jää, on formalistinen eksistenssi fyysikkoyhteisön sisäisenä, aikaan sidottuna kielipelinä ja niiden muutamien huippufysiikkojen keskinäisenä sopimuksena, jotka M-teorian edes osittain kykenevät

ymmärtämään. Ihmisestä riippuvainen Kaikenselittävä Kaiken Teorian olemassaolo tuntuu platonistista kuitenkin filosofisesta epätydyttävältä jo tilapäisyytensä vuoksi. Auringon sammuessa M-teoriakin on tuomittu hukkumaan ja unohtumaan aurinkokuntamme viimeisten fyysikkojen mukana. Mikä sen jälkeen selittää kaiken?

Platonismin credo

Platonismi on tavallaan ainoa karveesille jäänyt matematiikan filosofia, joka ei ole vielä saanut täystyrmäystä. Onko platonismi siis matemaatikon ainoa oikea maailmankatsomus - vai hyppääkö jostain vielä uusi yllättävä filosofinen haastaja kehiin? Aika näyttää, mutta tieteenhistorian tässä vaiheessa platonismin puolestapuhujiksi voidaan ainakin vyöryttää arvovaltainen joukko suuria nimiä, ennen muita itse Platon. Seuraavat sitaattit ovat vain reunamerkitöjä Platonin teoksiin - kuten koko länsimaisen filosofian historian sanotaan olevan! Kiinnostavaa on panna perille, että monet sitaattit ovat samalla eräänlaisia uskontunnustuksia; niihin sisältyy sana uskon, credo.

"Uskon, että matemaattinen todellisuus on olemassa meidän ulkopuolellamme ja että meidän tehtävämme on etsiä ja havainnoida sitä. Uskon myös, että ne teoreemat, jotka olemme todistaneet ja joita sanomme mahtipontisesti 'omiksi luomuksiksimme', ovat vain muistiin merkittyjä havaintojamme. [...] 317 on alkuluku. Ei siksi, että ajattelemme niin tai koska meidän mielillämme sattuu olemaan tietty rakenne, vaan koska se on niin - koska matemaattinen todellisuus on siten rakennettu." (G. H. Hardy)

"En usko, että luvut ja analyysin funktiot olisivat meidän sielujemme sattumanvaraisia luomuksia. Uskon niiden olevan olemassa meidän ulkopuolellamme aivan samalla välttämättömyydellä kuin objektiivisen todellisuuden aineellisetkin oliot." (Charles Hermite)

"Logiikan periaatteet ja matemaattisen tiedon objektit ovat olemassa riippumatta mielestä; mieli vain tajuaa ne." (Bertrand Russell)

"Vaikka joukko-opin objektit ovatkin aistikokemuksen tavoittamattomissa, meillä on kuitenkin jotain havainnon kaltaista myös niistä. Tästä on osoituksena se, miten aksioomat pakottavat meidät hyväksymään itsensä tosina. En näe mitään syytä, miksi meidän tulisi luottaa vähemmän tällaiseen havaintoon, so. matemaattiseen intuiitioon, kuin aistihavaintoihin, jotka saavat meidät rakentamaan fysikaalisia teorioita ja odottamaan, että aistihavainnot noudattaisivat niitä jatkossakin, ja kaiken lisäksi uskomaan, että nykyisin ratkeamattomalla kysymyksellä on merkitys ja ratkaisunsa mahdollisesti tulevaisuudessa. Joukko-opin paradoksit aiheuttavat matematiikalle tuskin sen enempää harmia kuin aistiharhat fysiikalle." (Kurt Gödel)

"Ei voi välttyä vaikutelmalta, että matemaattisilla kaavoillamme on riippumaton olemassaolonsa ja oma järkensä ja että ne ovat viisaampia kuin me, jotka olemme ne löytäneet. Niissä tuntuu olevan enemmän kuin mitä me olimme niihin panneet." (Heinrich Hertz)


"Melestäni moderni fysiikka on selvästi kallistunut Platonin kannalle. Aineen pienimmät rakenneosat eivät ole fysikaalisia objekteja tavallisessa mielessä; ne ovat muotoja ja ideoita, joita voidaan johdonmukaisesti tutkia vain matematiikan kieltä käyttäen." (Werner Heisenberg)

"Uskon, että milloin tahansa mieli havaitseekin matemaattisen idean, se on yhteydessä Platonin matemaattisten käsitteiden maailmaan. [...] Matemaatikkojen välinen ajatustenvaihto on mahdollista vain jos jokaisella heistä on suora yhteys totuuteen; jos jokaisen tietoisuus pystyy havainnoimaan tai 'häkemään' matemaattisia totuuksia välittömästi." (Roger Penrose)


Onko matematiikka spiritismiä?

Mutta miten ihmismieli voi päästä yhteyteen yliaistillisen platonisen todellisuuden kanssa? Ei mitenkään, vastaavat kuorossa Kari Enqvist ynnä muut skeptikot. Platonismi toimii hyvin kaunopuheisena metaforana, mutta jos ideoiden maailmaa aletaan ajatella kovin konkreettisesti, päädytään epäilyttävään mielikuvaan matematiikasta jonkinlaisena spiritisminä. Eihän matemaatikko sentään liene kuin meedio, jonka työ syntyy henkimaailman innoittamana automaattikirjoituksena?


Emme voi todistaa, että yhteyden saaminen platonisiin sfääreihin olisi mahdollonta, mutta joka tapauksessa sen täytyy




olla hyvin vaikeaa, koska todella uutta luovia matemaatikoita on kunakin aikakautena ollut hyvin vähän, oikeastaan vain kourallinen. Alalla työskentelevien suuri enemmistö tyytyy vain muokkaamaan, täydentämään, soveltamaan, kommentoimaan tai kopioimaan suurten mestarien töitä. Todella uusia ideoita syntyy matematiikassa vain aniharvoin. *Une idée, c'est si rare*, totesi Paul Valéry.



Kaikista ei tule kelvollisia säveltäjiä, maalareita tai runoilijoita, ei parhaimmalkaan tahdolla eikä parhaimmankaan koulutuksen avulla. Puuttuu sävelkorvaa, värisilmää, kielitajua... suoraan sanottuna lahjakkuutta. Onko myös matemaattinen lahjakkuus aistinkaltainen asia? Onko ilmaisukyvyyn harjaannuttaminen tällä alalla kuin jonkin sellaisen aistin terävöittämistä, joka useimmilta puuttuu lähes kokonaan? Vai onko matemaattinen intuitio rinnastettavissa mystiseen inspiraatioon, jossa tavoitellaan jotain "elämää suurempaa"?




Nämä kaikki ovat ikuisia kysymyksiä, joita Barrow pohdiskelee mielenkiintoisesti pitkässä tarinassa, jonka päähenkilöitä ovat muun muassa Brouwer, Cantor, Frege, Gödel, Hilbert ja Russell - kaikki eksentrikkoja, joista riittää värikkäitä anekdootteja. Terveen järjen tuolle puolen siirtyneet Brouwer, Cantor ja Gödel käyvät myös varoittaviksi muistutuksiksi jo Senecan tuntemasta periaatteesta: *Nullum magnum ingenium sine mixtura dementiae fuit*, "ei ole ollut suurta neroutta ilman hulluuden osuutta".




Matematiikan filosofia on luonnollisesti kokonainen oma tieteenalansa, jonka pintaa tämä teos vasta raapaisee. Vaikka tässä esittelyssä olen Barrowia mukailen sukunut platonisteja myötäkarvaan, ehkä varoituksen sanakin on paikallaan. On näet kyseenalaista, kuinka syvälle matematiikan juuriin tavallisen matematiikan opiskelijan tai tutkijan on viisasta Barrowin kirjan innoittamana porautua. Liiallisesta filosofian harrastuksesta näet voi kehkeytyä myös haitta käytännön matematiikon uralla etenemiselle. Matemaatikko voi alkaa epäillä omaa työtään liiaksi, eksyä pois tieteenalaltaan ja vajota filosofisen spekulatiion suohon, mikä ei suinkaan aina ole toivottavaa kehitystä. Voi käydä niinkin, että liian platonisesti orientoitunut matemaatikko alkaa karttaa eritoten soveltavan matematiikan vaatimaa "liikaista työtä" ja viihtyy parhaiten vain "puhtaan matematiikan" esoteerisessa maailmassa. Uhkakuva ei ole suuri, mutta tällaistaakin sattuu.


Mikä on opettajien filosofia?




Matematiikan ammattilaisesta, jonka tärkeimpänä huolenaiheena on uusien teoreemojen todistaminen, matematiikan filosofian pohdiskelu saattaa tuntua turhalta ylipäänsä. Kuitenkin meillä kaikilla alalla toimivilla on jonkinlainen matematiikan filosofia, vaikkamme olisi halukkaita sitä erityisesti julistamaan. Filosofisella perusasennoitumisella on syväiset vaikutukset esimerkiksi siihen miten matematiikkaa opetetaan koulussa. Analyysin perusasioita kuten yhtälöiden ratkaisemisesta voidaan opettaa konemaisen formalistisesti, kun taas perinteisiin euklidisen geometrian konstruktio- ja todistustehäviin tuntuisi paremmin sopivan platonistinen lähestymistapa. Topologiasta puhuttaessa taas sopisi esitellä myös intuitionismi, olihan Brouwer ennen muuta suuri topologi. Ehkä paras mahdollinen opetus toisi esiin eri puolia matematiikan filosofisesta perinteestä. Pahoin kuitenkin pelkään, että nykyisenä materialistisena aikana matematiikan opettajat eivät motivoi oppilaitaan puhumalla filosofisista kysymyksistä kuten matematiikan kauneudesta, vaan sen hyödyllisyydestä materiaalien päämäärien saavuttamiseksi. Siksi Barrowin kirja tulee tarpeeseen.



Kansainvälisen Matematiikan Vuoden kunniaksi pitäisi järjestää matemaattisten aineiden opettajien keskuudessa gallup-tutkimus, jolla selvittäisiin, onko enemmistö matematiikan opettajakunnasta filosofialtaan platonisteja, formalisteja vai jotain muuta ja minkä verran tämä käytännössä vaikuttaa matematiikan opetukseen. Tuskinpa koulukuntien tunnustuksellisia kannattajia löytyisi montakaan, mutta kyselemällä miellipiteitä Barrowin kirjan esiinnostamista asioista saataisiin varmaan mielenkiintoinen suuntaa-antava tutkimustulos.



Barrowin kirja voisi olla tajuntaa laajentava luku-elämys muillekin kuin matemaatikoille. Matemaattisten olioiden muodostamaa ideaalimaailmaa näet voidaan pitää monenlaisen muunkin filosofisen idealismin turvallisena kuivaharjoittelalueena. Elämmehän joka tapauksessa idealististen illuusioiden, uskomusten ja vakaumusten vaikutuspiirissä. Voimme testata suhdettamme esteettisten, eettisten tai uskonnollisten arvojen



ideaalimaailmoin selittämällä ensin itsellemme, uskomme edes matemaattisten olioiden olemassaoloon. Tutustuminen matematiikan filosofian värikkääseen historiaan voisi toisaalta opettaa joillekin meistä myös hyödyllistä epäilyä.

Barrow herättää henkiin ikivanhoja kysymyksiä, mutta ei luonnollisesti pyri antamaan niihin lopullisia vastauksia. Kirjan ongelmakenttä on vanha kuin taivas, joten kirjoittajan on vaikea sanoa jotain ratkaisevasti uutta. Kirjan viimeisillä sivuilla pohdiskelu sivuaa uskontoa. Barrow esittää oman näkemyksensä, jonka mukaan matemaatikon päämme on kuin kotonaan platonistisissa pilvissä, koska me itsekin olemme platonisia olentoja. Tämän sanottuaan Barrow painaa jarrua, lopettaa kirjansa ja jättää mahdolliset metafysiset johtopäätökset lukijan omalle vastuulle. Kunniallisesti oman tieteenalansa rajoissa pysyen matemaatikko voi tyytyä toteamaan Christopher Morleyn sanoin:

"Teologiani on yksinkertaisesti se, että maailmankaikkeus kyllä saneltiin, mutta jätettiin allekirjoittamatta."

Kirjoittaja on Helsingin ja Jyväskylän yliopistojen matematiikan dosentti. Hän on jäsenenä "World Mathematical Year 2000" eurooppalaisessa komiteassa.