



## M-teoria: mitä? missä? milloin?

Osmo Pekonen

**Kohta päättyvän vuosisadan suuriin avoiimiin tieteellisiin kysymyksiin kuuluu fysiikan kahden perusteorian suhteellisuusteorian ja kvanttimekaniikan yhteensovittaminen. Ongelma on luonteeltaan sekä fysikaalinen että matemaattinen. Suhteellisuusteoria ja kvanttimekaniikka kuvaavat näet fysikaalisesti aivan eri kokoluokan ilmiötä, ja myös niiden matemaattinen rakenne on täysin erilainen. Varteenotettavin ehdokas yhtenäisteoriaksi oli pitkään superjousiteoria (*superstring theory*), mutta noin vuodesta 1995 alkaen sen on syrjäyttänyt uusi teoria, joka kulkee työnimellä M-teoria.**

Yhtenäiskenttäteorian tavoitteena on yhdistää luonnon neljä tunnettua perusvoimaa: gravitaatio, sähkömagnetismi sekä vahva ja heikko voima. Tämä ei ole onnistunut tavanomaisessa 3- tai 4-ulotteisessa fysikaalisessa maailmassa, vaan "lisätilan" saamiseksi tarkasteltavaksi on jouduttu ottamaan myös korkeampiulotteisia maailmoja.

Viime vuosina on Suomessakin lukuisissa populaariartikkeleissa ja -kirjoissa, esimerkiksi Michio Kakun teoksessa *Hyperavaruus* (suom. Kimmo Pietiläinen, Art House 1996), kuvailtu *superjousiteoriaa*, jonka mukaan maailmankaikkeus on 10-ulotteinen. Tuskin tämä käsitys oli ehditty omaksua tieteen viimeisenä sanana, kun siitäkkin on jo aika luopua. Upouuden *M-teorian* mukaan ulottuvuuksien oikea lukumäärä onkin 11. Onpa niitäkkin, joiden mukaan kehitys ei pääty tähänkään, vaan M-teorian takana häämöttää vielä *F-teoria*, joka onkin 12-ulotteinen. Yksi huhu tietää teorioiden kummallisten nimien johtuvan sanoista Mother ja Father. Korkeampien ulottuvuuksien takana on jo vuosisadan mittainen tieteenhistoria, johon seuraavassa luomme pikaisen katsauksen.

### Suhteellisuusteoria

Albert Einsteinin yleisessä suhteellisuusteoriassa maailmankaikkeus on 4-ulotteinen avaruusajassa. Korkeammilla ulottuvuuksilla spekuloinen aloitti suomalainen Gunnar Nordström (1881–1923), joka oli suhteellisuusteorian kehittäjänä Einsteinin kilpakumppani. Nordström yritti ensimmäisenä yhdistää gravitaation ja sähkömagnetismin yhtenäisteoriaksi 5-ulotteisessa avaruusajassa, toisin sanoen yhden hypoteettisen lisäulottuvuuden hinnalla. Nordström oletti viidennen ulottuvuuden olevan kompaktisoitunut pieneksi ympyräksi, jollainen liittyisi tavanomaisen avaruusajan jokaiseen pisteeseen.

Jo ennen 5-ulotteista teoriaansa Nordström oli kilpaillut Einsteinin kanssa suhteellisuusteorian kehittäjänä neljässä ulottuvuudessa. Suhteellisuusteorian perusyhtälö samaistaa keskenään kaarevuuden ja materian: materian läsnäolo kaarevoittaa avaruusajan geometriaa. Einsteinin teoriassa kaarevuutta kuvataan Riccin tensorilla, kun taas Nordström käytti matemaattisesti yksinkertaisempaa skalaarikaarevuutta. Parin vuoden ajan Nordströmin teoriaa pidettiin jopa aikansa parhaana, kunnes Einsteinin teoria syrjäytti sen.

Tieteenhistoria ei muista kakkoseksi jääneitä, joten myöskään Nordströmin 5-ulotteista teoriaa ei yleensä mainita korkeampien ulottuvuuksien historiaa koskevassa kirjallisuudessa. Nordström julkaisi 5-ulotteisen teoriansa kuitenkin jo 1914, selvästi ennen historiankirjoihin jääneitä, samantapaisen ajatuksen toisistaan riippumatta esittäneitä kollegojaan itäpreussilaista Theodor Kaluzaa (1919) ja ruotsalaista Oskar Kleinia (1926). Vasta vuonna 1992 amerikkalainen tieteenhistorioitsija John D. Norton rehabiloiti Nordströmin *Archive for History of Exact Sciences* -lehdessä ilmestyneessä perusteellisessa artikkelissa.

Einsteinin ohjelmalla oli "fysiikan geometrisoiminen", jonka hän gravitaation osalta toteutti tulkitsemalla geometrian ja materian dynaamisen vuorovaikutussuhteen Riemannin monistojen kielellä. Saksalaisen Hermann Weylin puolestaan voidaan sanoa geometrisoineen sähkömagnetismin tulkitsemalla klassiset Maxwellin yhtälöt mittainvarianssin (Eichinvarianz) avulla. Nykyisin osaamme laajemman matemaattisen teorian puitteissa geometrisoida sähkömagnetismin 4-ulotteisen avaruusajan päällä annettuna säiekimppuna, jonka *rakenneryhmä* on  $U(1)$  eli 1-ulotteinen ympyrä. Rakenneryhmä kuvaa teorian symmetrioita. Sen yksi ulottuvuus ei tarkoita avaruusajan lisäulottuvuutta, vaan vastaa teorian ainokaista



kenttähiukkasta, fonia.

## Standardimalli

Myös muut luonnon tunnetut perusvoimat, nimittäin heikko ja vahva voima, osataan nykyisin geometrisoida. Ratkaisevan askeleen ottivat C. N. Yang ja R. L. Mills vuonna 1954. Merkittävää kyllä kesti vuosikymmeniä, ennen kuin heidän oivalluksensa osattiin tulkita matemaattisesti säiekimppujen kielellä, vaikka tämä teoria oli matemaatikkojen keskuudessa hyvin tunnettu jo 1950-luvulla. Vuosikymmeniä kesti outo tilanne, jossa matemaatikot ja fyysikot eivät riittävästi puhuneet toisilleen! Vasta 1970-luvulla ilmestyivät kiinalais-amerikkalaisen Shiing-shen Chernin ynnä muiden matemaatikkojen kehittämät "sanakirjat", joiden avulla matemaattiset säiekimpputeoriat ja fysikaaliset mittakentäteoriat voitiin lopullisesti samaistaa. Samat objektit kuten konnektio, kaarevuus ja karakteristiset luokat tunnistettiin molemmissa teorioissa. Keskeiseksi käsitteeksi tuli teorian symmetrioita kuvaava rakenneryhmä. Nykyisin geometrisoimme heikon (vast. vahvan) voiman säiekimpputeoriana, jonka rakenneryhmä on  $SU(2)$  (vast.  $SU(3)$ ). Edellinen on ulotteinen, jälkimmäinen 8-ulotteinen, mikä vastaa kentän virtuaalisten välittäjähiukkasten lukumäärää. Sähkömagnetismi ja heikko voima osataan yhdistää Yang-Mills-teoriaksi, jonka rakenneryhmä on  $U(1) * SU(2)$ . *Sähköheikon voiman* teorian kehittäjät Sheldon Glashow, Abdus Salam ja Steven Weinberg saivat Nobelin palkinnon vuonna 1979. Heidän teorian saatiensa sai sensaatiomaisen kokeellisen vahvistuksen, kun sen välittäjähiukkaset eli välibosonit  $W^{+}$ ,  $W^{-}$  ja  $Z^0$  havaittiin CERN:issä 1983. Carlo Rubbian johtama tutkimusryhmä, jossa oli mukana suomalaisiakin, sai Nobelin palkinnon 1984. Teoriaan kuuluvaa Higgsin bosonia ei sen sijaan ole löydetty. Aineen perusosasia ovat nykykäsityksen mukaan kvarkit ja leptonit, ja molempia on kuutta eri lajia. Vahva voima kokoa kvarkeista hadroneja. Vahvaa voimaa kuvaava teoria on *kvanttiväriydynamiikka* (QCD). Kuhunkin kvarkkiin liittyy ominaisuus nimeltä "väri" (jolla ei ole mitään tekemistä näkyvien värien kanssa). Värejä on kolme, ja havaittavia hiukkasia ovat vain sellaiset hadronit, joiden rakenneosasina olevien kvarkkien värit kumoavat toisensa. Vapaita kvarkkeja ei luonnossa havaita ("kvarkkien vankeus"). Vahvan voiman välittäjähiukkaset, kahdeksan gluonia, ovat myös värillisiä, eikä niitäkään voida havaita ("kahdeksanosainen tie"). *Standardimalliksi* sanotaan teoriaa, joka yhdistää sähköheikon ja vahvan voiman. Sitä kuvaisi säiekimppu, jonka rakenneryhmä olisi  $U(1) * SU(2) * SU(3)$ , yhteensä siis  $1 + 3 + 8 = 12$  -ulotteinen ryhmä. Standardimalli on ollut menestyksekkäs, mutta se ei kuitenkaan ole saanut lopullista kokeellista vahvistusta. Matemaattisena mallina se on epätydyttävä, koska siihen tarvitaan toistakymmentä kytkentävakiota, joiden suuruutta mikään teoria ei ennusta. Viimeinen askel olisi gravitaation yhdistäminen standardimalliin. Tämä on *a priori* ongelmallista jo siksi, että gravitaatio kuuluu makrokosmukseen, kun taas luonnon muut perusvoimat kuuluvat mikrokosmukseen. Gravitaatio on merkittävä voima vain *im grossen*, sellaisessa mittakaavassa, jossa toiset, *im kleinen* vaikuttavat voimat ovat merkityksettömiä. Gravitaatiota kuvaava klassinen teoria ei myöskään ole tavanomainen säiekimpputeoria, sillä matemaattisesti katsoen sen kenttä on metriikka eikä konnektio. Gravitaation välittäjähiukkanen gravitoni on toistaiseksi hypoteettinen. Kvanttikentäteorian tasolla gravitaation ongelmallisuus ilmenee siten, että se ei *renormalisoidu*: laskuissa päädytään äärettömiin suureisiin, joita ei muiden voimien tapauksissa tepsivillä tempuilla saada katoamaan.

## Superjousiteoria

Yhtenäisteorian aikaansaamiseksi kentäteoriaan tuotiin joskus 1970-luvulla kaksi mullistavaa hypoteesia, jotka ovat täysin vailla kokeellista vahvistusta (ja siis joidenkin toisinajattelijoiden mielestä silkkaa ironista tiedettä):

(1) **Jousihypoteesi:** Alkeishiukkaset eivät olekaan pistemäisiä, vaan Planckin mittakaavassa ( $10^{-35}$  metriä) niillä on 1-ulotteisen objektin hienorakenne. Tällaista alkeishiukkasta sanotaan jouseksi (string). (Fyysikkojen käyttämä sana säie on tässä yhteydessä huono, koska se menee sekaisin edellä mainittujen säiekimppujen (fibre bundle) kanssa.)

Jouset voivat olla joko avoimia (kuten hius) tai suljettuja (kuten silmukka). Jouset voivat värähdellä, jakautua osiin tai liittyä yhteen monin tavoin, jotka selittävät aineen moninaiset ilmenemismuodot. "Maailmankaikkeus on kuin jousiorkesterin soittama sinfonia", runoilee Michio Kaku.


(2) **Supersymmetria:** Kullakin alkeishiukkasella on olemassa superpartneri, jonka ominaisuudet ovat identtiset sen kanssa lukuunottamatta spin-lukua, joka on siirtynyt puoli yksikköä. Supersymmetrian motivaationa on halu tarkastella yhdenmukaisesti kaikkia alkeishiukkasia, siis sekä fermioneja (spin puolluku) että bosoneja (spin kokonaisluku). Tämä edellyttää matemaatikoilta supermonistojen teorian kehittämistä, toisin sanoen uudentyyppisiä avaruuksia, joissa on myös antikommutoivia koordinaatteja fermionien kuvaamiseksi. Fermionin superpartneria sanotaan sfermioniksi ja bosonin superpartneria bosinoksi. Kumpiakaan ei ole luonnosta löydetty, mutta supersymmetristen teorioiden kauneus kiehtoo tutkijoita. Kenties supersymmetria todennetaan joskus vuoden 2005 jälkeen, kunhan CERN:in uusi Large Hadron Collider valmistuu. Toisaalta ellei supersymmetriä löydy, koko teoria romahtaa.

Jos vain ensimmäinen hypoteesi otetaan huomioon ja tarkastelu rajoitetaan bosoneihin, päädytään *bosoniseen jousiteoriaan*. Jos fermionit ja supersymmetria tuodaan mukaan, puhutaan *superjousiteoriasta*. Standardimallin hiukkasista fermioneja ovat leptonit ja kvarkit, bosoneja taas kenttien välittäjähiukkaset fotonit, välibosonit ja gluonit sekä Higgsin hiukkanen. Tietenkin realistisessa teoriassa kaikkien hiukkasten on oltava mukana, mutta pelkkää bosonistakin teoriaa kannattaa tutkia "leikkikalumallina". (Omat vähäiset tutkimukseni jousiteoriasta koskevat ainoastaan bosonista teoriaa.)

Molemmat edellä mainitut hypoteesit olivat vain matemaattisten fyysikkojen ajatusleikkiä, kunnes vuonna 1984 käynnistyi superjousiteorian ensimmäinen vallankumous. Englantilainen Michael Green ja amerikkalainen John Schwarz todistivat silloin, että (super)jousiteorian *konforminen anomalia* kumoutuu kriittisessä ulottuvuudessa, joka on 26 (bosoninen jousiteoria) tai 10 (superjousiteoria). Konformisen anomalian häviäminen osoittaa, että jousiteoriat ovat *konformisia kenttäteorioita* eli niitä voidaan kuvata kompleksianalyttisesti. Tämä kaunis tulos merkitsi korkeampien ulottuvuuksien jäämistä jousiteoreetikkojen pysyväksi ihmettelyn aiheeksi. Jousiteorian ensimmäinen vallankumous huipentui Michael Greenin, John Schwarzin ja amerikkalaisen Edward Wittenin vuonna 1987 julkaisemaan kirjaan *Superstring theory I-II*. Alan johtavaksi tutkijaksi kohosi Witten, joka on pysynyt huipulla hämmästyttävän kauan. Jo vuonna 1990 hän sai matematiikan korkeimman tunnustuksen, Fieldsin mitalin. Työpaikka on sama kuin Einsteinilla, Princetonin Institute for Advanced Study. Myös fysiikan Nobelin palkinnon Witten varmaan saisi, kunhan vain jokin osa superjousiteoriasta saataisiin kokeellisesti todennetuksi. Jousien hienorakenteen häviävän pienen koon vuoksi koejärjestelyjä niiden suoraksi havaitsemiseksi on kuitenkin vaikea edes kuvitella. Toistaiseksi teoreetikkoja ohjaavat esteettiset kriteerit: supersymmetrinen matematiikka on niin eleganttia, että myös luonnon uskotaan noudattavan sitä.

Superjousiteoria johtaa paitsi avaruusajan myös rakenneryhmän ulottuvuuksien lukumäärän suhteen varsin merkillisiin ennustuksiin. Rikkoutumattomassa supersymmetrisessä jousiteoriassa pitäisi olla peräti 496 kenttähiukkasta. Kenties tällainen tilanne vallitsi välittömästi alkuräjähdyksen jälkeen, mutta nykyisessä maailmankaikkeudessa tunnemme vain 12 kenttähiukkasta (1 fotonit, 3 välibosonia ja 8 gluonia). Hypoteettinen gravitoni olisi kolmastoista hiukkanen, mikäli superjousiteoria todella sisältää myös gravitaation, kuten vahvasti näyttää.

Luku 496 on ehdottoman tarkka, eikä sitä voi muuttaa koko teorian romahtamatta. "Matematiikan käsittämätön tehokkuus luonnontieteissä" (Eugene P. Wigner) ilmenee siinä, että kaikki mahdolliset rakenneryhmät oli matemaattisessa kirjallisuudessa luokiteltu jo aikoja sitten ennen superjousiteoriaa. Niinpä luvun 496 noustua esiin voitiin heti taulukoista katsoa, että sitä vastaavia puoliyksinkertaisia Lie-ryhmiä on olemassa vain kaksi, nimittäin  $E_8 \times E_8$  ja  $SO(32)$ . Näistä edellinen on fenomenologisesti lupaavampi, koska se jakautuu kahteen  $E_8$ -tyyppiseen 248-ulotteiseen osaan, joista kumpikin reilusti riittää sisältämään standardimallin rakenneryhmän. Radikaali tulkinta  $E_8 \times E_8$ -teorian kaksijakoisuudesta on, että koko maailmankaikkeudesta olisi



olemassa kaksi kopiota, joista toinen koostuisi materiasta, toinen antimateriasta. Maailma ja antimaailma voisivat kommunikoida keskenään ainoastaan gravitaation välityksellä. Antimaailman olemassaolo kenties ratkaisisi meidän maailmankaikkeutemme tähtitieteilijöitä askarruttavan "puuttuvan massan" ongelman. Superjousiteorian rakenneryhmän tavaton suuruus havaintoihin verrattuna voidaan tulkita siten, että muutamat perusvoimista ovat jo lakanneet vaikuttamasta alkuräjähdyksen jälkeen laajentuneessa maailmankaikkeudessa.

## Kuusi perusteoriaa

Avaruusajan korkeampia ulottuvuuksia ei havaita, joten ne ovat käpertyneet kokoon jonkin tuntemattoman mekanismin vaikutuksesta. Lukija, joka tarvitsee konkreettisen mielikuvan ulottuvuuksien kompaktisoitumisesta, voi ajatella kaksiulotteista paperiarkkia. Jos se kierretään hyvin tiukaksi rullaksi, niin yksi ulottuvuus käytännössä katoaa ja jäljelle jää oleellisesti yksiulotteinen objekti. Vastaavasti siis 10-ulotteisesta avaruusajasta olisi kuusi ulottuvuutta käpertynyt kokoon (mutta kukaan ei tiedä miksi juuri kuusi!). Jokaiseen 4-ulotteisen avaruusajan pisteeseen siis liittyisi 6-ulotteinen kompakti Planckin mittakaavan kokoinen "pallero". Näiden "palleroiden" voidaan lisäksi vaatia toteuttavan eräitä lisäehtoja, jotka tekevät niistä matematiikassa hyvin tunnettuja *Calabi-Yau-monistoja*. Tällaisten hyvin erikoisten monistojen luokittelusta tuli 1980-luvulla kuumeisesti tutkittu tieteenala. Tavoitteena oli löytää yksi "muuta kauniimpi" Calabi-Yau-monisto, jonka todennäköisesti myös luonto olisi valinnut perusrakenteekseen. Tässä petyttiin pian, vaikka löydettiinkin Calabi-Yau-monistojen välisiä kauniita vastaavaisuuksia kuten ns. *peilisyymetria*: kaksi radikaalisti erilaista Calabi-Yau-monistoa voi kuitenkin kannatella samanlaista konformista kentäteoriaa. Peilisyymetristen Calabi-Yau-monistojen parejiä on tietokoneiden avulla taulukoitu kymmeniä tuhansia, mutta ei tunneta erityistä syytä, jonka nojalla yksi niistä olisi muita parempi. Myös rakenneryhmän suhteen vallitsee samanlainen epävarmuus. Jako  $E_8 * E_8$  ja  $SO(32)$ -tyyppisiin teorioihin muodostaa ensimmäisen dikotomian. Tarkempi jaottelu, jonka yksityiskohtiin emme voi mennä, erottaa kaikkiaan viisi erilaista superjousiteoriaa:

*heteroottinen  $E_8 * E_8$*   
*heteroottinen  $SO(32)$*   
*tyyppi I  $SO(32)$*   
*tyyppi II A*  
*tyyppi II B*

Koko superjousiteoria uhkaa siis hajota ainakin viiteen alatieteeseen, minkä lisäksi tulee vielä kysymys oikeasta Calabi-Yau-monistosta. Viisi erilaista "Kaiken Teoriaa" kuulostaa liialliselta, joten on luonnollista, että teoreetikot eivät pysähtyneet tähän.

Itse asiassa edellä esitetyssä korkeampien ulottuvuuksien kursorisessa historiassa on sivuutettu yksi tärkeä etappi, nimittäin *supergravitaatio* ("SUGRA"), jonka kehittivät pariisilaisen École Normale Supérieuren fyysikot Eugene Cremmer, Bernard Julia ja Joel Scherk vuonna 1978. Supergravitaatio on yleisen suhteellisuusteorian yleistys, jossa bosonien lisäksi otetaan huomioon myös Einsteinin aikana tuntemattomat fermionit. Supergravitaation erikoisuus on, että se toimii ainoastaan 11 ulottuvuudessa. Teoria joutui epäsuosioon, kun superjousiteorian vaatimien ulottuvuuksien määräksi laskettiin 10, mutta äskettäin se on tehnyt comebackin. Witten ja englantilainen Paul Townsend näet löysivät vuonna 1995 mekanismin, jonka kautta tyyppi II A superjousiteoriaan ilmaantuu yhdestoista ulottuvuus. Supergravitaatio mukaan lukien perusteorioita onkin siis kaikkiaan kuusi.

## Dualiteetit

Päättävän vuosikymmenen ehkäpä suurin keksintö teoreettisessa fysiikassa ovat *dualiteetit*, edellä lueteltujen kuuden perusteorian väliset vastaavaisuudet. Dualiteettien löytymisestä noin 1994–95 käynnistyi superjousiteorian toinen vallankumous, jonka mainingeissa parhailaan elämme. Yksinkertaisin, vanhastaan tunnettu esimerkki dualiteetista on nähtävissä Maxwellin yhtälöissä: jos sähkö ja magnetismin roolit vaihdetaan, yhtälöt pysyvät muuttumattomina – ainakin tyhjiössä. Tarkasti symmetrisiä sähkö ja magnetismi eivät

kuitenkaan ole, koska pistemäisiä sähkövarauksia luonnossa on, kun taas magneettisia monopoleja ei havaita.

Vuonna 1977 suomalainen Claus Montonen ja englantilainen David Olive julkaisivat tärkeän artikkelin, jossa spekuloiitiin mahdollisuudella yleistää sähkömagneettista dualiteettia erään heikkoa vuorovaikutusta kuvaavan mallin tapauksessa. Omana aikanaan hypoteesi jäi todistamatta, mutta 1990-luvulla se edelleen yleistettiin supersymmetriseen tilanteeseen, jossa se alkoi kantaa hedelmää. Kaunein Montosen–Oliven dualiteetin pohjalta löydetty uusi dualiteetti on *S-dualiteetti*, joka merkitsee tyypin II B teorian symmetrisyyttä klassisen *modulaariyhmän*  $SL(2, Z)$  suhteen. *Modulaarimuodoista* kannattaisikin nyt pitää matematiikan kurseja, sillä fyysikkojen keskuudessa on ilmeinen "sosiaalinen tilaus" niiden asiantuntijoille.

Toinen tärkeä dualiteetti on *T-dualiteetti*, joka on helpompi ymmärtää: T-dualiteetti syntyy, kun suljettu jousi kietoutuu yhden kompaktin ulottuvuuden ympäri. Lukija voi kuvitella ohutta kumirengasta, joka on joko yksin- tai moninkertaisesti kiedottu halkaisijaa  $L$  olevan metallisylinterin ympärille. Tällaisella jousella voi olla kahdenlaisia viritystiloja: ensimmäiset johtuvat pelkästään jousen sisäisistä värähtelyistä, toiset taas ulkoisesta kietoutumisesta sylinterin ympäri. Sisäisten värähtelyjen energiaspektri on sopivissa yksiköissä muotoa  $nL$ ,  $n=1,2,3,\dots$  ja riippuu siis vain sylinterin paksuudesta, kun taas ulkoisen kietoutumisen aikaansaama energiaspektri on muotoa  $m/L$ ,  $m=1,2,3,\dots$ , missä  $m$  on kierrosten lukumäärä. Jos sylinterin halkaisija  $L$  vaihdetaan käänteislukukseen  $1/L$ , saadaan näistä kahdesta tilanteesta siis samanmuotoiset energiaspektrit, joissa sisäisten ja ulkoisten viritystilojen roolit vain ovat vaihtuneet keskenään. Ulkopuolinen havainnoija ei tällöin voi erottaa tilanteita toisistaan.

Esimerkiksi tyypit II A ja II B ovat tarkasti T-duaalisia, joten oikeastaan ne ovat sama teoria. Hieman heikommassa mielessä myös heterootiset teoriat  $E_8 * E_8$  ja  $SO(32)$  ovat keskenään T-duaalisia, kun taas tyypin I  $SO(32)$  teorialla on olemassa vaihtoehtoinen T-duaalinen muoto.

Skaalan vaihtaminen käänteislukukseen on dramaattinen muutos, joka tekee hyvin pienestä hyvin suuren. Universumi siis voi olla samanlainen hyvin pienessä ja hyvin suuressa mittakaavassa! Kun lähestytään tiettyä kriittistä pituutta, T-dualiteetti vaihtaa jousiteorian tyypin toiseksi. Avaruusajassa olisi siis olemassa *pienin mahdollinen pituus*, jonka aliseen todellisuuteen emme edes periaatteessa voi päästä kurkistamaan. Tämän ajatuksen kauaskantoisten filosofisten seurausten täydellinen tajuaminen on vielä kesken. Jopa Heisenbergin epätarkkuusperiaate olisi kirjoitettava uusiksi. Dualiteetteja on vielä muitakin, esimerkiksi U-dualiteetti, ja uusia löytyy koko ajan. Todellisuuden periolemuksesta yksi perusteoria ei välttämättä kerro mitään, vaan systeemiä on tarkasteltava myös muiden perusteorioiden tarjoamista duaalisista näkökulmista. Dualiteettien suurin merkitys on siinä, että yhdessä teoriassa vaikea asia saattaa sopivassa duaalisessa teoriassa muuttua helpommin ymmärrettävään muotoon. Kuuluu esimerkiksi tästä on Wittenin ja amerikkalaisen Nathan Seibergin esittämä duaalinen tulkinta klassisten Yang-Mills-yhtälöiden ratkaisuväluudesta.

## M-teoria

Witten ja Townsend osoittivat 1995, että tyypin II A teoriaan itse asiassa kätkeytyy kokoonkääpertynyt yhdestoista ulottuvuus, minkä lisäksi vanhastaan jo tiedettiin, että 11-ulotteisen supergravitaation dimensionaalinen reduktio johtaa tyypin II A teoriaan. Samana vuonna Witten ja Petr Horava osoittivat Princetonissa, että myös heterootinen  $E_8 * E_8$  teoria on vastaavalla tavalla yhteydessä 11-ulotteiseen teoriaan. Sen yhdestoista dimensio voidaan nimittäin kutistaa viivaksi, joka yhdistää rakenneyhjän  $E_8$  kahta kopiota vastaavat maailman ja antimailman.

Nämä löydöt olivat kauaskantoisia. Witten tulkitsi niiden merkitsevän, että superjousiteorian edellä luetellut kuusi perusteoriaa ovatkin vain 10-ulotteisia jäänteitä 11-ulotteisesta yhtenäisteoriasta, jolle annettiin työniimi *M-teoria*. Dualiteettien verkosta hahmottuisi sittenkin vain yksi teoria, jonka rakennetta ei tosin vieläkään ymmärretä.

Kaikki ulottuvuudet nollasta yhteentoista on nyt otettava perusteellisen tarkastelun kohteiksi. Jousiteorian perusobjekti, jousen,  $p$ -ulotteista yleistystä kutsutaan paremman nimen puutteessa *p-braaniksi* (englanniksi *p-branes*).

Englanninkielinen nimi johtuu 2-ulotteisesta tapauksesta, jossa sopiva nimi on *membrane*, kalvo. Suomeksi voitaisiin tietysti sanoa myös *p-kalvot*. Kalvosta puhuminen muistuttaa, että kyseisillä objekteilla on värähtelytiloja ja että ne ovat minimipintoja tai yleisemmin solitoneja.

Avaruusajassa propagoiva  $p$ -braani piirtää  $(p+1)$ -ulotteisen maailmantilavuuden. Tämä käsite on yleistys Richard Feynmanin *maailmanviivoista* eli pistemäisen hiukkasen piirtämistä radoista 0-braanin tapauksessa. Alkuperäisellä (super)jousiteorialla ( $p=1$ ) on kaunis matemaattinen rakenne, koska propagoivan jousen piirtämä kaksikulotteinen *maailmanpinta* voidaan varustaa kompleksisella Riemannin pinnan rakenteella. Feynmanin kvantisointimenetelmän (1948) mukaisesti on sitten laskettava integraali maailmantilavuuksien muodostaman moduliavaruuden yli. Tämä on hankalaa jo tapauksessa  $p=0$ , sillä kyseinen moduliavaruus on ääretönulotteinen ja täynnä singulariteetteja. Tapaus  $p=1$  on kuitenkin poikkeuksellinen, koska se johtaa *äärellisulotteiseen* Teichmüllerin moduliavaruuteen, jossa integroiminen voidaan suorittaa hyvin määritellyn *Poljakovin mitan* suhteen. Millään muulla  $p$ :n arvolla vastaavanlainen tarkastelu ei ole mahdollinen eikä konformista kentäteoriaa saada aikaan.

Nykyisessä  $M$ -teoriassa otetaan tasa-arvoisesti tarkasteltaviksi kaikki  $p$ -braanit,  $p=0,1,2,\dots$  Kuten Witten on vitsailut, kaikki  $p$ -braanit ovat tasa-arvoisia, mutta jotkut  $p$ -braanit ovat tasa-arvoisempia kuin muut. Jouset ovat erikoisasemassa, mutta ei osata selittää miksi. Toinen tärkeä  $p$ -braanien erikoistapaus ovat amerikkalaisen Joseph Polchinskin kehittämät *D-braanit*. Kirjain  $D$  viittaa tässä Dirichlet'n reunaehtoihin, jotka mahdollistavat avoimen jousen takertumisen molemmista päätepisteistään  $D$ -braaniin. Avoin jousi voidaan tällöin itse asiassa tulkita suljetuksi jouseksi, josta  $D$ -braani vain peittää osan näkyvistä. Toisin sanoen  $D$ -braanilla voidaan ajatella olevan itseään vastaan kohtisuorassa suunnassa tapahtumahorisontti, joten  $D$ -braani on eräänlainen musta aukko tai "musta braani". Duaalisuusperiaatteen mukaisesti samat teoriat kelpaavat kuvaamaan sekä mikrokosmoksen mustia braaneja että makrokosmoksen mustia aukkoja, mikä herättää monia hämmentäviä kysymyksiä todellisuuden luonteesta. Voiko mikrokosmos sisältää makrokosmoksen?

Kun musta braani kutistuu, on mahdollista, että sen massa häviää. Eräiden teoreetikkojen mukaan tämä mahdollistaisi perinteisen matematiikan näkökulmasta mahdottomat *kvantti-geometriset* metamorfoosit: siirtymisen sileästi vaikkapa Riemannin pinnan genuksesta toiseen. (Genus tarkoittaa munkkirinkilän reikien lukumäärää, jota ei arkijärjen mukaan voi muuttaa repimättä munkkia.) Tällainen ilmiö mullistaisi algebrallisen geometrian ja analyttisen lukuteorian, jos se pystyttäisiin realisoimaan myös matemaattisesti. Ensimmäiset saavutetut heuristiset tulokset koskevat Calabi–Yau-monistojen peilisyymmetristen parien perheitä. Kaikkien mahdollisten  $p$ -braanien ja  $D$ -braanien geometrian ja topologian sekä niiden välisten dynaamisten vuorovaikutusten täydellinen kuvailu on lähes käsittämättömän valtava tehtävä, mutta ehkäpä uusien dualiteettien ja symmetrioiden löytäminen vielä supistaa sitä?

### Aika on illuusio

Tarkastelkaamme vielä konkreettisenä esimerkkinä 11-ulotteista maailmaa, joka on 9-ulotteisen euklidisen avaruuden ja 2-ulotteisen munkkirinkilä-toruksen tulo. Jos nyt 11-ulotteisessa maailmassamme annettu sopiva  $M$ -teoria kompaktisoidaan toruksen suhteen, niin voidaan päätyä tyyppin II B teorian 9-ulotteiseen osaan. Toisaalta kuten edeltä muistamme, tyyppin II B teoriolla on aina  $S$ -dualiteetti eli symmetria modulaariryhmän suhteen. Esimerkki on valaiseva, sillä  $S$ -dualiteetti saadaan tässä tapauksessa aikaan yksinkertaisesti vaihtamalla toruksen virittävät syklit keskenään. Tämä johtuu siitä, että toruksen riittää määräämään modulaariryhmä plus yksi kompleksitason ylempään puolitasoon piste, joka puolestaan voidaan samaistaa tyyppin II B teorian modulaari-invariantin parametrim kanssa. Mutta entäpä jos eläisimme edellä kuvatun kaltaisessa 9-ulotteisessa maailmassa? Mistä tiedämme, onko kompaktisointi korkeampiulotteisesta teoriasta tapahtunut 2-ulotteisen toruksen vaiko vain 1-ulotteisen ympyrän suhteen? Jos käytettävissämme olisi hyvin voimakas hiukkaskiihdytin, voisimmeko selvittää, mikä on maailmankaikkeuden "todellinen" ulottuvuuksien lukumäärä: 10 vai 11? Itse asiassa  $M$ -teoria ei anna tähän kysymykseen yksikäsitteistä vastausta, vaan todellisuuden kuvailumme riippuu käytetystä teoriasta. Yhdessä teoriassa geometriaa kuvaava kenttä voikin duaalisessa teoriassa edustaa ainetta. Dualiteetit voivat vaihtaa paitsi teorian rakenneryhmää tai supersymmetrian tyyppiä myös sen ulottuvuuksien lukumäärää. Einstein luopui avaruusajan absoluuttisesta geometriasta, mutta nyt on tullut siis aika luopua myös absoluuttisesta

topologiasta.

Terveen järjen sanelema vaatimus on aivan viime aikoihin asti kuitenkin ollut, että maailmankaikkeudessa on oltava vain yksi aikaulottuvuus, kun taas muut korkeammat ulottuvuudet kuvaavat paikkaa. Iranilais-amerikkalainen Cumrun Vafa on kuitenkin luopunut tästäkin. Hän on astunut askeleen pitemmälle ja esittänyt vaihtoehdoisen  $F$ -teorian, joka olisikin 12-ulotteinen ja sisältäisi kaksi aikaulottuvuutta!

Kaksiulotteinen aika on äärimmäisen hämmäntävä. Se johtaa moniin paradokseihin kuten mahdollisuuteen matkustaa valoa nopeammin ja siis aikakoneeseen. Olemme sitä paitsi arkielämässä tottuneet kuvittelemaan aikaa virtana, jolla on selvä suunta ja jonka kuljettamina väijäämättä ajelehdimme eteenpäin tulevaisuutta kohti. Nyt aika muuttuisi pikemminkin mielivaltaisesti aaltoilevan merenpinnan kaltaiseksi. Lukijan kuviteltavaksi jää, mitä merkitsi uskenteleminen ajan aalloilla eteen, taakse tai sivuillepäin...

$F$ -teorian olemassaoloon eivät kaikki teoreetikot kuitenkaan usko, joten lineaarisella aikakäsityksellämme on kenties vielä toivoa! Tammikuussa Beirutissa pidetyssä  $M$ -teoreetikkojen kokouksessa sain kuitenkin kuulla uutisia, jotka antoivat armoniskun ainakin minun terveelle järjelleni. Englantilainen Christopher M. Hull nimittäin osoitti, että myös  $M$ -teorian puitteissa aika voisi olla joko 2-ulotteinen tai peräti 5-ulotteinen! Lineaarinen aika olisi vain meidän massiivisten havainnoitsijoiden kokemaa illuusiota.

### Syksyllä kaikki on toisin

$M$ -teoriasta on kirjoitettu jo tuhansia artikkeleita, ja uusia ilmestyy internetissä joka päivä. Edward Wittenin vaikutusvalta on uskomaton. Pelkästään 1990-luvulla häntä on siteerattu tieteellisissä artikkeleissa yli 25 000 kertaa. Koko tieteenala on itse asiassa muuttumassa "wittenologiaksi". Maailman matemaattiset fyysikot seuraavat Wittenin jokaista käännettä kuin laumaeläimet johtajaansa. Pienintäkin häneltä saatua lappusta tai sähköpostiviestiä säilytetään pyhäinjäännöksenä, mikä on jo naurettavaa.

Viimeisin villitys on Wittenin argentiinalaisen oppilaan Juan Maldacenan löytämä uusi dualiteetti, joka paljasti kahden täysin erilaisen supersymmetrisen teorian välisen yllättävän yhteyden: 5-ulotteisen anti-de Sitter -tyyppisen gravitaation ja 4-ulotteisen kvanttiväriodynamiikan, joka ei lainkaan sisällä gravitaatiota! Mikäli Maldacenan dualiteetti toimii myös ilman supersymmetriaa, se saattaa selittää kvarkkien vankeuden (tai osoittaa, että kvarkit ovatkin vielä pienempien perushiukkasten duaaleja). Teoreetikkojen innostusta kuvaa macarena-tanssista sepitetty uusi versio "maldacena", jota alan harrastajien kongresseissa nyt tanssitaan...

Mutta kenties jo syksyllä kaikki on toisin. Tulevana kesänä nimittäin pidetään kaksi huomattavaa yhtenäisyydentähtäorian kongressia, toinen Potsdamissa 19.–24. heinäkuuta ja toinen Santa Barbarassa 26. heinäkuuta – 13. elokuuta. Niiden jälkeen koko universumi on varmasti taas kerran pantu uuteen uskoon. Sisäpiirissä tiedetään Cumrun Vafan lyöneen Wittenin kanssa jäätelötöterön verran vetoa, että "Kaikenselittävä Kaiken Teoria" löytyy kuin löytyykin vielä vuoteen 2000 mennessä.

Oma osuuteni  $M$ -teorian kehittämisessä jäänee yhteen runolliseen reunamerkintään, jonka kehtasin kerran esittää Wittenille. Nykyiselle sekaannukselle lopullisen teorian kehittämisessä nimittäin on kuvaavaa, ettei kukaan tunnu edes tietävän, mitä kirjain  $M$  sanassa  $M$ -teoria oikeastaan tarkoittaa. Ei edes muisteta, kuka moisen kummallisen nimen alunperin keksi ja miksi. Lehdissä näkee ehdotetun selitykseksi ainakin sanoja 'Magic', 'Mystery' ja 'Meta', onpa vitsailtu myös elokuvasta "M – kaupunki etsii murhaajaa".

Minä ehdotin, että Witten kastaisi teoriansa komeasti Millennium-teoriaksi, mikäli se tosiaan saadaan valmiiksi vuoteen 2000 mennessä. Asia jäi ilmeisesti askarruttamaan Witteniä, koska hän vaivautui vastaamaan huuhaa-ehdotukseeni Princetonissa 4. tammikuuta 1999 klo 09:48:20 päivätyllä sähköpostiviestillä ja lupasi tehdä parhaansa!

*Kirjoittaja on Jyväskylän yliopiston matematiikan dosentti.*