

# OIKAISUJA SUOMALAISEN TIETEEN HISTORIAAN

PEKKA PERE JA JUKKA NYBLÖM

Osoitamme Gustaf Gabriel Hällströmin ja Johan Gabriel Bonsdorffin unohtetun ensimmäisen suomalaisen pienimmän neliösumman menetelmän (PNS) sovelluksen vuonna 1815. Korjaamme tieteenhistoriallisen sekaannuksen isästä ja pojasta, Gabriel von Bonsdorffista ja Johan Gabriel von Bonsdorffista.

Monista lähteistä voi saada vaikutelman, että Henrik Johan Walbeck (1793–1822) olisi ollut ensimmäinen tilastotieteellistä pienimmän neliösumman (PNS) menetelmää soveltanut suomalainen (esim. Heiskanen 1934 ja 1948, 117; Holmberg ja Sundius 2012, 45–46; Mattila 2017, 46; Pesonen 1938, 87; Yrjölä 1990, 10). Osoitamme aiemman soveltajan sekä hänen väitöskirjansa respondenttiin liittyvän sekaannuksen.

## Varhaisia PNS-sovelluksia

Ensimmäiset tietämämme suomalaisten tutkijoiden PNS-sovellukset julkaistiin Turun akatemian väitöskirjoina 1800-luvun alussa. Useimpien väitöskirjojen varsinainen tekijä oli professori, joka oli väitöstilaisuuden esimies eli preeses. Väitöskirja oli mahdollisesti noin 10–20 sivua pitkä ja osa preeseksen laajempaa tutkimusta. Julkisen puolustajan eli respondentin tehtävä oli osoittaa oppineisuuttaan puolustamalla väitöskirjaa väitöstilaisuudessa. Väitöskirjoja tehtiin erilaisia tutkintoja varten sekä tutkimusten julkaisemiseksi. Maisterinväitöskirja oli maisterin tutkinnon edellytys.

Walbeckin PNS-menetelmän sovellukset ovat tunnettuja ja kiitettyjä. Kaksi usein viitattua ovat tutkimus veden tiheydestä eri lämpötiloissa ja tutkimus maapallon litistyneisyydestä (päiväntasaaja- ja napasäteen erotuksen suhde päiväntasaajasäteeseen) meridiaanikaarien pituuksien avulla arvioituna (Walbeck 1816 ja 1819). Molemmat julkaistiin Turun akatemian väitöskirjoina.

Harvemmin mainittu on Walbeckin PNS-sovellus vuodelta 1815. Sovellus oli Turun akatemiassa 20.9.1815 esitetty maisterinväitöskirja, joka käsiteli tähdenpeittymisten ja auringonpimennysten

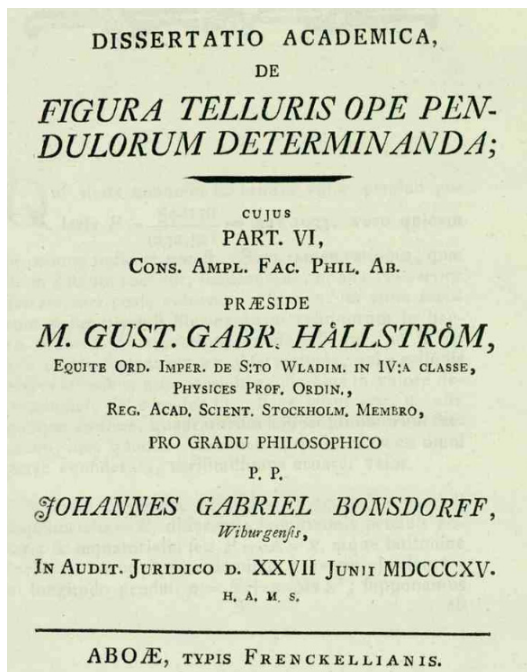
ennalta määrittämistä (Ahlstedt 1815). Sitä varten oli tarpeen saada mahdollisimman tarkka arvio maan litistyneisyydestä. Maan litistyneisyyttä oli tutkittu kolme kuukautta aiemmin myös toisessa maisterinväitöskirjassa heilureiden avulla (Hällström 1815). Walbeck otti osan tämän väitöskirjan heiluriaineistosta omassa 20.9.1815 päivätyssä väitöskirjassaan PNS-menetelmällä analysoitavaksi. Väitöksen preeses oli Turun akatemian matematiikan professori (1812–23) Johan F. Ahlstedt (1776–1823). Vaikka Walbeck oli respondentti, Anders Donner (1884) kuvaa väitöskirjaa Walbeckin työnä. Donner (mt., 534) vähättelee tätä väitöskirjaa muuten mutta kiittelee tekijän taitavuutta tuloksista maan litteydestä. Tämä tutkimus ei vielä tuonut kuuluisuutta Walbeckille.

## Ensimmäinen PNS-sovellus

Turun akatemian promootiossa 13.10.1815 Walbeckin kanssa valmistui Johan Gabriel Bonsdorff (1795–1873).<sup>1</sup> (Linsén 1815.) Hän oli ollut respondentti väitöstilaisuudessa 27.6.1815. Hänen maisterinväitöskirjansa on ensimmäinen Suomessa julkaistu PNS-menetelmän sovellus (Hällström 1815; kuva 1). Sovelluksen aihe oli maan litistyneisyyden arviointi heilureiden avulla.

Navoiltaan litistyneen maan painovoima on suurin navoilla ja pienin päiväntasaajalla. Kun tehdään oletuksia maan sisäisestä rakenteesta ja oletetaan lisäksi, että Maa on litistyneen pyörähdyssellipsoidin muotoinen, painovoima saadaan yksinkertaisen kaavan avulla. Kun leveysaste kor-

1 C. von Bonsdorffin (1944, 85) kirjaus J. G. Bonsdorffin syntymävuodesta 1794 lienee painovirhe.



Kuva 1. Johan Gabriel Bonsdorffin maisterinväitöskirjan 27.6.1815 nimiölehti. Kuva: Kansalliskirjasto.

vataan sen sinimuunnoksen neliöllä, painovoima kasvaa suoraan tämän muunnoksen suhteessa kuljettaessa päiväntasaajalta kohti napoja. Heilurin avulla voidaan mitata painovoiman suuruutta mittauspaikalla. Kun asetetaan heilahduksen kesto vakioksi (esim. 1 sekunti alkuasennosta toiseen ääriasentoon), niin heilurin pituus on verrannollinen painovoimaan. Tästä seuraa, että heilurin pituus käyttäytyy kuten painovoima siirryttäessä päiväntasaajalta kohti napoja. Havaintojen avulla arvioitavaksi jää heilurin pituuden muutosta kuvaavat kaksi tuntematonta parametria.

Bonsdorffin väitöskirjan aineisto koostui 49 heilurimittauksesta ympäri maailmaa. Suomessa mittaus oli tehty Pellossa. Koska leveysastetta ja heilurin pituutta on vaikea mitata tarkasti ja koska heilureiden pituudet pitää korjata vastaamaan mittauksia tyhjiössä ja 0 celsiusasteessa, tuntematomille parametreille ei löydy sellaisia arvoja, jotka ovat samanaikaisesti yhtäpitäviä kaikkien havaintojen kanssa. Useista mittauksista voidaan PNS-menetelmällä silti laskea tarvittavat tuntemattomat arvot. Lopullinen arvio Maan muodos-

ta saadaan soveltamalla kaavaa, joka liittyy toisiinsa painovoiman ja maan elliptisen muodon (niin sanottu Clairautin kaava).

Hällströmin ja Bonsdorffin tutkimuksen otsikko on suomeksi ”Akateeminen väitöskirja maan muodon määrittämisestä heilureiden avulla. Osa VI”. Sitä edelsi viisi (osanimeroa vaille) samannimistä väitöskirjaa. Hällström oli kaikissa kuudessa väitöskirjassa preeses; respondentit olivat opiskelijoita. Kuudes väitöskirja perustuu aikaisempien väitöskirjojen teoreettisiin tarkasteluihin ja kirjallisista lähteistä kerätyn aineiston kriittiseen tarkasteluun. Hällström ja Bonsdorff tekivät tarvittavat laskut ja saivat maan litistyneisyydelle arvion  $1/292,3$ . Sen jälkeen he poistivat aineistosta seitsemän poikkeavaa mittausta ja saivat litistyneisyyden arvioksi  $1/298,5$ . He olivat odottaneet pienempää arviota  $1/305$ , jota he perustelevat viittaamalla Jöns Svanbergin (1771–1851) raporttiin (Svanberg 1805, XXVII–XXIX) vuosien 1801–03 leveysasteen mittauksista Tornionjokilaaksossa. Raportissaan Svanberg luettelee useita leveysasteen pituuden mittaajia ja heidän arvioitaan maan litistyneisyydestä. Nämä arviot vaihtelevat  $1/305$ :n ympärillä. Lopulta Hällström ja Bonsdorff hylkäsivät analyysinsä ja päätyivät heilurin pituuden kaavaan, joka antaa litistyneisyydeksi  $1/305$  ja sekuntiheilurin pituudeksi heidän parhaana pitämänsä lukeman 440,4495 Pariisin linjaa (n. 0,994 metriä), jonka Jean-Charles Borda (1733–99) oli saanut Pariisissa 20 huolellisesti tehdyn kokeen perusteella (Rapport 1799, 79). Jälkiviisaasti voidaan sanoa, että Hällström ja Bonsdorff epäilivät turhaan tuloksiaan. Heidän arvionsa  $1/298,5$  on hämmästyttävän lähellä nykytietoa  $1/298,3$  (Vermeer ja Rasila 2014, 22). Heidän huolellisesti poimimansa aineisto oli ilmeisesti laadukas ja riittävän suuri. Sen koko ja analysointi PNS-menetelmällä kompensoivat yksittäisten mittausten virheet. Hällströmin ja Bonsdorffin arvio  $1/298,5$  on paitsi aiempi myös lähempänä nykyarviota kuin Wahlbeckin (1816 ja 1819) arviot  $1/304$  ja  $1/302,8$ .

PNS-menetelmän keksijästä nousi kuuluisa kiista ranskalaisen Adrien-Marie Legendren (1752–1833) ja saksalaisen Carl Friedrich Gaussin (1777–1855) välille. Legendre on kuitenkin kiistatta julkaissut menetelmän ensimmäisenä (Legendre 1805). Vaikka Hällströmin ja Bonsdorffin väitöskirjassa ei anneta viitteitä, mistä PNS-menetelmä on

Suomeen kantautunut, he menettelivät Legendren ohjeen mukaisesti: Jos menetelmä tuottaa (nykykielellä sanottuna) liian suuria jäännöksiä joidenkin havaintoyksiköiden kohdalle, nämä havainnot poistetaan ennen PNS-menetelmän soveltamista.

Bonsdorffille väitös oli latinan koe, jolla hän samalla osoitti matematiikan taitoa (Elmgren 1875). Varsinainen PNS-soveltaja oli väitöstilaisuuden preeses, Turun akatemian ja Aleksanterin yliopiston fysiikan professori (1801–44) Gustaf Gabriel Hällström (1755–1844).<sup>2</sup> Hällströmin PNS-sovelluksesta ei kerrota suomalaisessa tieteellisessä kirjallisuudessa. Donner (1907), Peter Holmberg (2004) tai Tapio Markkanen (2015) eivät mainitse sitä tähtitieteen historiikkeissaan vaikka kertovat Walbeckin PNS-sovelluksista. Juha Kajander (1986) ja Liisa Yrjölä (1990) eivät viittaa Hällströmin (1815) PNS-sovellukseen, vaikka he ylistävät ja kuvaavat hänen tutkimuksiaan laajasti. Anto Leikola (1996) toteaa Hällströmin maan litistyneisyyttä heilurikokeilla selvittävät väitöskirjat vuosina 1810–15 mutta ei mainitse niistä viimeisessä tehtyä PNS-sovellusta. Karl F. Slotte (1898, 271–273) kuvaa tarkemmin väitöskirjasarjan 1810–15 mutta ei kerro PNS-menetelmän hyödyntämisestä viimeisessä väitöskirjassa.

Kansainvälisestä kirjallisuudesta löytyy Georg Strasserin (1957, 29, 86, 89, 90 ja 91) katsaus maan litistyneisyyden tutkimuksen historiaan. Siinä Hällströmin PNS-sovellukseen viitataan Bonsdorffin nimellä mutta väärällä vuodella 1818. Oscar Sheynin (1994) viittaa Strasserin katsaukseen ja sen Bonsdorff-viittaukseen mutta väärillä nimikirjaimilla ja edelleen väärällä vuodella 1818. Sheynin (1994, 182) toteaa Strasserin katsauksen perusteella, että Bonsdorffin arvio maan litistyneisyydelle on aikaisempiin verrattuna erityisen tarkka. Strasser ja Sheynin eivät kerro, että Bonsdorffin arvio oli laskettu PNS-menetelmällä, mutta Strasser kertoo Walbeckin käyttäneen PNS-menetelmää. Sheynin viittaama Bonsdorffin arvio on täsmälleen Hällströmin vuonna 1815 raporttoima. Läh-

deviitteen antaessaan Strasser kirjaa Bonsdorffin väitöskirjan vuoden 1815 oikein mutta kertoo, että hän ei ole aina löytänyt alkuperäislähteitä ja toivoo lukijoiltaan täydennyksiä. Isaac Todhunter (1873, 482–483) kuvaa Bonsdorffin väitöskirjan ajankohdan ja sisällön oikein sekä kertoo Bonsdorffin soveltaneen PNS-menetelmää. Todhunter ei mainitse Hällströmiä lainkaan. Kansainvälisissä lähteissä ollaan oikeilla jäljillä mutta osin sekavin, puutteellisin ja virheellisin tiedoin.

## Ensimmäinen ja toinen Bonsdorff

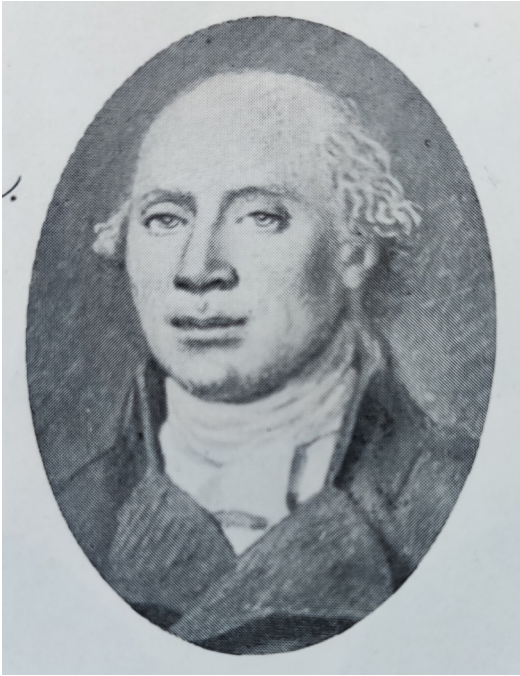
Väitöstilaisuuden 27.6.1815 jälkeen J. G. Bonsdorff, vuodesta 1819 von Bonsdorff, opiskeli lakia ja kohosi merkittävään yhteiskunnalliseen asemaan. Hän osti 1840 Gumtåktin kartanon Helsingin pitäjämästä, rakennutti Kumpulän kartanon ja piti puheen Kumtähden kentällä 13.5.1848 ylioppilaiden tilaisuudessa, jossa *Maamme*-laulu esitettiin ensi kerran. Ylioppilaat hurrasivat Bonsdorffin lupaukselle antaa niitty heille ikuisiksi kevätjuhla-entäksi. Bonsdorff korotettiin vapaaherraksi vuonna 1868 ja vihittiin riemumaisteriksi 54 vuotta väitöstilaisuutensa jälkeen vuonna 1869. (Suomen historiallinen seura 1883, 76–77; Elmgren 1875; Klinge 1978, 158.)<sup>3</sup> Hänestä tuli myös yksi Suomen tiedeseuran perustajista vuonna 1838 ainoana muuna kuin tieteenharjoittajana.

Suomen tiedeseuran satavuotishistoriikissa (Elfving 1938) on sivujen 4 ja 5 välissä kuvallite seuran perustajista. Kuva 2 on mainitusta teoksesta. Maalaus on kuvaavinaan J. G. von Bonsdorffia, jonka nimi on alla, mutta se esittää hänen isäänsä Gabriel von Bonsdorffia. Gabriel Bonsdorff (1762–1831, vuodesta 1819 von Bonsdorff) oli Turun akatemian professori (1786–1823) ja Suomen ensimmäinen arkkiaatri (1807–1831). Sama maalaus esittää G. von Bonsdorffia *Kansallisessa elämäkerästä*, josta löytyy kuva myös J. G. von Bonsdorffista (Blomstedt ym. 1927, 293 ja 296).<sup>4</sup> (Vrt. myös Heinricius 1911, 139; Helsingin yliopiston keskus-

2 Hällström oli akatemian/yliopiston rehtori (1806, 1807, 1813–14, 1827–28 ja 1829–32), Suomen tiedeseuran perustajajäsen ja ensimmäinen puheenjohtaja (Holmberg 2016) ja on pisimpään professorina koskaan toiminut suomalainen (Leikola 1996). Hänen mukaansa on nimetty katu Helsingin yliopiston Kumpulän kampuksella sekä asteroidi 2640 Hällström.

3 Kiitämme Helsingin yliopiston keskusarkiston tietopalvelusihteeri Jouni Nikulaa lähteen Klinge (1978) osoittamisesta.

4 Alkuperäinen muotokuva on tuhoutunut Turun palossa vuonna 1827. Jäljellä on kopioita, jotka on maalattu Niclas Lafrensen nuoremman noin 1790-luvun lopulla tekemästä miniatyyristä (Martin von Bonsdorffin henkilökohtainen tiedonanto 2.9.2019). Kuvan 2 kuvakin on siten kopioista.



Kuva 2. Gabriel von Bonsdorffia esittävä kuva on merkitty esittämään Johan Gabriel von Bonsdorffia Suomen tiedeseuran historiikissa (Elfving 1938). Kuva: Pekka Pere.



Kuva 3: Johan Gabriel von Bonsdorff. Kopio maaluksesta. Kopion ja maalauksen tekijät eivät ole tiedossa. Kuva: Pauliine von Bonsdorff.

arkisto 2019; Klinge 1984, 113 ja Leikola 2008.) J. G. von Bonsdorff on kuvassa 3.

### Oikeat henkilöt

Tieteessä tapahtuu joskus myös unohduksia ja sekaannuksia. Ensimmäinen julkaistu PNS-sovellus on Gustaf Gabriel Hällströmin ja Johan Gabriel Bonsdorffin. Kolme kuukautta myöhemmin seurasi Henrik Johan Walbeckin PNS-sovellus. Sekä Hällströmiä että Walbeckiä voidaan juhlistaa PNS-menetelmän pioneereina Suomessa. Jatkossa muistamme Johan Gabriel Bonsdorffin roolin ensimmäisessä suomalaisessa PNS-sovelluksessa ja kunnioitamme häntä oikealla muotokuvalla.

### Lähteet

- Ahlstedt, J. F. (1815): *Quantitates quasdam pro locis quibusdam et speculis astronomicis constantes, ad computandas occultationes stellarum et eclipsis solis idonea*. 20.9.1815. Pro gradu. J. H. Walbeck. Turun akatemia. <http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-01380> (haettu 1.9.2019).
- Blomstedt, K. ym. (1927; toim.): *Kansallinen elämäkerrasto*, I osa. WSOY. Porvoo.

- von Bonsdorff, C. (1944): *Trä lärde män*. Per Adof och Johan Gabriel von Bonsdorff, Evert Julius Bonsdorff. *Levnadsskildringar. Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk*. Suomen tiedeseuran julkaisuja 91. Helsinki.
- Donner, A. (1884): Henrik Johan Walbeck. *Valvoja*, 4, 533–546. <https://digi.kansalliskirjasto.fi/aikakausi/binding/637606> (haettu 13.9.2019).
- Donner, A. (1907): *Den astronomiska forskningen och den astronomiska institutionen vid det Finska universitetet, I. Tiden före Argelander*. Akademisk inbjudningskrift. Helsinki.
- Elfving, F. (1938): *Suomen tiedeseuran historia 1838–1938*. Suomen tannut Aarni Penttilä. Teoksessa *Suomen tiedeseura 1838–1938*. Suomen tiedeseura. J. Simelius. Helsinki.
- Elmgren, S. G. (1875): *Minnestal öfver friherre Johan Gabriel von Bonsdorff*. *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*, X, 786–802. Finska Litteratur-sällskapets tryckeri. <https://archive.org/details/actasocietatissc101875suom> (haettu 3.3.2019).
- Heinricius, G. (1911): *Skildringar från Åbo Akademi 1808–1828*. Tidning & Tryckeri. Helsinki.
- Heiskanen, V. A. (1934): Walbeck, Henrik Juhana. Teoksessa Blomstedt, K. ym. (toim.): *Kansallinen elämäkerrasto*, V osa. WSOY. Porvoo.

- Heiskanen, V. A. (1948): *Tähtitiede*. Ensimmäinen osa. WSOY. Porvoo.
- Helsingin yliopiston keskuskirjasto (2019): *Professorimatrikkeli 1640–1917*. <https://www.helsinki.fi/fi/yliopisto/yliopistomatrikkeli> (viitattu 19.8.2019).
- Holmberg, P. (2004): *Physics in Perspective*, 6, 76–113.
- Holmberg, P. ja T. Sundius (2012): Gustaf Gabriel Hällström – en flitig och framsynt vetenskapsman. *Nordenskiöld-samfundets tidskrift*, 70–71, 39–79.
- Holmberg, P. (2016): Hällström, Gustaf Gabriel. *Kansallisbiografia-verkkójulkaisu*. Studia Biographica 4. Suomalaisen Kirjallisuuden Seura. <http://urn.fi/urn:nbn:fi:skbs-kg-003488> (haettu 1.9.2019).
- Hällström, G. G. (1815): De figura telluris ope pendulorum determinanda. VI. 27.6.1815. Pro gradu. J. G. Bonsdorff. Turun akatemia. <http://urn.fi/urn:nbn:fi:fv-12634> (haettu 1.9.2019). Suomeksi: [http://users.jyu.fi/~junyblom/LSpendulu\\_VI.pdf](http://users.jyu.fi/~junyblom/LSpendulu_VI.pdf) (haettu 24.1.2020).
- Kajander, J. (1986): *Hydrologia Suomessa ennen teollista vallankumousta*. Tiedotus 270. Vesihallitus. Helsinki.
- Klinge, M. (1978): *Yliopistolukun historia*. Ensimmäinen osa 1828–1852. Gaudeamus.
- Klinge, M. (1984): *Professoreita*. Otava. Keuruu.
- Legendre, A. M. (1805): *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes. Appendice sur la méthode des moindres quarrés*. <http://www.bibnum.education.fr/sites/default/files/legendre-texte.pdf> (haettu 24.1.2020). Suomeksi: [http://users.jyu.fi/~junyblom/legendre\\_suom.pdf](http://users.jyu.fi/~junyblom/legendre_suom.pdf) (haettu 24.1.2020).
- Leikola, A. (1996): Fyysikko ja yliopistomies Gustaf Gabriel Hällström (1775–1844). Teoksessa A. Tiitta ym. (toim.): *Kansallisgalleria. Suuret suomalaiset. Säätö-yhteiskunnan Suomi (1150–1850)*. Weilin+Göös. Porvoo.
- Leikola, A. (2008): Bonsdorff, Gabriel von. *Kansallisbiografia-verkkójulkaisu*. Studia Biographica 4. Suomalaisen Kirjallisuuden Seura, 1997–. <http://urn.fi/urn:nbn:fi:skbs-kg-003148> (haettu 27.6.2019).
- Linsén, G. (1815): Ungdoms-idealerna: skaldestycke, tillegnad till trettienne philosophiae magistrar, som vid promotionen i Åbo den 13 oktober 1815, med vederbörlig tillstånd, af promotoren, professoren i naturlära och riddaren af Kejsersl. S:t Wladimir ordens fjerde klass, högvärdige och vidtberömde herr mag. Gustaf Gabriel Hällström, kröntes med lager. Frenckell. (Turun akatemian promotiojulkaisu 13.10.1815.)
- Markkanen, T. (2015): *Suomen tähtitieteen historia*. Ursan julkaisuja 142. Tähtitieteellinen yhdistys Urso. Printon Trükikoda. Tallinna.
- Mattila, K. (2017): Merkkipaaluja ja episodeja observaattori Henrik Walbeckin elämästä. *Tieteessä tapahtuu*, 6/2017, 45–50.
- Pesonen, U. (1938): Suomen tähtitieteen vaiheita yliopiston perustamisesta Helsingin tähtitornin valmistumiseen. Teoksessa *Tähtitiedettä harrastajille II*. Ursan julkaisuja II. WSOY. Porvoo.
- Rapport (1799): Sur la mesure de la méridienne de France, et les résultats qui en ont été déduits pour déterminer les bases du nouveau système métrique. *Memoires de l'Institut National des Sciences & Arts. Sciences Mathématiques et Physiques*. Tome II, 23–80. <https://www.biodiversitylibrary.org/page/16302865#page/8/mode/1up> (haettu 24.1.2020).
- Sheynin, O. (1994): Ivory's Treatment of Pendulum Observations. *Historia Mathematica*, 21, 174–184.
- Slotte, K. F. (1898): *Åbo Universitets lärdomshistoria, 7. Matematikens och fysikens stadium vid Åbo universitet*. Skrifter utgivna av Svenska litteratursällskapet i Finland, XXXVII. Tidnings- & tryckeri aktiebolagets tryckeri. Helsinki.
- Strasser, G. (1957): Ellipsoidische Parameter der Erdfigur (1800–1950). Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Reihe A: Höhere Geodäsie, heft 19. München.
- Suomen historiallinen seura (1883): *Biografinen nimikirja*. G.W. Edlund. Helsinki.
- Todhunter, I. (1873): *A History of the Mathematical Theories of Attraction and the Figure of the Earth*. II nide. MacMillan. Lontoo. <https://archive.org/details/historyofmathema02odhrich> (haettu 12.1.2020).
- Vermeer, M. ja A. Rasila (2014): *Maaillan kartta – johdatus matemaattiseen geodesiaan*. Tähtitieteellinen yhdistys Urso ry. Vammalan kirjapaino.
- Walbeck, H. J. (1816): *Sistens comparationem diversorum experimentorum ad definiendam densitatem et volumen aquae pro diversa caloris temperae*. 2.3.1816. C. E. Hällfors. Turun akatemia. <http://urn.fi/URN:NBN:fi-fd2014-00005299> (haettu 19.8.2019).
- Walbeck, H. J. (1819): *De forma et magnitudine telluris, ex dimensio arcibus meridiani, definiendis* 1. 27.2.1819. F. W. Brummer. Turun akatemia. <http://urn.fi/URN:NBN:fi-fd2014-00005297> (haettu 23.4.2019). Suomeksi: [http://users.jyu.fi/~junyblom/LSarcus\\_I.pdf](http://users.jyu.fi/~junyblom/LSarcus_I.pdf).
- Yrjölä, L. (1990): Gustaf Gabriel Hällström. Tieteellisen fysiikan uranuurtaja Suomessa. Pro gradu -tutkielma. Fysiikan laitos. Helsingin yliopisto.
- Pekka Pere on Tampereen yliopiston tilastotieteen yliopistonlehtori. Jukka Nyblom on Jyväskylän yliopiston tilastotieteen professori (emeritus).