

MATEMATIIKAN OPETUKSEN IHANTEET

MATTI LEHTINEN, HEIKKI NEVANLINNA JA TIMO TOSSAVAINEN

Useimmilla meistä on pysyviä muistoja joistakin tietyistä oppiaineista ja niiden opettajapersononista. Eräitä matematiikanopettajia muistellaan vielä vuosikymmeniä heidän kuolemansa jälkeen – niin hyvällä kuin pahallakin. Nämä muistot kertovat myös siitä, millaisia odotamme opettajiemme olevan.



Monella meistä on muistoja opettajistamme, jotka ovat tavalla tai toisella vaikuttaneet opiskelu- ja työuraamme sekä käsitykseemme itsestämme jonkin oppiaineen osaajana ja oppijana. Lähes kaikki menestyneet tieteen tai taiteen harjoittajat pystyvät nimeämään jonkun opettajan, jonka opetus ja kannustus ovat merkittäväällä tavalla vaikuttaneet alan valintaan ja sillä menestymiseen. Joistakin suurista tutkijoista ja taiteilijoista on tullut suuria myös alansa pedagogeina.

Mutta yhtä lailla ihmisillä on muistoja opettajista, jotka ovat jättäneet entiseen oppilaaseen pysyvän jäljen negatiivisessakin mielessä. Tällaisia opettajia lienee ollut kaikissa oppiaineissa, mutta varsinkin monella vahvimmat muistot liittyvät oppiaineisiin, joissa menestymisen ajatellaan perustuvan erityisesti lahjakkuuteen ja muihin henkilökohtaisiin ominaisuuksiin. Tällaisia oppiaineita ovat muun muassa liikunta, musiikki ja matematiikka.

Kirjoituksemme tavoitteena on selvittää, miten matematiikanopettajuus ja sen ihanne ovat muuttuneet ajan saatossa. Tätä varten poimimme aluksi esimerkkejä matematiikan opetuksen historiasta ja esittelemme samalla eräitä suomalaisia matematiikanopettajia, joita on syystä tai toisesta muisteltu erityisen merkittävinä persoonina yli sukupolvirajojen ja jopa vuosikymmeniä heidän kuolemansa jälkeenkin. Matematiikanopettajuuden esikuvaa nykyajassa tarkastelemme luomalla katsauksen persoonallisuuden ja matematiikanopettajuuden suhdetta sivuvaan didaktiseen tutkimukseen.

On selvää, että meillä on vain rajalliset mahdollisuudet tietää, miten matematiikkaa on menneinä aikoina opetettu; videotallenteita entisaikojen matematiikan opetuksesta ei luonnollisestikaan ole olemassa. Säilyneet oppikirjat kertovat toki paljon opetuksen asiasisällöstä, mutta millaisin pedagogisin menetelmin opettajat näitä sisältöjä ovat luokkahuoneessa käsitelleet, jää paljolti arvauksen varaan. Jotakin voimme kuitenkin päätellä aikalaiskertomuksista ja jopa kaunokirjallisista lähteistä. Anekdootit, joiden kertojina on usein entisiä oppilaita, saattavat myös paljastaa, miten matematiikan opetus meni perille, mitä jäi käteen.

Matematiikan opetuksen monituhatuotinen historia

Matemaattiset opit, aritmetiikka, geometria, astronomia ja musiikki, muodostivat jo Platonin kirjaaman ”opetussuunnitelman” ylemmän osan, *quadviriumin*. Ehkäpä osin tästä syystä matematiikkaa on kautta vuosituhansien opetettu ja opiskeltu keskeisenä osana länsimaista sivistystä. Matematiikan opetuksen sivutuotteina on syntynyt monia sitä koskevia anekdootteja. Esimerkiksi Aleksanteri Suurelle selitetään, ettei matematiikkaan ole oikotietä, ja kaikkien aikojen suurimpiin matemaatikoihin kuuluva Carl Friedrich Gauss (1777–1855) laskee jo pikkupoikanaan salamannopeasti summan $1 + 2 + \dots + 99 + 100$ riistäen opettajaltaan tupakkatauton.

Käsitys siitä, että matematiikan opetus on oikeastaan tarkoitettu vain harvoille, lienee vanha. Yksi osoitus tästä on sekin, että Eukleideen *Alkeiden* ensimmäisen kirjan viides propositio, tasakylkisen kolmion kantakulmien yhtä suuriksi todistus, on kauan sitten saanut nimen *pons asinorum*, ”aasin silta”, ilmeisesti osoittamaan kohtaa, josta aasit eivät pääse yli. Oliko tämä matemaatikkojen huumoria vai matematiikkaa taitamattomien oppilaiden haukkumista, jääköön tässä yhteydessä aivoimeksi kysymykseksi.

Kuvaava on myös tähtitieteilijä Märten Strömerin (1707–70), *Alkeiden* ruotsintajan, muistokirjoitus Ruotsin 1700-luvun etevimmästä matemaatikosta Samuel Klingenstiernasta (1696–1765). Strömerin mukaan Klingenstierna ”vântade på klockslaget att slippa sin egen plåga, och slippa se den plågas, som utan håg och gåvor med vedermöda hörde på det, som han med vämjelse såg sig tolka för dem, som kanske längtade efter den dagen, att han fick glömma bort det igen”.

Bonsdorffin muistelmat

Ernst Bonsdorff (1842–1936) on 1800-luvun merkittävin suomalainen matematiikan opettaja ja opettajien opettaja. Hän toimi pitkään suomalaisen normaalilyseon matematiikan ja luonnontie-

1 ”Odotti kellonlyömää, jolloin hän pääsi kärsimyksestään ja pääsi näkemästä niiden kärsimystä, jotka vailla intoa ja lahjoja vaivaantuneina kuuntelivat sitä, jota hän vastenmielisesti yritti tulkita heille, jotka vain haaveilivat päivästä, jolloin saisivat tuon unohtaa.” Johan Sténin suomennos Osmo Pekosen ja Sténin kirjasta *Valon aika*.

teiden yliopettajana, mutta oli myös ruotsalaisen Gösta Mittag-Lefflerin (1846–1927) vakava kilpailija Helsingin yliopiston professuuria Lorenz Lindelöfin (1827–1908) jälkeen täytettäessä (Lehto 2008). Lisäksi häntä voi pitää suomenkielisen matematiikan oppikirjallisuuden isänä (Elfving 1981).

Bonsdorffin oma koulutie alkoi Heinolan ala-alkeiskoulussa vuonna 1851. Ala-alkeiskoulu oli yksityinen ja sitä seurasi nelivuotinen yläalkeiskoulu. Ajallisesti viisi vuotta vastaavat taannoista keskikoulua. Nykykatsannon mukaan matematiikan opetuksen eteneminen on ollut ilmeisen nopeaa. Bonsdorff julkaisi vuonna 1923 – 81-vuotiaana – muistelmateoksen *Elämäni varrelta*, jossa hän muistelee muun muassa tuon ajan matematiikan opetusta oppilaan näkökulmasta. Ala-alkeiskoulua, jonka rehtori ja ainoa opettaja oli maisteri Adolf Bökman (1816–59), hän kuvaa näin:

Opetus oli yhtä epäsäännöllistä kuin rehtorin elämäntavatkin. Se oli ulkolukua, läksyä ei ollenkaan valmisteltu eikä selitetty. Muistelen vielä elävästi esim. laskuopin opetusta. M.m. opetettiin oppilaille ns. päätöslaskua eli *regula de tri* (kolmen sääntö). Jos oli laskettava: ”paljonko maksaa 13 kyynärää kangasta, jos 7 kyynärän pituisesta kappaleesta vaaditaan 2 ruplaa 94 kopeekkaa”, niin piti lasku asettaa näin: 7|13-294?

Sitten tuli kertoa 13 ja 294 ja tulo jakaa 7:llä. Lasku on aivan oikea, mutta mistä syystä näin menetellään, sitä ei selitetty ja epäiltävää on, tiesikö opettaja sitä itsekkään.

Jos tehtävässä oli kääntäen verrannollisuus, ”montako lautaa menee rakennuksen laudoittamiseen, jos käytetään 6 kyynärän pituisia lautoja, kun yhtä leveitä 8 kyynärän mittaisia lautoja menisi 116 kappaletta?”, niin käskettiin asettaa: 8|6-116|.

Oikeaan tulokseen päätyminen edellytti nyt muunlaista laskutoimitusta. Kun pojat eivät ymmärtäneet, kumpaa laskutapaa tuli käyttää, niin luokan nopein laskija käytti edellistä tapaa ja tarkastutti tuloksen opettajalta. Jos tulos oli opettajan tuloskirjan mukainen, kaikki laskivat ensimmäisellä tavalla, ellei, niin kaikki käyttivät toista tapaa.

Yläalkeiskoulussa eri aineilla oli eri opettajat. Matematiikanopettajana oli August Frederik Gylden (1818–68). Bonsdorff muistaa tämän laskekennonopetusta seuratun mielenkiinnolla. Geo-

2 Nykyaikaisempi merkintätapa voisi olla $(7,294,13) \rightarrow x$. Kolmen sääntö tarkoittaa, että lopputulos saadaan kertomalla kaksi jälkimmäistä lukua keskenään ja jakamalla tulo ensimmäisellä luvulla. Esimerkin lasku perustuu siis yhtälöön $294/7=x/13$, jonka ratkaisu on $x=13 \cdot 294/7=546$, missä hinta on ilmoitettu kopeekkoina. Ks. esim. <https://thierfelder.jimdofree.com/buchanalyse/regula-de-tri/>

metriaa opiskeltiin Eukleideen mukaan ulkolukuna. Eukleideen teoksen 13 kirjasta ehdittiin käydä läpi kuusi. Opettaja sitten kertoi, että ”lopun Eukleideen geometriankirjat olivat tuhoutuneet Aleksandrian palossa, niin ettei niiden lukemisella voitaisi kiusata poikia”.

Vaikka opetus Heinolan alkeiskoulussa oli jo Bonsdorffinkin käsitysten mukaan perin takapajuista, hän sanoo siellä saaneensa intonsa matematiikan oppimiseen. Into näyttäytyi niinkin, että Bonsdorff sepitti kouluaikaan laskuesimerkkikokoelman, joka kuitenkin muistelmien kirjoituksen aikaan oli kadonnut. Lukion, Porvoon kymnaasin, matematiikan opetuksesta Bonsdorffilla ei ole muistelmissaan sanottavaa, koska hän tenttioppimäärän yksityisesti jo kolmivuotisen kymnaasiopintojensa alussa.

Kohta maisteriksi valmistuttuaan Bonsdorff sai matematiikan opettajan viran vasta perustetussa Jyväskylän seminaarissa. Opettajan tehtäviin valitut saivat tehdä pitkäkköt opintomatkat Keski-Eurooppaan ennen varsinaisen työnsä aloittamista. Bonsdorff pääsi muun muassa seuraamaan opetusta Sveitsin ensimmäisessä, vuonna 1832 perustetussa kansakoulunopettajaseminaarissa Küsnachtissa Zürichin liepeillä. Seminaarin matematiikan opetus ei saanut Bonsdorffin hyväksyntää: ”Opettaja, entinen yliopiston dosentti, luennoi kansakoulusta tulleille oppilaille ikäänkuin nämä olisivat olleet ylioppilaita, sillä seurauksella, etteivät he ymmärtäneet opetuksesta juuri mitään.” Bonsdorff, jonka tšaarin armeijan kenraaliksi edennyt Axel-veli oli opiskellut Haminan kadettikoulussa, piti myös kadettikoulun opetustapoja 1800-luvun puolivälin tienoilla nykyaikaisempina kuin ulkolukua painottaneiden oppikoulujen.

Norssin Nisse

1900-luvun ensimmäisinä vuosikymmeninä Suomen oppikoulujen matematiikan (silloisilta nimityksiltään algebra ja aritmetiikka, geometria ja trigonometria) opetusmateriaalia hallitsivat Lars Neovius-Nevanlinnan (1850–1916) laatimat oppikirjat. Larsin nuorempi veli Otto Nevanlinna (1867–1927) toimi Helsingin Suomalaisen Normaalityöseurassa (Norssi) matematiikan yliopettajana 1910–27 (Elfving 1981). Hän oli valtakunnallinen auktoriteetti matemaattisten aineiden opetukses-

sa ja oppimateriaalien suhteen (Lehto 2001). Norssissa tulevat matematiikan opettajat auskultoivat sekä saivat viimeisen pedagogisen silauksen ja pätevyuden alansa opettajaksi Nevanlinnan hyväksymän.

Otto Nevanlinna suoritti veljiensä tapaan Haminan Kadettikoulun vuosina 1880–84, missä heidän isänsä Edvard Engelbert Neovius (1823–85) oli koulun matematiikan ja kosmografian opettaja ja setä Frithiof (1830–95) koulun johtaja. Kadettikoulu oli tuolloin oppikouluun rinnastuva yleissivistävä sisäoppilaitos, jossa oli tiettyjä sotilasoppilaitteita, mutta se oikeutti myös opintojen jatkokon yliopistossa (Elfving 1981).

Salme Setälä kuvasi 1960-luvulla ilmestyneessä teoksessaan *Levoton veri* matematiikanopettajaansa Otto Nevanlinnaa seuraavasti:

Luokka jakaantui kahtia: niihin, jotka häntä jumaloivat ja niihin, jotka häntä vihasivat. Niin loistava opettaja kuin hän olikin, oli hän erinomainen opettaja niille, joille matematiikka oli helppoa – muut saivat pärjätä miten kykenivät ja heille hän jyräsi kiivasluontoisena. ... Nisse oli aivan harvinaisen hieno persoonallisuus, oikea gentlemanni, pitkä ja hoikka. Ja intresantisti ohimoilta harmaantunut, oikea koulutyön nelmiä kohde – miksei varttuneimpienkin naisten.

Kirjailija ja akateemikko Mika Waltari kertoo haastattelun perustuvassa elämäkertateoksessaan *Kirjailijan muistelmia* (1980):

Neljännellä luokalla Norssissa meille tuli matematiikan opettajaksi Otto Nevanlinna, yliopettaja, jonka vaatimukset olivat hirmuiset ja joka kylmäverisesti karsi joukosta kaikki oppilaat, joilla ei hänen mielestään ollut mahdollisuuksia matemaattiseen ajatteluun. Joillekin hän antoi kolmosen todistukseen, mikä kerta kaikkiaan katkaisi uran ja pakotti siirtymään toiseen kouluun.

Muitakin vastaavanlaisia aikalaisdokumentteja on olemassa.

Waltarin kokemukset Nevanlinnasta päättyivät myös hänen kaunokirjalliseen tuotantonsa. Romaanissaan *Palava nuoruus* hän kertoo romaanihenkilön Juhanin suulla:

Syksyllä tuli uusi matematiikan opettaja Iso-Nisse, oikea hirmu, josta yläluokkien pojat kertoivat mitä hirvittävämpiä juttuja. Nisse ei tyytynyt antamaan ainoastaan nelosia, hän antoi kolmosia todistukseen ja kokeista hän antoi joskus ison pyöreän nollan. Juhani pelkäsi hänen pitkä, punertavan harmaata olemustaan ja kylmiä, suuria jäänsinisiä silmiään jo etukäteen niin hirvittävästi, että epäonnistui kokeissa ja sai luokan huonoimpana kakkosen. Se oli numero, joka oli niin hirveä, ettei sitä uskaltanut näyttää edes äidille.

Waltarin koulutie Norssissa sai jatkoa, koska

hän sai matematiikan taitonsa kovalla työllä kohennettua niin, että hänellä oli näissä aineissa ylioppilastodistuksessa arvosana 7. Toisin kävi runoilija-kirjailija Pentti Saarikosken isälle Simo Saarikoskelle 1910-luvulla, kuten Pekka Tarkka kirjoittaa Pentti Saarikosken elämäkerrassaan (1996). Simo ei selvinnyt Normaalilyseon lasakuopin oppimääristä alaluokilla Otto Nevanlinna opettajanaan. Tarkan mukaan Nevanlinna sanoi Saarikoskelle: ”Te ette ollenkaan mitään osaatte. Te menkääte käytölliseen työhön.” Nevanlinna, vaikka olikin Suomalaisen Normaalilyseon yliopettaja, ei koskaan täysin oppinut suomen kieltä, ruotsi kun oli hänen äidinkieltensä, mikä saattoi myös haitata opetuksen ymmärtämistä. Simo Saarikosken äiti puhui poikansa puolesta, mutta Nevanlinna oli lujana: ”Jos minä puhun teidän pojalle tai tuolle kaakeliuunille, niin se on yksi ja sama. Kumpikaan ei ymmärrä matematiikasta mitään.” Saarikoski joutui siis jättämään Norssin. Hän siirtyi kolmivuotiseen kauppakouluun, josta sai hyvän todistuksen.

Nevanlinna jakoi oppilaat tyhmiin, jotka eivät ymmärrä matematiikasta mitään ja sitten niihin, joilla oli tähän oppiaineeseen jotain luontaista taipumusta. Hän todellakin jakoi huonoimmille kokeista pyöreitä nollia ja todistukseen kolmosia. ”Suutarin oppiin”, hän tokaisi niille, jotka eivät matematiikassa pärjänneet. ”Te ymmärrätte matematiikasta yhtä vähän kuin luokkahuoneen kaakeliuuni”, oli toinen Oton tuomitseva lausahdus vähän ontuvalla suomella.

Nevanlinnan rooliin tulevien opettajien kouluttajanakin liittyy runsaasti muistoja. Hän kohteli näitä auskultantteja samalla vaativuudella ja ankaruudella kuin oppilaitaan. Lehto (2004) kertoo, kuinka tuleva matematiikan professori ja koulukirjojen kärkiuudistaja Kalle Väisälä (1893–1968) ei saanut auskultointiaan hyväksytyä Nevanlinnan ollessa kriittisenä auskultointitilaisuudessa.

Maailemankuulu matemaatikko Rolf Nevanlinna kuvailee Otto-isäänsä, jonka oppilaana hän Norssin aikana oli ylimmillä luokilla: ”Isäni vaatimukset olivat tiukat, hänen ankaruutensa oli miltei legendaarinen. Sain omakohtaisesti todeta mikä loistava ja voimallinen opettaja hän oli.” (Nevanlinna, 1976.) Myös teoksessaan *Vanhempiani* (1967) Rolf Nevanlinna kertoo isästään:

Kun kirkkoherran pojan, Eino Kailan kanssa saatoimme isäni asemalle, ja junan lähtiessä isä seiso i junan ovella, viittaili meille kädellään – ja hymyili. Eino Kaila sanoi silloin minulle: ”Ihminen, joka tuolla tavoin hymyilee, pääsee varmasti taivaaseen.” Isäni hieno, henkevä hymy, ja hänen ihmeellinen, puhdas, valovoimainen katseensa ovat minua seuranneet elämäni tiellä ja minuun vaikuttaneet enemmän kuin mikään niin sanottu kasvat.

Suullinen perimätieto kertoo aivan vastakkaisesta reaktiosta, joka tuli Norssin niiltä oppilailta, jotka olivat olleet Nissen matematiikan opetuksessa ”huonoja” oppilaita. Vuonna 1927 Nevanlinna sai kesken oppituntiaan sydänkohtauksen ja menehtyi siihen paikkaan luokan eteen. Kun ruumista kannettiin paareilla ulos luokasta, niin osa oppilaista – ne huonot – taputtivat käsiään. Vaikuttaa siltä, että Nevanlinna säästi matematiikan opetuksen parhaimmat annit vain niille oppilaille, joilla oli ilmeistä taipumusta matemaattiseen ajatteluun ja jotka edistyivät opetuksessa syvällisempään suuntaan.

Väänänen kaskukokoelma

Tunnettu murrekirjailija Kalle Väänänen (1888–1960) oli luonnonhistorian ja maantieteen opettajana pisimmän aikaa viipurilaisissa kouluissa. Hän ryhtyi muutama kuukausi ennen kuolemaansa laatimaan koulukaskukokoelmaa. Aineistonaan hän käytti muistiaan ja muistiinpanojaan sekä ”muuttaman sadan” entisille oppilaille ja opettajatovereille lähetetyn kiertokirjeen tuottamaa satoa. Väänänen ei saanut työtään valmiiksi, mutta kirjailija ja opettaja Veikko O. Haakana (1923–2018) viimeisteli kokoelman, ja se julkaistiin vuonna 1962 nimellä *Koulukaskuja*. Suurin osa Väänänen materiaalista liittyy oppikoulunopettajiin ja itäsuomalaisiin kouluihin. Aika on enimmäkseen 1900-luvun alku.

Väänänen osittain oppiaineperusteella ryhmitellyssä kokoelmassa on parikymmentä otsikon matematiikka alle sijoitettua anekdoottia ja kaksi koulujen historiikeista poimittua runoa. Matematiikan opettajat esiintyvät ehkä saman verran kirjan muissa osioissa.

Teemana anekdooteissa ovat useimmin kurinpito, opettajien persoonalliset ominaisuudet tai oppilaiden virheet. Silti esimerkiksi lehtori Otto Vainikaista, joka kertomuksen mukaan on käyttänyt oppilaistaan varsin värikkäitä ja nykykäsitksen mukaan selvästi kunnianloukkauskyntsen ylittäneitä nimityksiä, muistetaan opettajana,

jonka ”matematiikantunnit ovat yläluokkalaisille muodostuneet nautintorikkeiksi hetkeksi, jotka eivät hevillä pääse muistista unohtumaan”. Olisiko niin, että toisten, kaiketi ”huonompien” oppilaiden moittiminen on kuitenkin ollut samalla ”paremmille” kannustusta?

Mukaan otetut pari runoa edustavat melko tyyppillistä matematiikkakielteisyyttä ja aineen kauhistelua. Niiden henki tuo mieleen edellä esitetyn Klingensstierna-sitaatin.

Matematiikanopettaja nykytutkimuksen valossa

Persoonallisuuden ja matematiikan opetuksen välistä suhdetta on tutkittu enemmän oppijan kuin opettajan näkökulmasta. Esimerkiksi kiinnostusta ja asennetta matematiikkaa kohtaan on pyritty selittämään yksilön yleistä persoonallisuutta kuvaavien muuttujien avulla (esim. Aiken Jr 1963; Hadfield ja McNeil 1994). Myöhempi tutkimus on kuitenkin tunnistanut aiempien oppimiskokemusten sekä oppimisyhteisöön liittyvien tekijöiden vaikutuksen merkittävämmiksi muun muassa matematiikan oppimista estävien pelkojen syntymisessä (esim. Ramirez, Shaw ja Maloney 2018). Toisaalta on näyttöä siitäkin, että geneettisillä tekijöillä on myös tässä merkittävä rooli (Wang ym. 2014).

On mielenkiintoista, että opettajan roolia matematiikan oppimisessa on tutkittu keskittyen selvästi enemmän siihen, mitä hän oppilaiden kanssa *tekee* kuin millainen hän *on* (esim. Warshaw ja Anthony 2008). Yksi selitys tälle on, että oppimistapahtuma voidaan kuvata diskurssiksi ja opettaminen tällaisen prosessin ohjaamiseksi. Silti tähän liittyy myös tutkijoiden tietoisia valintoja, koska varsinkin nykyajassa on jotenkin korrektimpaa keskittyä opettajan toimintaan kuin hänen persoonaansa. Kuitenkin jo lähtökohta, että opettajan tehtävä on luoda edellytykset oppimiskeskustelulle, johon kaikilla tulee olla mahdollisuus ja mielenkiintoa osallistua, edellyttää paljon opettajan henkilökohtaisilta ominaisuuksilta. Niinpä matematiikan didaktiikan tutkimusartikkeleissa annetaan melko usein konkreettisia ohjeita, jotka näennäisesti ovat suosituksia opetuksen toteuttamisesta, mutta jotka kuitenkin oleellisesti koskevat myös opettajan persoonallisuutta.

Esimerkiksi Warshaw ja Anthony (2008,

538–541) kuvaavat tehokkaan opettajan (engl. *effective teacher*) sellaiseksi, joka luo luokkahuoneeseen tiedon ja osaamisen jakamista edistävän ilmiympäristön. Opettajan tulee suhtautua kunnioittavasti oppilaiden kontribuutioihin, vaikka ne olisivat virheellisiäkin. Silti opettajan pitäisi pystyä kommunikoimaan selkeästi, mikä virheellisissä vastauksissa on mennyt vikaan, jotta oppilaat pystyisivät kehittämään ajatteluaan niissä kohdissa. Tämä on mahdollista vain, jos opettaja matemaattisen asiassisällön hallitsemisen lisäksi kykenee asettumaan oppilaan asemaan ja pyrkii poimimaan luokkahuonekeskusteluissa epäselvästi ilmaistut kehityskelpoiset ideat. Nykyajassa itsestään selvä lähtökohhta on, että opettajan tulee osallistaa *kaikki* oppilaat toisia kunnioittavaan matemaattisten ideoiden vaihtoon.

Tutkimus on osoittanut kiistatta, että informaalisella matemaattisella tiedolla on tärkeä rooli oppilaan matemaattisen ajattelun kehityksessä. Toisin sanoen ymmärrys matemaattisista käsitteistä ja menetelmistä kehittyi myös erilaisten mielikuvien ja arkipäiväisten ilmiöiden pohtimisen sekä arkikielen ilmaisujen kautta. Jotta opettaja pystyisi tukemaan erilaisista taustoista tulevia eritasoisia oppilaitaan, hänen pitäisi tietysti olla kiinnostunut näiden arjesta siinä määrin, että luonteva keskustelu olisi mahdollista.

Tutkimustulokset puhuvat vahvasti myös sen puolesta, että matemaattisen osaamisen kehittyminen on yksilöllisen ponnistelun lisäksi yhteisölliseen toimintaan perustuvaa. Näin ollen taitavaan opettajuuteen sisältyy kyky ohjata monella tavalla erilaisia oppilasryhmiä tavoitteelliseen ja tulokselliseen työskentelyyn. Omalla suunnitelmallisella toiminnallaan opettajan tulee siis tukea oppilaiden sitoutumista monipuolisiin työskentelytapoihin.

Itsestään selvää on, että matematiikanopettajan tulisi kyetä ottamaan huomioon myös oppilaidensa iästä ja kehitysvaiheesta riippuvat tekijät. Suurista tutkimusaineistoista näkyy selvästi, että oppilaiden kriittisyys koulua kohtaan kasvaa suuresti ala- ja yläkoulun taitekohdassa. Tämä koskee enemmän tai vähemmän kaikkia kouluaineita, mutta erityisesti matematiikassa tämä näkyy motivaation selvänä laskuna. Suomessa tyttöillä tämä kriisi näyttää menevän ohi yhdeksännellä luokalla, pojilla lukion ensimmäiseen luokan päättämiseen

mennessä (Tossavainen ja Juvonen 2013, 2015).

Suomalaiset matematiikan aineenopettajaopiskelijat tuntuvat olevan varsin hyvin tietoisia persoonallisuuden merkityksestä. Silfverberg (2004) kartoitti matematiikan (ja englannin) aineenopettajaopiskelijoiden käsityksiä opettajan työhön soveltuvuudesta. Opiskelijoiden esseissä korostuivat aineenhallinnan lisäksi kasvattajuutta tukevat persoonallisuuden piirteet ja vuorovaikutustaidot.

Persoonallisuus ja ihanne

Matematiikan opetuksen traditio vaikuttaa olleen varsin vakaa ja lähes muuttumaton monen vuosisadan ajan aina 1950-luvulle saakka. Tämä näkyy selvimmin oppimateriaalien pitkien elinkaarien kautta. Esimerkiksi Eukleideen *Alkeita* on käytetty opetuksessa yli 2000 vuoden ajan. Suomenkielisestä oppimateriaalista esimerkkinä voidaan mainita Neovius-Nevanlinnan algebran ja geometrian oppikirjat, jotka säilyivät lähestulkoon muuttumattomina koulusukupolvesta toiseen (ks. myös Tossavainen, Joutsenlahti, Merikoski ja Lehtinen 2016).

Säilyneiden anekdoottien perusteella tuolla aikakaudella näyttää myös olleen pysyvästi vallalla auktoriteettipainotteinen opettajakeskeisyys, mihin on liittynyt korostunut opetuksen vaativuus ja oppilaisiin kohdistunut ankaruus. Huomattava osa oppilaista suorastaan pelkäsi opettajaansa tai opetustilanne tuntui osaamattomuuden takia ahdistavalta. Esimerkiksi 1920-luvulla oppikouluissa tyypillisesti noin kolmanneksella oppilaista oli matemaattisissa aineissa arvosana 4 ja puolella 5 tai 6 ja lisäksi suurin osa ylioppilastutkinnossa hyläytyistä suorituksista tuli matematiikassa (Kallio 1927).

Otto Nevanlinnaan liittyvissä muistikuvissa korostuva ankaruus ei siis kerro pelkästään Nevanlinnan persoonallisuudesta vaan kyseisen aikakauden opettajaihanteesta. Vuoden 1872 Koulujärjestyksensäkin³ todetaan muun muassa, että ”Oppilas harrastakoon jumalan pelkoa ja hyviä tapoja... Rikottuaan siveyttä ja säädyllisyyttä vastaan olkoon hän opettajiansa nuhteiden ja rankaisujen alainen. Oppilaan pitää osoittaman kunnioitusta ja välttämätöntä tottelevaisuutta opettajiansa kohtaan sekä vastaanottamaan heidän ohjeitansa, varoituksiansa ja ran-

3 http://www.norssit.fi/sivut/1_8_armollinen_koulujarjestys.php

kaisujansa...” Kuten edellä nähtiin, myös useampi muistelija mainitsee opettajansa ankaruudesta arvostavaan tai suorastaan ihailevaan sävyyn.

Toisaalta jo Nevanlinnan aikalainen Bonsdorff osoittaa muistelmissaan tiedostavansa oppilaiden eri kehitysvaiheet ja sen, millaiset edellytykset heillä on ottaa vastaan opetusta eri vaiheissa. Edellä esitetyistä sitaateista on luettavissa myös se, että Bonsdorff arvostaa enemmän ymmärtämiseen johtavaa selittävää opetusmenetelmää kuin auktoriteetin varaan perustuvaa ulkolukua.

Myös Anto Leikolan muistelmateos *Matala profiili* kertoo 1900-luvun jälkipuoliskolla tapahtuvasta muutoksesta. Toinen Leikolan matematiikanopettajista Norssissa on vielä sadistisiinkin temppeihin sortuva varttunut auktoriteetti ja toinen lempeäluonteisempi mies, jota oppilaat uskaltaivat uhmata avoimestikin.

Matematiikanopettajan ihannepersonallisuus hahmottuu viime vuosikymmenten didaktisessa tutkimuskirjallisuudessa ulospäinsuuntautuneeksi, tunnolliseksi, sovinnolliseksi ja avoimeksi nuorten kokemuksille. Alapiirteinä korostuvat toisaalta aktiivisuus, älyllisyys, luotettavuus, järjestelmällisyys ja päämäärätietoisuus, toisaalta lämminhenkisyys, uteliaisuus ja suvaitsevaisuus. Jos tätä kuvaa vertaa vielä 1900-luvun alkupuolella vallalla olleeseen, ankaraan vaatavuuteen perustuvan auktoriteetin hallitsemaan kuvaan hyvästä matematiikanopettajasta, on syytä huomata, että muutos koskee ennen kaikkea aikuisten käsityksiä. Todennäköisesti oppilaat ovat aina arvostaneet opettajissaan lempeämpiä luonteen ominaisuuksia.

Nykyajan näkökulmasta menneiden vuosisatojen vaatimukset koululaisille matematiikan osalta olivat liian tiukat. On perusteltua kysyä, mitä hyötyä on sellaisesta matematiikan opetuksesta, jossa selvästi yli puolet oppilaista ei yllä edes tyydyttävään osaamiseen. Tähän ongelmaan kiinnitti huomiota jo Helsingin lyseon matemaattisten aineiden lehtori Väinö J. Kallio (1887–1944) kirjoituksessaan 1920-luvulla. Ylipäättensä matematiikan opetuksen tavoitteista, sisällöistä ja menetelmistä on keskusteltu yllättävän vilkkaasti Suomessakin jo vähintään sadan vuoden ajan.

Valitettavasti PISA- ja monet muut laajat matematiikan osaamiskartoitukset osoittavat, etteivät oppimistulokset ole juurikaan parantuneet sillä,

että entisaikojen ankaruus on korvautunut nykyajan opettajaihanteessa vastaan tulemisen ja kaikkien oppilaiden osallistamisen odotuksilla. Oppilaita, joita matematiikka ei kiinnosta tai jotka eivät usko omiin mahdollisuuksiinsa oppia sitä, ei näköjään saada kurituksen pelolla eikä edes kaveruudellakaan menestymään opinnoissaan.

Matemaattisten aineiden opettajien yhdistys MAOL ry valitsee vuosittain vuoden matemaattisten aineiden opettajan. Nimitykseen liittyvän palkinnon rahoittaa Teknologiateollisuuden 100-vuotissäätiö. Viime vuosina palkintokriteereissä on kiinnitetty huomiota muun muassa innostavuuteen, kykyyn uudistaa opetusmenetelmiä ja kytkä matematiikan opetus arkipäivään sekä tietotekniikan käytön edistämiseen. Näistä arvoista, jotka ovat löydettävissä myös Suomessa 2000-luvulla voimassa olleista opetussuunnitelmien perusteista (esim. Opetushallitus 2015, Luku 5.6) ja kansainvälisestä matematiikan opetussuunnitelmia koskevasta keskustelusta, nähdään, että matematiikanopettajuuden ihanne on jälleen jonkinlaisessa muutosvaiheessa. Teknologian käytön korostuminen tässä prosessissa on kuitenkin kansallinen piirre; esimerkiksi muissa Pohjoismaissa sen rooli vaikuttaa olevan pienempi.

Lähteet

- Aiken Jr, L. R. (1963). Personality correlates of attitude toward mathematics. *The Journal of Educational Research* 56 (9), 476–480.
- Bonsdorff, E. (1923). *Elämäni varrelta*. Arvid A. Karisto.
- Elfving, G. (1981). The history of mathematics in Finland 1828–1918. *The History of Learning and Science in Finland 1828–1918*, 4a. Societas Scientiarum Fennica.
- Hadfield, O. D. ja McNeil, K. (1994). The relationship between Myers-Briggs personality type and mathematics anxiety among preservice elementary teachers. *Journal of Instructional Psychology* 21 (4), 33–46.
- Kallio, V. J. (1927). Matematiikan opetus oppikoulussa. *Iltalehti* 28.10.1927.
- Lehto, O. (2001). *Korkeat maailmat: Rolf Nevanlinnan elämä*. Otava.
- Lehto, O. (2004). *Oman tien kulkijat. Veljekset Vilho, Yrjö ja Kalle Väisälä*. Otava.
- Lehto, O. (2008). *Tieteen aatelia – Lorenz Lindelöf ja Ernst Lindelöf*. Otava.
- Leikola, A. (2017). *Matala profiili*. Siltala.
- Nevanlinna, R. (1976). *Muisteltua*. Otava.
- Opetushallitus (2015). Lukion opetussuunnitelman perusteet. Opetushallitus.
- Pekonen, O. ja Stén, J. (2019). *Valon aika*. Art House.
- Ramirez, G., Shaw, S. T. ja Maloney, E. A. (2018). Math anxiety: past research, promising interventions, and a new interpretation framework. *Educational Psychologist* 53 (3), 145–164.
- Setälä, S. (1966). *Levoton veri: kertoelma isäni E. N. Setälän ja äitini Helmi Krohnin nuoruudesta, esivanhemmista ja lapsuuteni kodista*. WSOY.

- Silfverberg, H. (2004). Millainen opettajan tulisi olla: Opiskelijoiden käsityksiä aineenopettajantyyöhön soveltuvuudesta. Teoksessa R. Jaatinen, P. Kaikkonen ja J. Lehtovaara (toim.) *Opettajuudesta ja kielikasvatuksesta*. Tampere University Press, 98–113.
- Tarkka, P. (1996). *Pentti Saarikoski. Vuodet 1937–1963*. Otava.
- Tossavainen, T., Joutsenlahti, J., Merikoski, J. ja Lehtinen M. (2016). Merkittäviä suomalaisia matematiikan oppikirjoja ja -kirjailijoita. Teoksessa P. Hiidenmaa, M. Löytönen ja H. Ruuska (toim.): *Oppikirja Suomea rakentamassa*. Suomen tietokirjailijat ry, 217–246.
- Tossavainen, T. ja Juvonen, A. (2013). Vertailututkimus peruskoululaisten ja lukiolaisten motivaatiosta matematiikkaan ja musiikkiin. *Musiikkikasvatus – Finnish Journal of Music Education* 16 (1), 18–28.
- Tossavainen, T. ja Juvonen, A. (2015). Finnish primary and secondary school students' interest in music and mathematics in light of the enjoying studying the subject, the view of the importance, and the usefulness of the subject. *Research Studies in Music Education* 37 (1), 107–121.
- Vanhempani, 20 tunnetun henkilön muistelmia* (1967). Otava.
- Väänänen, K. (1962). *Koulukaskuja* (toim. V. O. Haakana). Karisto.
- Walshaw, M. ja Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: a review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research* 78 (3), 516–551.
- Waltari, M. (1942). *Palava nuoruus*. WSOY.
- Waltari, M. (1980). *Kirjailijan muistelmia* (toim. Ritva Haavikko). WSOY.
- Wang, Z. ym. (2014). Who is afraid of math? Two sources of genetic variance for mathematical anxiety. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 55, 1056–1064. doi:10.1111/jcpp.12224.
- Matti Lehtinen on matematiikan dosentti ja Maanpuolustuskorkeakoulun matemaattisten aineiden pääopettaja (emeritus), Heikki Nevanlinna geofysiikan dosentti ja Ilmatieteen laitoksen tutkimuspäällikkö (emeritus) ja Timo Tossavainen Luulajan teknillisen yliopiston matematiikan ja sen opetuksen professori.

TILAA TIETEELLISTEN SEURAIN VALTUUSKUNNAN UUTISKIRJE

Syyskuun lopulla julkaistaan TSV:n ensimmäinen uutiskirje. Uutiskirje on helppo tapa pysyä mukana siinä, mitä tieteen kentällä tapahtuu juuri nyt, ja saada tietoa, mitä TSV tekee tieteen puolesta.

Tilaa osoitteesta: www.tsv.fi/uutiskirje



Tieteellisten seurain valtuuskunta